



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MAXIMILIANO BARBOSA DA SILVA

**MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA NO
DOMÍNIO DOS MODOS**

VIÇOSA-MG

Agosto/2012

MAXIMILIANO BARBOSA DA SILVA

**MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA NO
DOMÍNIO DOS MODOS**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. José C.C. Campos

VIÇOSA-MG

Agosto/2012

Nesta página será inserida a ficha catalográfica correspondente à sua Monografia. Ela será elaborada pelo pessoal da Biblioteca Central da UFV.

A priori deixa a página em branco.

MAXIMILIANO BARBOSA DA SILVA

**MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA NO
DOMÍNIO DOS MODOS**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 03 de Agosto de 2012.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. José Carlos Costa Campos - Orientador

Universidade Federal de Viçosa

Prof. Dr. Tarcísio de Assunção Pizziolo - Membro

Universidade Federal de Viçosa

Prof. Ms. Mauro Prates- Membro

Universidade Federal de Viçosa

“Tudo Posso Naquele que me Fortalece”

Agradecimentos

Ao Senhor Meu Deus por ter me abençoado durante todos estes anos.

Aos meus Pais pela Paciência e Amor.

Ao Prof. Dr. José Carlos Campos pela grande ajuda durante este trabalho.

Ao Prof. Dr. Tarcísio Pizziolo e ao Prof. Ms. Mauro Prates pela aceitação de participar desta banca examinadora.

.

Resumo

As matrizes de transformação reais e constantes são aplicadas como matrizes de transformação fase-modo características de um sistema simétrico com circuito trifásico duplo transposto. Essas matrizes de transformação reais e constantes são baseadas na matriz de Clarke. Usando a combinação linear dos elementos da matriz de Clarke, as técnicas aplicadas para linhas trifásicas simples são ampliadas para sistemas com 6 condutores de fase. Para uma linha trifásica dupla transposta, as matrizes Z e Y são convertidas em matrizes diagonais no domínio dos modos. Considerando um caso não transposto de uma linha trifásica dupla, os resultados não são exatos e as análises de erros são realizadas mediante os autovalores.

Abstract

Single real transformation matrices are applied as phase-mode transformation matrices of typical symmetrical systems with double three-phase and These single real transformation matrices are achieved from eigenvector matrices of the mentioned systems and they are based on Clarke's matrix. Using linear combinations of the Clarke's matrix elements, the techniques applied to the single three-phase lines are extended to systems with 6 phase conductors. For transposed double three-phase lines, phase Z and Y matrices are changed into diagonal matrices in mode domain. Considering non-transposed cases of double three-phase lines, the results are not exact and the error analyses are performed using the eigenvalues.

Sumário

1	Introdução.....	12
1.1	Linhas de Transmissão de Energia Elétrica.....	14
1.1.1	Introdução.....	14
1.1.2	Parâmetros de linhas transmissão de energia elétrica.....	16
1.1.3	Impedância longitudinal da linha.....	16
1.1.4	Admitância transversal da linha de transmissão.....	21
1.1.5	Obtenção das equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica e obtenção da tensão e corrente de entradas do quadripolo equivalente.....	23
1.2	Representação de Linhas de Transmissão no domínio Modal.....	26
1.2.1	Introdução.....	26
1.2.2	Linhas de transmissão trifásicas	26
1.2.3	Representação da linha no domínio modal.....	27
1.3	A matriz de Clarke.....	30
1.3.1	Introdução.....	30
2	Materiais e Métodos	33
2.1	Base de Dados.....	33
2.1.1	Modelo da linha trifásica de circuito duplo com altura convencional.....	33
2.1.2	Modelo da linha trifásica de circuito duplo com altura não convencional.....	34
2.2	linha de transmissão de circuito duplo.....	36
2.2.1	Representação esquemática de uma linha de circuito duplo	36

3. Resultados e Discussões	39
4 Conclusões.....	46
Referências Bibliográficas	47

Lista de Figuras

Figura 1.1.- Sistema Brasileiro de transmissão de energia elétrica.	12
Figure 1.2- Linha de transmissão suportada por uma torre de 350 metros de altura.	13
Figura 1.3-Sistema de dois condutores com distribuição de campos elétricos e magnéticos. .	14
Figura 1.4- Linha de transmissão interligando centros de geração de energia e as subestações de centros consumidores.	15
Figura 1.5-Condutores sobre o solo ideal e suas respectivas imagens.	17
Figura 1.6- Campo magnético que envolve os condutores.....	17
Figure 1.7 -Capacitância em um sistema de condutores	23
Figura 1.8-Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha.	23
Figura 1.9-linha de 3 fases simétricas.	26
Figura 2.1 - Esquema da linha utilizada como exemplo com a configuração típica de torre...	33
Figure 2.2- Esquema da estrutura física da torre e dos cabos.....	24
Figure 2.3- Região da Amazonas para possível instalação da linha de transmissão de altura elevada.	35
Figura 2.4 - Representação de uma linha trifásica de circuito duplo.	37
Figuras 2.5- Pares de condutores simétricos em uma linha trifásica de circuito duplo.....	37
Figura 2.6- Acoplamentos mútuos de uma linha trifásica de circuito duplo.....	38
Figure 3.1- Matriz impedância diagonal da Linha de transmissão Milagres-Banabuiú.....	40
Figure 3.2- Matriz impedância diagonal Linha de transmissão Macapá-Tucuruí.....	41
Figure 3.3 - Matriz impedância fora diagonal Linha de transmissão Milagres-Banabuiú.	42
Figure 3.4- Matriz impedância fora diagonal Linha de transmissão Macapá-Tucuruí.	42
Figure 3.5 –erro percentual Linha de transmissão Milagres-Banabuiú.....	44
Figure 3.6- erro percentual Linha de transmissão Macapá-Tucuruí.....	45

1 Introdução

O Sistema Elétrico brasileiro é um dos maiores e mais complexos sistemas interligados do mundo. Diferente de todos os outros sistemas em que a principal geração é o carvão, a produção de energia elétrica no país é toda baseada em hidroelétricas. Isso, ao mesmo tempo em que leva a vantagem de ser uma energia limpa e barata, também tem como desvantagem apresentar suas maiores produções localizadas a grandes distâncias das metrópoles e dos centros industriais que são os maiores consumidores no sistema. Um exemplo disto são as usinas de Itaipu e Tucuruí que estão localizadas respectivamente a 1100 km e 2800 km de São Paulo, o maior consumidor do país. Isto implica em construções de grandes linhas de transmissão. Para se ter uma ideia hoje o sistema interligado mostrado na Figura 1.1 (obtida do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS)) conta com 900 mil linhas, totalizando mais de 89000 km de extensão .

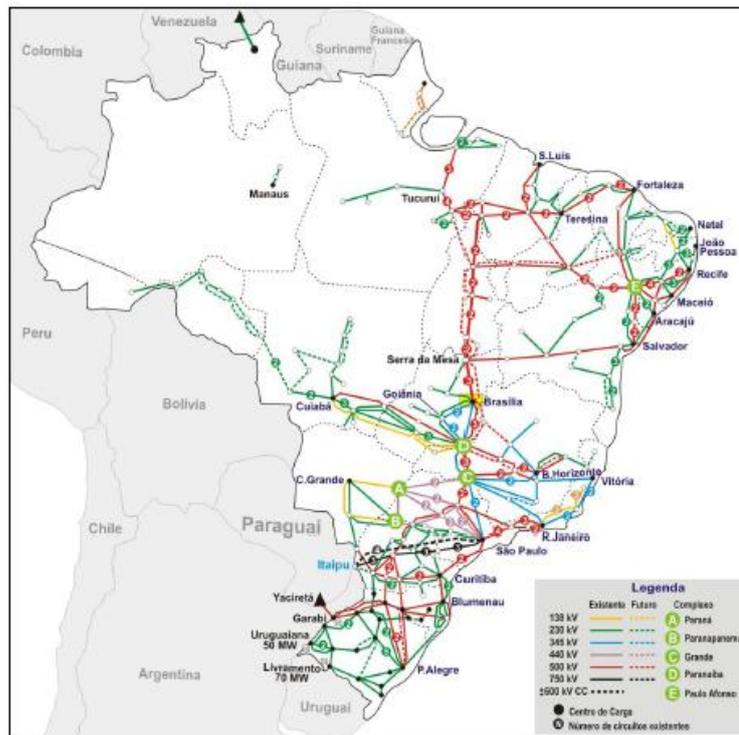


Figura 1.1.- Sistema Brasileiro de transmissão de energia elétrica.

Com o esperado crescimento da economia gerando principalmente a vinda de novas indústrias ao Brasil (a carga industrial é responsável por 70% do consumo de energia elétrica no país), a expansão do sistema é inevitável. Para isso novas usinas e novos campos de energia devem ser instalados no país.

Como deste vasto potencial hídrico citado apenas 30% está sendo utilizado, e destes não utilizados, a maioria se encontra na região Norte do país, mais e maiores linhas de transmissão deverão ser construídas nos próximos anos.

Para reduzir o custo dessas construções a serem feitas e para efetivamente tornar viável o seu transporte ao longo de distâncias da ordem de 1000 km, é necessário reduzir o custo das linhas de transmissão, que sem dúvida têm uma parcela significativa no investimento para expansão do Sistema Interligado de Energia Elétrica Brasileiro.

Tendo conhecimento deste importante e valioso crescimento para o país este trabalho é direcionado para o estudo da modelagem de linhas de transmissão de circuito duplo. O principal objetivo deste será a comparação entre a matriz impedância longitudinal (composta pelas matrizes indutância e resistência longitudinal) de uma linha trifásica dupla convencional e uma linha trifásica dupla não convencional (altura muito elevada), sendo que esta última é de suma importância seu estudo, pois poderá ser uma solução alternativa para utilização de linhas de transmissão no Estado do Amazonas, para expansão do Sistema Interligado Brasileiro.



Figure 1.2- Linha de transmissão suportada por uma torre de 350 metros de altura.

Este trabalho é composto por quatro capítulos. Sendo o 1º composto pela introdução e apresentação dos conceitos teóricos que envolvem a manipulação matemática de linhas de transmissão. Pode-se citar dentre estes a teoria modal que facilita o trabalho e a análise de linhas de transmissão trifásicas. O 2º capítulo é focado nos materiais e métodos utilizados para simulação, onde é mostrada os parâmetros e a estrutura física da linha de transmissão

trifásica utilizada para análise no trabalho. O 3º capítulo é direcionado para os resultados obtidos com as simulações e suas respectivas discussões. E finalmente o 4º capítulo é a conclusão do trabalho.

1.1 LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

1.1.1– Introdução

Denominam-se linhas de transmissão os sistemas de transmissão que operam com as tensões mais elevadas do sistema e que transportam a energia elétrica entre os centros geradores de energia e os centros consumidores. Em geral, as linhas de transmissão terminam nas subestações abaixadoras regionais, onde a tensão é reduzida para os níveis de sub-transmissão.

Uma linha de transmissão pode ser definida como um sistema de condutores pelos quais transfere um fluxo de potência, entre dois ou mais terminais, por meio dos campos elétricos (\vec{E}) e magnéticos (\vec{H}) presentes no sistema.

A figura 1.3 mostra um sistema de dois condutores com distribuição de campos elétricos e magnéticos.

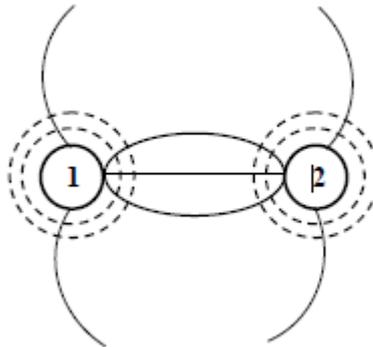


Figura 1.3-Sistema de dois condutores com distribuição de campos elétricos e magnéticos.

O termo linha de transmissão aplica-se tanto a sistemas de transmissão de sinais (com potência da ordem de 10^{-3} Watts) quanto a sistemas de transmissão de energia elétrica (potências na ordem de 10^6 Watts).

As linhas de transmissão de energia elétrica interligam os centros de geração de energia e as subestações de centros consumidores conforme mostra a figura 1.4.

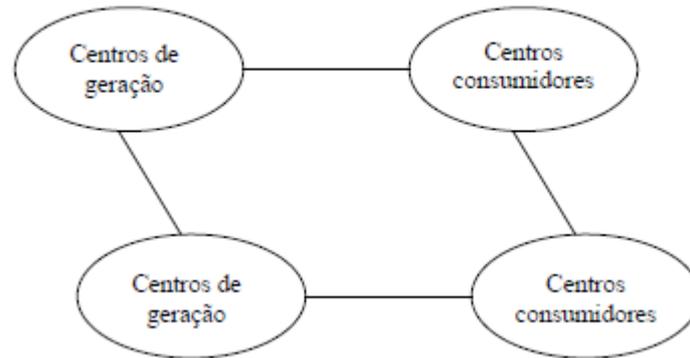


Figura 1.4- Linha de transmissão interligando centros de geração de energia e as subestações de centros consumidores.

Uma vez que as linhas de transmissão interligam os sistemas elétricos, qualquer distúrbio que tenham origem nas mesmas, por exemplo, uma descarga atmosférica, resulta em sobretensões que se propagam por todo o sistema.

Para garantir que as sobretensões não danifiquem os diversos componentes do sistema elétrico, é necessário conhecer os níveis dessas sobretensões para que se possa tomar as providencias necessárias para reparação do sistema elétrico.

Desse modo, é possível dimensionar os equipamentos para que os mesmos não sejam totalmente danificados.

Considerando que as linhas são elementos responsáveis pela propagação de sobretensões, é importante que as mesmas sejam representadas por modelos adequados.

Uma linha de transmissão pode ser representada pela combinação dos seguintes elementos: resistores (R), indutores (L), condutâncias (G) e capacitâncias (C).

No entanto, existem alguns fatores que dificultam a representação da linha. Dentre esses fatores, podem ser citados:

- Os parâmetros R, L, G e C não estão concentrados em único ponto da linha. Os mesmos estão distribuídos ao longo do comprimento da mesma;
- Os parâmetros R e L são variáveis em relação à frequência [1].

1.1.2 Parâmetros de linhas transmissão de energia elétrica

Uma linha de transmissão de energia elétrica possui quatro parâmetros que influenciam o seu comportamento como componente de um sistema de potência, são eles: resistências, indutâncias, capacitâncias e condutâncias.

Um dos aspectos mais importantes na representação da linha consiste em considerar que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo de seu comprimento e que são variáveis em relação à frequência [2].

1.1.3 Impedância longitudinal da linha

Os parâmetros longitudinais são a resistência e a indutância, que variam em relação a frequência [2]. A partir desses parâmetros, é possível obter a matriz de impedância longitudinal $[Z]$ do conjunto de condutores. Os parâmetros transversais são as condutâncias e as capacitâncias sendo que, no caso de condutores aéreos, as condutâncias são desconsideradas [3]. A partir desses parâmetros é possível obter a matriz de admitância transversal $[Y]$ do conjunto de condutores.

As impedâncias próprias e mutuas, inseridas nas equações de uma linha representada no domínio da frequência, podem ser obtidas por meio da solução das equações de Maxwell, levando em consideração as condições de contorno de três materiais que são: o condutor propriamente dito, o ar e o solo [4]. Considerando que esses três materiais podem ser caracterizados por uma resistência, por uma permeabilidade magnética e por uma permissividade dielétrica, pode-se mostrar que as impedâncias da linha podem ser escritas em função das propriedades físicas do sistema (condutor, ar e solo) e da frequência.

A impedância longitudinal de uma linha de transmissão pode ser dividida em três componentes que são elas:

- Z_{ext} - Impedância interna do condutor;
- Z_{int} - Impedância interna do condutor;
- Z_{solo} - Impedância devido ao efeito solo.

Z_{ext} - determinada a partir da disposição dos cabos condutores e dos cabos pára-raios.

Considere os condutor i e k genéricos de uma linha de transmissão genérica dispostos sobre o solo como mostra a figura 1.5:

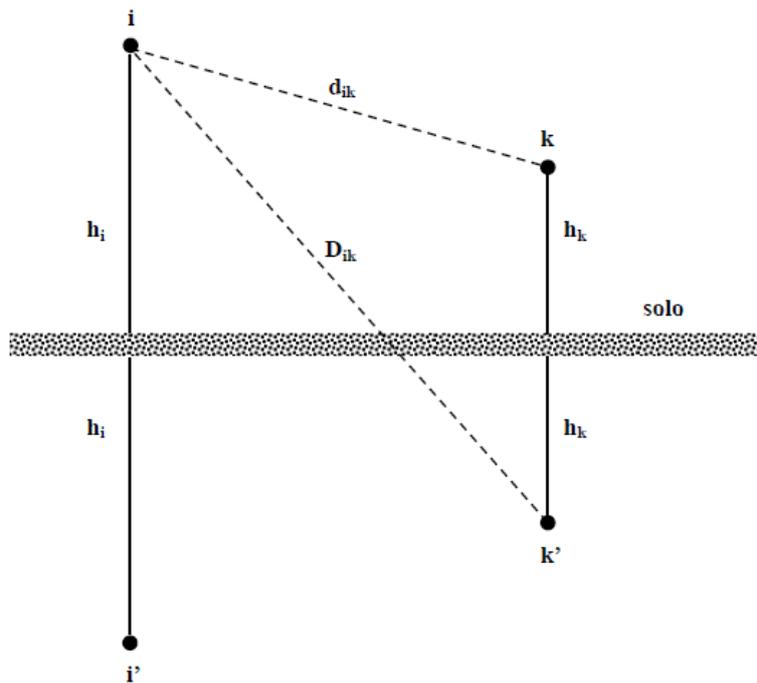


Figura 1.5-Condutores sobre o solo ideal e suas respectivas imagens.

A impedância externa é devido ao campo magnético presente no ar que envolve os condutores conforme figura 1.6:



Figura 1.6- Campo magnético que envolve os condutores.

A impedância externa se divide em impedância externa própria, e impedância externa mútua. De acordo com [4] a impedância externa própria do condutor i tomado como referência é dada por:

$$Z_{\text{ext ii}} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (1.1)$$

Sendo :

μ_o -permeabilidade relativa do ar;

$\omega = 2\pi f$ – frequência;

r_i -raio do condutor;

h_i - altura do condutor em relação ao solo.

A impedância externa mutua entre o condutor i e k pode ser escrita como [4]:

$$Z_{\text{ext } ik} = Z_{\text{ext } ki} = j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) \quad (1.2)$$

Onde:

D_{ik} –distancia do condutor i a imagem do condutor k;

d_{ik} –distancia do condutor i ao condutor k.

A impedância externa é escrita como:

$$Z_{\text{ext}} = R_{\text{ext}} + jX_{\text{ext}} \quad (1.3)$$

No entanto a resistência é desprezível (nula), logo se pode obter a indutância diretamente da equação (1.3), como sendo o componente da parte imaginaria das impedâncias externas próprias e mutuas.

$$Z_{\text{ext}} = j\omega L_{\text{ext}} \quad (1.4)$$

A partir das equações (1.1) e (1.2), pode obter a matriz de impedâncias externas para uma linha trifásica, como sendo:

$$[Z_{\text{ext}}] = \begin{bmatrix} Z_{\text{ext}(11)} & Z_{\text{ext}(12)} & Z_{\text{ext}(13)} \\ Z_{\text{ext}(21)} & Z_{\text{ext}(22)} & Z_{\text{ext}(23)} \\ Z_{\text{ext}(31)} & Z_{\text{ext}(32)} & Z_{\text{ext}(33)} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Nesta matriz a diagonal principal é representada pela impedância externa própria e os elementos fora da diagonal principal representam a impedância externa mutua.

Z_{int} – Impedância interna do condutor, determinada a partir de funções de Bessel.

A impedância interna está presente sempre que um condutor é excitado por uma corrente alternada. Essa excitação resulta em uma distribuição não uniforme de corrente elétrica na área da seção transversal do condutor, que causa um aumento na resistência do condutor e diminuição na indutância interna à medida que a frequência aumenta.

A impedância interna de um condutor genérico pode ser calculada por meio das equações de Bessel. Desse modo, a impedância interna pode ser expressa como sendo [15].

$$Z(\omega)_{int} = \frac{j\omega\mu}{2\pi r m} \left[\frac{\text{ber}(mr) + j\text{bei}(mr)}{\text{bei}'(mr) - j\text{ber}'(mr)} \right] \quad (1.6)$$

Sendo

$$m = \sqrt{j\omega\sigma\mu};$$

r – raio do condutor;

σ – condutividade do material condutor;

$$\mu = \mu_r\mu_0;$$

μ_r – permeabilidade relativa do condutor

Os termos ber e bei são abreviações de “Bessel real” e “Bessel imaginário”, respectivamente.

A matriz de impedância interna corresponde às propriedades intrínsecas do condutor logo possui componente apenas na diagonal principal, de tal forma que é representada matematicamente por:

$$[Z_{int}] = \begin{bmatrix} Z_{int(11)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{int(22)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{int(33)} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Essa Matriz pode ser decomposta em sua componente real e imaginaria:

$$[Z_{int\ ii}] = [R_{int\ ii}(\omega)] + j\omega[L_{int\ ii}(\omega)] \quad (1.8)$$

A matriz resistência interna e indutância interna que compõe esta matriz são variáveis em função da frequência.

Z_{solo} – determinada com a aplicação de séries completas de Carson.

Os parâmetros longitudinais de uma linha de transmissão são fortemente dependentes da frequência. Os efeitos do solo sobre os parâmetros longitudinais podem ser calculados por meio das equações de Carson e de Pollaczek. Ambas as equações podem ser aplicadas em linhas aéreas, mas as equações de Carson e Pollaczek são mais genéricas, podendo ser aplicadas também em cabos [16].

A impedância interna resulta do fato de que o solo sob a qual a linha foi construída não é ideal. A interação do campo magnético com o solo resulta em impedâncias próprias e mutuas constituídas de componentes reais e imaginários.

Considerando o condutor i disposto sobre um solo não ideal, conforme mostrou a figura (1.5), pode-se escrever as equações de impedâncias próprias devido ao efeito solo do condutor i como sendo [4].

$$[Z_{\text{solo } ii}] = [R_{\text{solo } ii}(\omega)] + j\omega[L_{\text{solo } ii}(\omega)] \quad (1.9)$$

Sendo:

$R_{\text{solo } ii}$ -resistência própria de i devido ao efeito do solo;

$L_{\text{solo } ii}$ -indutância própria de i devido ao efeito do solo;

E a impedância mutua entre i e k devido ao efeito do solo como sendo [4]

$$[Z_{\text{solo } ik}] = [R_{\text{solo } ik}(\omega)] + j\omega[L_{\text{solo } ik}(\omega)] \quad (1.10)$$

$R_{\text{solo } ik}$ -resistência mutua entre i e k devido ao efeito do solo;

$L_{\text{solo } ik}$ -indutância mutua entre i e k devido ao efeito do solo;

Assim a matriz de impedância devido ao efeito do solo é escrita como:

$$[Z_{\text{solo}}] = \begin{bmatrix} Z_{\text{solo}(11)} & Z_{\text{solo}(12)} & Z_{\text{solo}(13)} \\ Z_{\text{solo}(21)} & Z_{\text{solo}(22)} & Z_{\text{solo}(23)} \\ Z_{\text{solo}(31)} & Z_{\text{solo}(32)} & Z_{\text{solo}(33)} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Onde a diagonal principal representa a impedância própria e os elementos fora desta representa a impedância mutua.

Assim a matriz impedância longitudinal é escrita como:

$$[Z(\omega)] = [Z_{\text{ext}}(\omega)] + [Z_{\text{int}}(\omega)] + [Z_{\text{solo}}(\omega)] \quad (1.12)$$

1.1.4 – Admitância transversal da linha de transmissão

A diferença de potencial entre os condutores de uma linha de transmissão faz com que estes se carreguem da mesma maneira que as placas de um capacitor quando entre elas existe uma diferença de potencial. A capacitância entre os condutores é a carga dos condutores pela diferença de potencial entre eles.

Considerando os condutores i e k , disposto sobre um solo não ideal, carregados com cargas q_i e q_k , respectivamente, conforme mostrou a figura 1.5, pode-se afirmar que os condutores i' e k' terão, respectivamente, cargas $-q_i$ e $-q_k$.

A diferença de potencial do condutor i em relação ao solo é dada por [1]:

$$V_i = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_i \ln \left(\frac{2h_i}{r_i} \right) + q_k \ln \left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \right] \quad (1.13)$$

E a diferença de potencial do condutor k em relação ao solo é dada por [1]:

$$V_k = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_k \ln \left(\frac{2h_k}{r_k} \right) + q_i \ln \left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \right] \quad (1.14)$$

Nas equações (1.13) e (1.14), r_i e r_k são os raios dos condutores i e k respectivamente. O termo ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo e assume o valor $\epsilon_0 = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{36\pi}$ F/Km.

Para um sistema de n condutores a diferença de potencial de um condutor em relação ao solo é dada por:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_1 \ln \left(\frac{2h_1}{r_1} \right) + q_2 \ln \left(\frac{D_{12}}{d_{12}} \right) + \dots + q_n \ln \left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}} \right) \right] \quad (1.15)$$

Na equação (1.15), q_1 , q_2 e q_n representam as cargas no primeiro, segundo e n -ésimo condutor. Esses condutores apresentam raios r com índices 1,2, ..., n para primeiro, segundo e n -ésimo condutor, respectivamente.

Considerando os demais condutores V_2, \dots, V_n , temos a matriz $[V]$ como sendo:

$$[V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

E a matriz q como sendo:

$$[q] = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

A partir da definição de capacitância de um sistema de dois condutores, pode-se definir a seguinte relação matricial para uma linha de n condutores:

$$[q] = [C][V] \quad (1.18)$$

Na equação (1.18), a matriz $[C]$ é a matriz de capacitâncias. Para um sistema trifásico de condutores esta pode ser escrita matricialmente como:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Logo a matriz de admitância transversal é definida como [1]:

$$[Y] = j\omega[C] \quad (1.20)$$

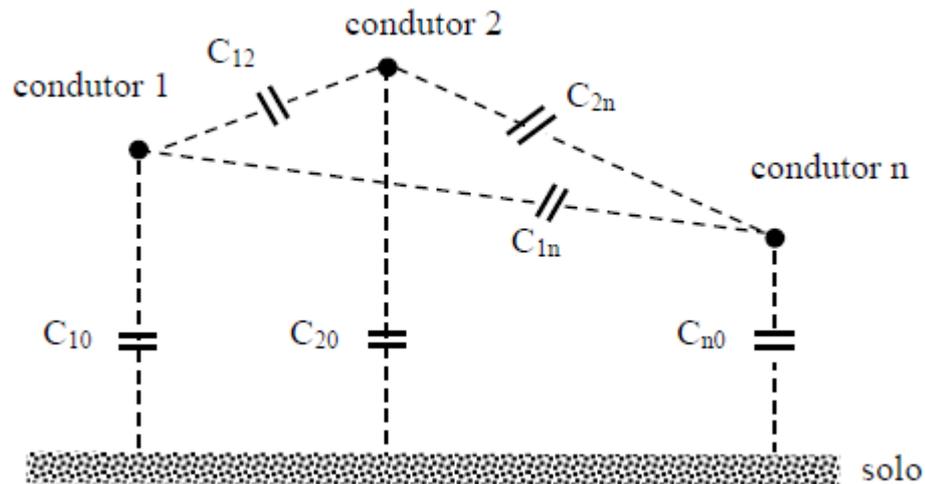


Figure 1.7 -Capacitância em um sistema de condutores

1.1.5. Obtenção das equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica e obtenção da tensão e corrente de entradas do quadrípulo equivalente

Para uma linha de transmissão monofásica longa (mais de 250 km), não podemos desprezar a admitância transversal [17], e sua representação é mostrada no circuito equivalente da figura (1.8)

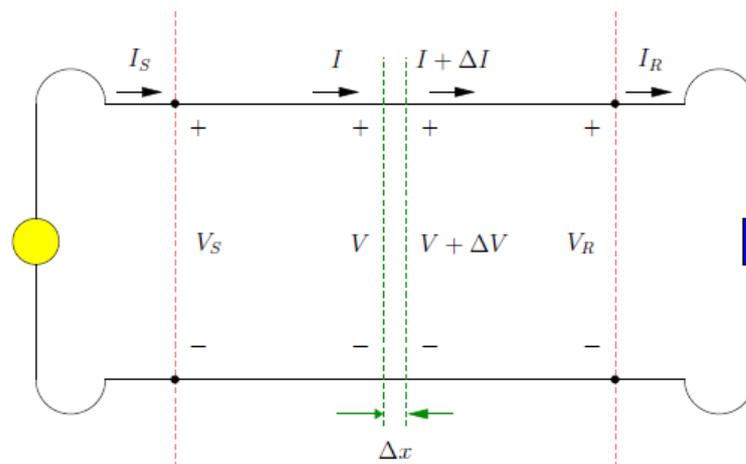


Figura 1.8-Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha.

Analisando o circuito da figura (1.8), pela lei de kirchhoff das tensões, temos:

$$V(x + \Delta x) = V(x) + Z\Delta x I(x) \quad (1.21)$$

ou

$$\frac{V(x + \Delta x) - V(x)}{\Delta x} = I(x) \quad (1.22)$$

A equação (1.22) é a definição de derivada quando Δx tende a zero [6], logo

$$\frac{dV(x)}{dx} = ZI(x) \quad (1.23)$$

Também da lei de kirchhoff das correntes temos

$$I(x + \Delta x) = I(x) + Y\Delta x V(x) \quad (1.24)$$

$$\frac{I(x + \Delta x) - I(x)}{\Delta x} = YV(x) \quad (1.25)$$

A equação (1.25) é a definição de derivada quando Δx tende a zero [6], logo

$$\frac{dI(x)}{dx} = YV(x) \quad (1.26)$$

Diferenciando a equação (1.23) e substituindo (1.26) nesta, nós obtemos:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = Z \frac{dI(x)}{dx} \quad (1.27)$$

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = ZYV(x) \quad (1.28)$$

Analogamente diferenciando a equação (1.26) e substituindo a equação (1.22) nesta:

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = ZYI(x) \quad (1.29)$$

As soluções para esta equação diferencial de 2ª ordem são do tipo:

$$V(x) = ae^{-\gamma x} + be^{\gamma x} \quad (1.30)$$

e

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} ae^{-\gamma x} - \frac{1}{Z_c} be^{\gamma x} \quad (1.31)$$

Nas equações (1.30) e (1.31) [7] e [8] temos que $\gamma = \sqrt{ZY}$ é a função de propagação e $Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$ é a impedância característica.

A partir das condições iniciais $x = l$, $x = V(l) = V_s$, $I(l) = I_s$ (mostradas na figura 1.8) substituindo nas equações (1.30) e (1.31) obtém-se a tensão e corrente de entrada da linha de transmissão.

$$V_s = \cosh(\gamma x) V_R + Z_c \sinh(\gamma l) I_R \quad (1.32)$$

$$I_s = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) V_R + \cosh(\gamma l) I_R \quad (1.33)$$

1.2 REPRESENTAÇÃO DE LINHAS POLIFÁSICAS NO DOMÍNIO MODAL

1.2.1 – Introdução

As equações diferenciais de segunda ordem que descrevem uma linha de transmissão polifásica são de difícil solução devido ao acoplamento entre as fases. Uma importante ferramenta de análise de sistemas polifásicos é a técnica que desacopla as fases.

Dessa maneira, um sistema que possui n fases acopladas pode ser representado por n sistemas monofásicos que são matematicamente idênticos ao sistema original.

Para um sistema polifásico genérico, a matriz com os autovetores do produto matricial $[Z] [Y]$ desacopla as fases da linha. Existem, para um único produto $[Z] [Y]$, diversos conjuntos de autovetores que desacoplam a linha. Por outro lado, os autovalores são únicos.

1.2.2. Linhas de transmissão trifásicas

Considere uma linha com n fases, conforme mostra a figura 1.9;

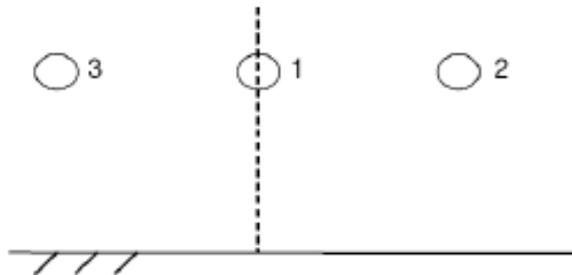


Figura 1.9-linha de 3 fases simétricas.

A matriz de impedância longitudinal $[Z]$ e de admitância transversal $[Y]$ da linha mostrada na figura 1.9, pode ser escrita como sendo:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Obtendo as equações diferenciais de tensão e corrente dessa linha, semelhantemente as equações (1.23) e (1.26), diferenciando-as e após realizar algumas substituições, tem-se:

$$\frac{d^2[V]}{dx^2} = [Z][Y][V] \quad (1.36)$$

$$\frac{d^2[I]}{dx^2} = [Y][Z][I] \quad (1.37)$$

As equações (1.36) e (1.37) estão no domínio das fases e são de difícil solução, uma vez que os produtos matriciais $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ são, de maneira genérica, distintos e as matrizes $[Z]$ e $[Y]$ não são matrizes diagonais. Tais produtos podem ser transformados em matrizes diagonais a partir da utilização de uma transformação de similaridade [9].

1.2.3-Representação da linha no domínio modal

A partir das equações (1.23) e (1.26) pode-se obter esta equação diferencial na sua forma matricial para uma linha de circuito trifásico como:

$$-\frac{d[V]}{dx} = [Z][I] \quad (1.38)$$

$$-\frac{d[I]}{dx} = [Y][V] \quad (1.39)$$

Seja

$$[S_v] = [Z][Y] \quad (1.40)$$

e

$$[S_i] = [Y][Z] \quad (1.41)$$

Os autovalores das matrizes $[S_V]$ e $[S_I]$ são iguais e podem ser escritos como sendo:

$$[\lambda_V] = [T_V]^{-1}[S_V][T_V] \quad (1.42)$$

e

$$[\lambda_I] = [T_I]^{-1}[S_I][T_I] \quad (1.43)$$

Na equação (1.42), T_V é a matriz cujas colunas são autovetores associados a $[S_V]$ e na equação (1.43), T_I é a matriz cujas as colunas são autovetores associados ao produto $[S_I]$.

As matrizes $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$, nas equações (1.42) e (1.43), são matrizes diagonais e podem ser escritas de um modo genérico como sendo:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{33} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

Isolando $[S_V]$ na equação (1.42) e substituindo em (1.40) e isolando $[S_I]$ em (1.43) e substituindo em (1.41) tem-se:

$$\frac{d^2[T_V]^{-1}[V]}{dx^2} = [\lambda_V][T_V]^{-1}[V] \quad (1.45)$$

$$\frac{d^2[T_I]^{-1}[I]}{dx^2} = [\lambda_I][T_I]^{-1}[I] \quad (1.46)$$

e fazendo

$$[V_{\text{mod}}] = [T_V]^{-1}[V] \quad (1.47)$$

$$[I_{\text{mod}}] = [T_I]^{-1}[I] \quad (1.48)$$

Obtém-se a transformação para o domínio dos modos da matriz tensão e matriz corrente para a matriz tensão modal e matriz corrente modal. Semelhantemente podem-se obter as matrizes tensão e corrente no domínio das fases a partir destas matrizes no domínio dos modos:

$$[V] = [T_V][V_{\text{mod}}] \quad (1.49)$$

$$[I] = [T_I][I_{\text{mod}}] \quad (1.50)$$

Substituindo respectivamente (1.47) e (1.48) em (1.38) e (1.39)

$$-\frac{d[T_V][V_{\text{mod}}]}{dx} = [Z][T_I][I_{\text{mod}}] \quad (1.51)$$

$$-\frac{d[T_I][I_{\text{mod}}]}{dx} = [Y][T_V][V_{\text{mod}}] \quad (1.52)$$

Pré-multiplicando-se as equações (1.51) e (1.52) por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$, respectivamente

$$-\frac{d[V_{\text{mod}}]}{dx} = [T_V]^{-1}[Z][T_I][I_{\text{mod}}] \quad (1.53)$$

$$-\frac{d[I_{\text{mod}}]}{dx} = [T_I]^{-1}[Y][T_V][V_{\text{mod}}] \quad (1.54)$$

Comparação as equações (1.53) e (1.54) com (1.38) e (1.39) nota-se claramente que

$$[Z_{\text{mod}}] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \quad (1.55)$$

$$[Y_{\text{mod}}] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \quad (1.56)$$

E finalmente as matrizes são diagonais do tipo:

$$[Z_{\text{mod}}] = \begin{bmatrix} Z_{\text{mod}1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\text{mod}2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\text{mod}3} \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

$$[Y_{\text{mod}}] = \begin{bmatrix} Y_{\text{mod}1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\text{mod}2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{\text{mod}3} \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

Da equação (1.55)

$$[Z] = [T_V][Z_{\text{mod}}][T_I]^{-1} \quad (1.59)$$

A partir desta matriz longitudinal consegue-se obter as matrizes de parâmetros

$$[Z] = [R] + j[L] \quad (1.60)$$

Onde $[R]$ e $[L]$ são as matrizes de resistência e indutância respectivamente.

Assim como as matrizes são diagonais, seu produto será uma matriz diagonal também, possibilitando o desacoplamento das fases e cada um dos modos se comporta como uma linha monofásica.

1.3 A MATRIZ DE CLARKE

1.3.1 – Introdução

O método de cálculo dos parâmetros da linha a partir das correntes e tensões de fase exige que a matriz de transformação modal seja conhecida. No entanto, para a maioria das linhas, a matriz de decomposição modal é função dos parâmetros da linha, inviabilizando, assim, a aplicação do método descrito.

Para linhas trifásicas que não podem ser consideradas idealmente transpostas, mas que possuem um plano de simetria vertical sabe-se que a matriz de Clarke pode ser utilizada, de forma aproximada, como sendo uma matriz de transformação modal [10].

O teorema fundamental de componentes simétricas é expresso pela relação

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 0 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1.61)$$

Desenvolvendo a equação (1.61), substituindo os valores de α^2 e de α e fatorando a parte real e imaginária:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_0 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + 0(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_0 - \frac{1}{2}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \frac{\sqrt{3}}{2}(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_0 - \frac{1}{2}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) - \frac{\sqrt{3}}{2}(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) \end{aligned} \quad (1.62)$$

Em matrizes a equação (1.62) é expressa por:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{I}_0 + \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) \quad (1.63)$$

A equação acima nos mostra a existência de outras três sequências, nas quais a sequência dada é decomponível. Fazendo

$$\begin{aligned} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) &= \dot{I}_\alpha \\ (\dot{I}_1 - \dot{I}_2)j &= \dot{I}_\beta \end{aligned} \quad (1.64)$$

Resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{I}_0 + \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \dot{I}_\alpha + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \dot{I}_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_\alpha \\ \dot{I}_\beta \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

As sequências \dot{I}_0 , \dot{I}_α e \dot{I}_β representam as componentes de Clarke. Logo a matriz de transformação de Clarke (T_C) [11] é dada como:

$$T_C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (1.66)$$

A matriz de Clarke converte uma linha trifásica em três circuitos modais independentes.

2 *Materiais e Métodos*

2.1 *Base de Dados*

2.1.1 – Modelo da linha trifásica de circuito duplo com altura convencional

A linha de transmissão MLG-BNB de 230KV, extensão de 225 Km, utilizada como exemplo de uma linha trifásica de circuito duplo com altura convencional é esquematizada na figura 2.1 [12]. É a linha que interliga as subestações de Milagres e Banabuiú, no estado do Ceará, que entrou em operação em 1988. A linha pertence ao sistema CHESF (Companhia Hidroelétrica do São Francisco) e o interesse por essa linha é devido a uma duplicação de circuito, passando de uma linha de circuito simples para uma linha de circuito duplo, além de ser um importante elo no sistema de transmissão da região Nordeste e do estado do Ceará.

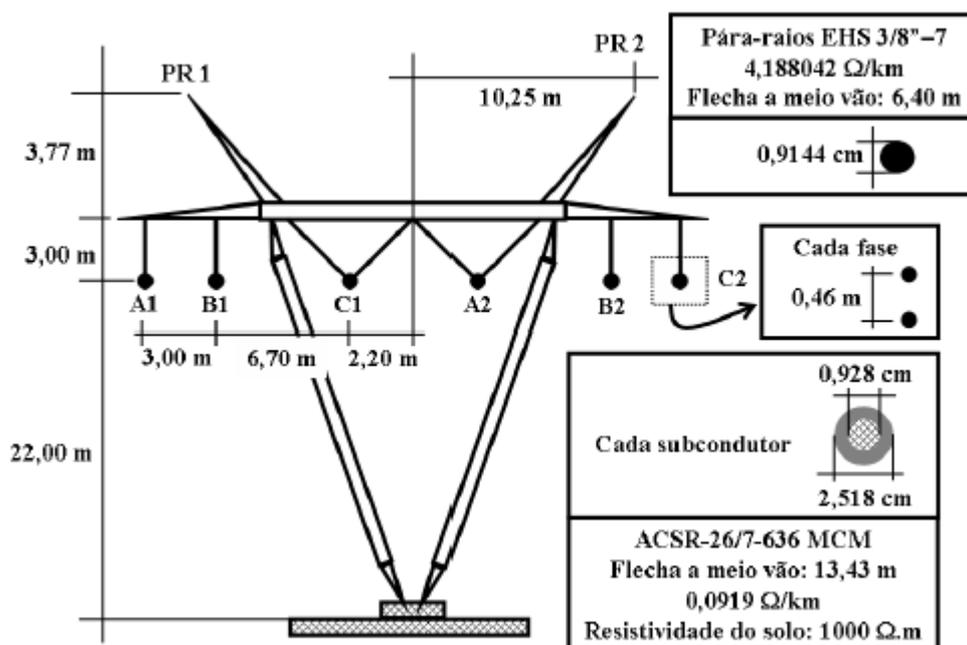


Figura 2.1 - Esquema da linha utilizada como exemplo com a configuração típica de torre.

Nesse caso, os cabos condutores estão a uma altura de 22 m do solo. Esses cabos são do tipo ACSR-26/7-636 MCM. Sua resistência é de 0,0919 Ω/Km e a flecha a meio vão é de 13,43 m. O diâmetro externo do condutor é de 2,518 cm e a alma de aço tem diâmetro de 0,928 cm. Cada circuito é composto por dois subcondutores alinhados verticalmente com uma distância de 0,46 m. Os cabos pára-raios estão a uma altura de 28,77 m, tendo uma resistência de 4,188042 Ω/Km e um diâmetro de 0,9144 cm. São cabos pára-raios do tipo EHS 3/8'' – 7. A flecha a meio vão é de 6,40 m. A distribuição dos cabos pára-raios e dos cabos condutores

na torre típica é mostrada na figura 2.1. Foi adotado o valor de $1000 \Omega \cdot m$ para a resistividade do solo.

2.1.2 – Modelo da linha trifásica de circuito duplo com altura não convencional

A Linha de transmissão utilizada para análise será semelhante à mostrada na figura 2.2, com uma extensão de 1850 km (projetada no Software Autocad 2009) e disposição triangular, a linha será uma linha de circuito duplo com 2 subcondutores por fase.

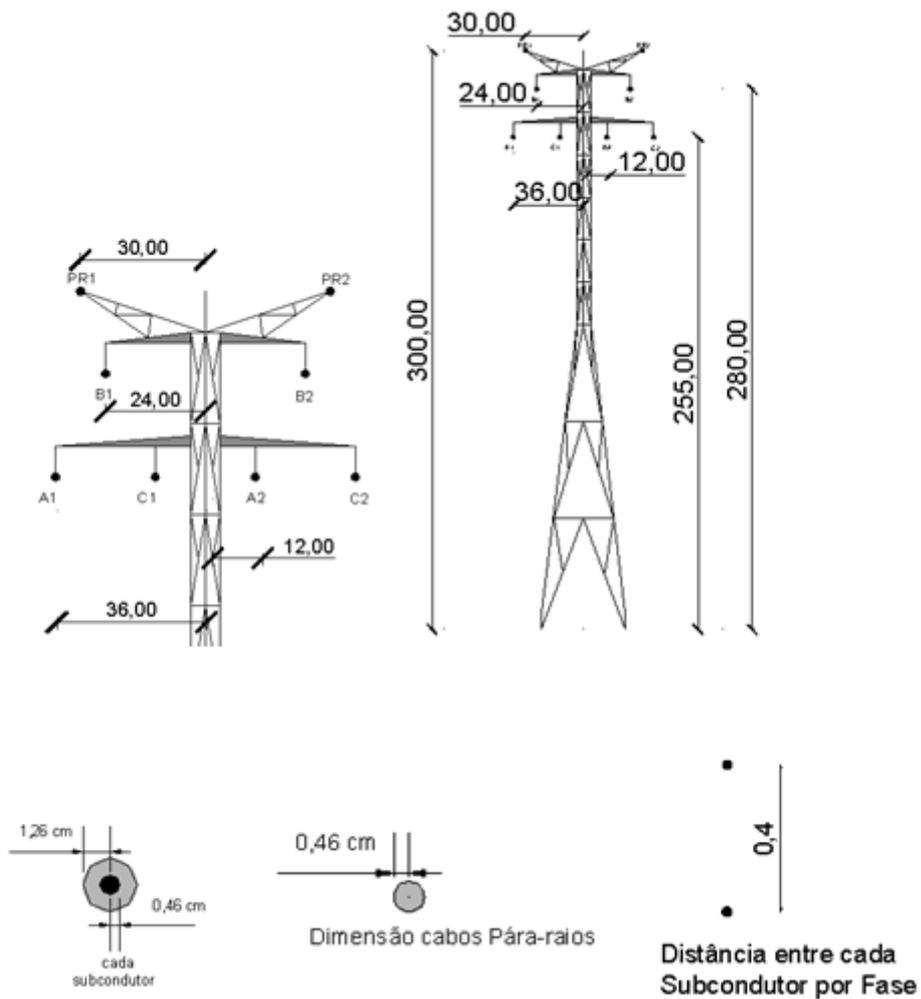


Figure 2.2- Esquema da estrutura física da torre e dos cabos.

O interesse nesse tipo de linha é devido a sua proposta de construção em 2008 e está em análise para ser utilizada entre Tucuruí/Macapá-Manaus no Norte do Estado do Amazonas, onde a transmissão de energia é muito deficiente. Um dos motivos dessa falta de transmissão é as grandes distâncias que as linhas de transmissão devem percorrer entre densas florestas. A construção de linhas de transmissão com alturas muito elevadas possibilitará o fornecimento de energia para regiões com escassez deste produto, interligando-a ao sistema interligado elétrico brasileiro, sua instalação será realizada usando varias tecnologias, incluindo helicópteros e outros métodos não convencionais de instalação, não necessitando de desmatar grandes áreas para passagem de torres, como realizado com instalação de linhas com alturas convencionais [13].

A figura 2.3 mostra a região de possível utilização deste tipo de estrutura. Os cabos condutores estão a uma altura de 280 m e 255 m do solo. Esses cabos são do tipo ACSR (cabo de alumínio com alma de aço) 42/19 MCM(onde 1 CM é a área de um condutor com um milésimo de polegada de diâmetro). Sua resistência é de $0,122 \Omega/\text{Km}$ e a flecha a meio vão é de 56 m. O diâmetro externo do condutor é de 2,18 cm e a alma de aço tem diâmetro de 0,688 cm. Cada circuito é composto por dois subcondutores alinhados verticalmente com uma distância de 0,4 m. Os cabos pára-raios estão a uma altura de 300 m, tendo uma resistência de $4,188042 \Omega/\text{Km}$ e um diâmetro de 0,9144 cm. São cabos pára-raios do tipo EHS 3/8” – 7. A flecha a meio vão é de 20 m [14]. Foi adotado o valor de $1000 \Omega \cdot \text{m}$ para a resistividade do solo .

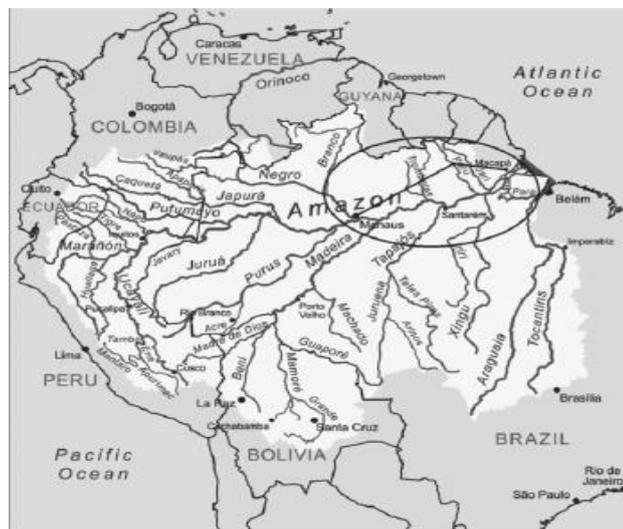


Figure 2.3- Região da Amazonas para possível instalação da linha de transmissão de altura elevada.

2.2 linha de transmissão de circuito duplo

2.2.1 Representação esquemática de uma linha de transmissão de circuito duplo

Uma linha de transmissão de circuito duplo pode ser representada, genericamente, pelo esquema mostrado na figura 2.4, no qual cada um dos circuitos trifásicos é agrupado separadamente do outro. Considerando os cabos pára-raios implicitamente incluídos nas impedâncias das fases e a existência de um eixo de simetria vertical, determinam-se pares de condutores simétricos, segundo a figura 2.5. Nessa figura, ao invés da identificação das fases de cada circuito, os cabos condutores são numerados em sentido horário a partir do canto superior esquerdo. Utilizando essa identificação, a figura 2.6 mostra um esquema gráfico dos acoplamentos mútuos em relação ao condutor equivalente da primeira fase. Generalizando para as outras fases, obtêm-se as matrizes de impedâncias e de admitâncias de uma linha de circuito duplo genérica.

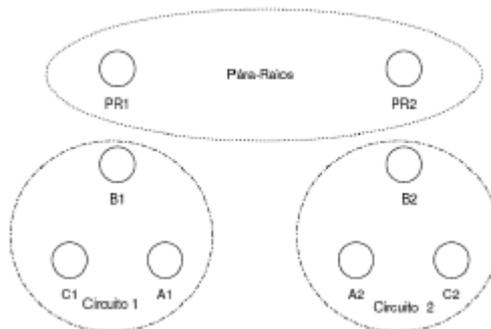
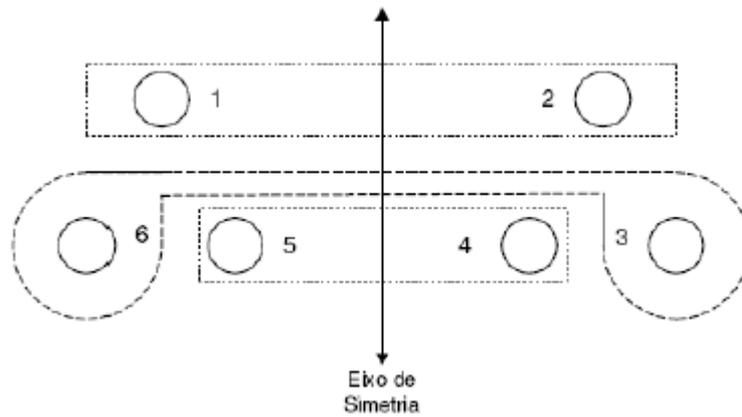


Figura 2.4 - Representação de uma linha trifásica de circuito duplo.

No caso dessa modelagem, um produto matricial é utilizado como matriz de transformação. A primeira matriz de transformação é denominada média-antimédia. A transformação média-antimédia é obtida baseando nos pares simétricos da figura 2.5 e é responsável pelo desacoplamento dos dois circuitos trifásicos da linha. Ou seja, para que a aplicação dessa primeira matriz de transformação resulte no desacoplamento dos circuitos, necessita-se de um plano de simetria vertical. Dessa forma, tal transformação depende da geometria da linha de transmissão, sendo determinada mediante soma e diferença das correntes de linha, ou tensões de fase, de cada par de condutores mostrado na figura 2.5.



Figuras 2.5- Pares de condutores simétricos em uma linha trifásica de circuito duplo

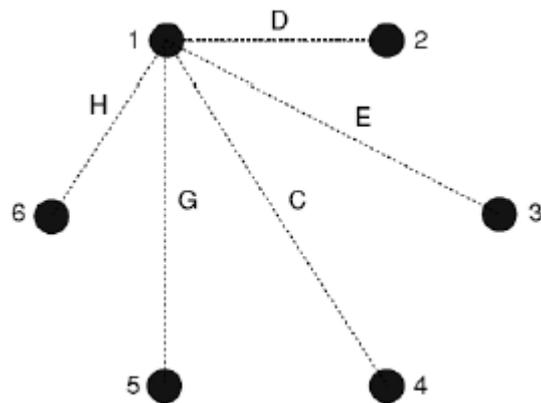


Figura 2.6- Acoplamentos mútuos de uma linha trifásica de circuito duplo.

O principal objetivo da transformação média-antimédia é alterar a base vetorial do sistema, anulando determinados elementos das matrizes Z e Y . Ou seja, é feita uma combinação linear entre os elementos da matriz Z e também entre os elementos da matriz Y . De forma mais concisa, dois novos circuitos trifásicos são criados e entre esses novos circuitos trifásicos não existe acoplamento mútuo, ou seja, são circuitos desacoplados.

A partir da matriz de Clarke, os outros modos podem ser constituídos para o caso de uma linha dupla trifásica transposta. A matriz de Clarke é uma referência para a obtenção da matriz T_{FM6} , pois é a matriz de transformação modal de uma linha trifásica simples transposta. Assim, na matriz T_{FM6} , quatro linhas são independentemente associadas aos circuitos

trifásicos da linha analisada. Nesse caso, são a primeira, a segunda, a quinta e a sexta linhas dessa matriz. A terceira linha é uma combinação linear obtida a partir dos elementos do modo homopolar. A quarta linha da matriz T_{FM6} é o modo homopolar, configurada com elementos de mesmo valor e de mesmo sinal.

$$T_{FM6} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{6} & 2/\sqrt{6} & -1/\sqrt{6} & 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & -1/\sqrt{6} & 2/\sqrt{6} & -1/\sqrt{6} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

3. Resultados e Discussões

Nesta etapa será realizada a comparação das matrizes impedâncias longitudinais obtidas a partir da transformação no domínio modal (MATLAB R2009a). É realizada uma análise para a linha convencional de circuito duplo Milagres-Banabuiú e a linha não convencional Tucuruí-Macapá-Manaus, também de circuito duplo.

Além destas comparações entre as matrizes impedâncias longitudinais geradas, será por fim realizada a análise sobre os gráficos dos erros entre a matriz de autovetores exatas e a matriz \mathbf{T}_{FM6} para cada linha não transporta, e na sequência verificar qual destas configurações possuem uma maior eficiência.

As matrizes impedâncias longitudinais obtidas são divididas em:

- Matriz impedância longitudinal da Diagonal principal: Esta é composta pela impedância própria do condutor. Nesta impedância própria esta inserida a impedância própria interna, intrínseca do condutor, que é calculada através da equação de Bessel, a impedância própria externa, na qual está inserida a indutância externa própria (a resistência é praticamente desprezível), e por último a impedância do solo própria (solo não ideal), que é obtida matematicamente a partir das equações de Carson e Pollaczek.
- Matriz impedância longitudinal Fora da Diagonal principal: É determinada pelas impedâncias mutuas do condutor tomado como referencia (no caso deste trabalho é o condutor 1 da fase A) com os outros condutores da linha e os pára-raios. É composta pela indutância mutua entre as fases e pela a impedância mutua devido ao efeito do solo no condutor.

É observado que para a figura 3.1 da linha Milagres-Banabuiú o modulo da impedância de todas as fases é bem semelhante mesmo para uma alta frequência (1 MHz) apresentando mesmo modulo (Ω/km) para todas estas. Tal característica é devido à resistência interna própria depender apenas das características dos cabos condutores (idênticos), a resistência externa própria é desprezível, e a resistência própria do solo é muito baixa, sendo que na parte real da matriz impedância própria (diagonal) predomina o comportamento da resistência interna própria, que é igual em modulo para todas as fases.

Quanto à parte imaginaria, a indutância mutua própria é predominante. Devido a estas predominâncias as impedâncias próprias das fases, possuem comportamento uniforme ao longo de toda a faixa de frequência da simulação.

Em relação à figura 3.2 da linha Tucuruí/Macapá-Manaus esta possui um comportamento semelhante à citada anteriormente, possuindo apenas uma inclinação do modulo de impedância menor dos condutores ao longo da variação da frequência.

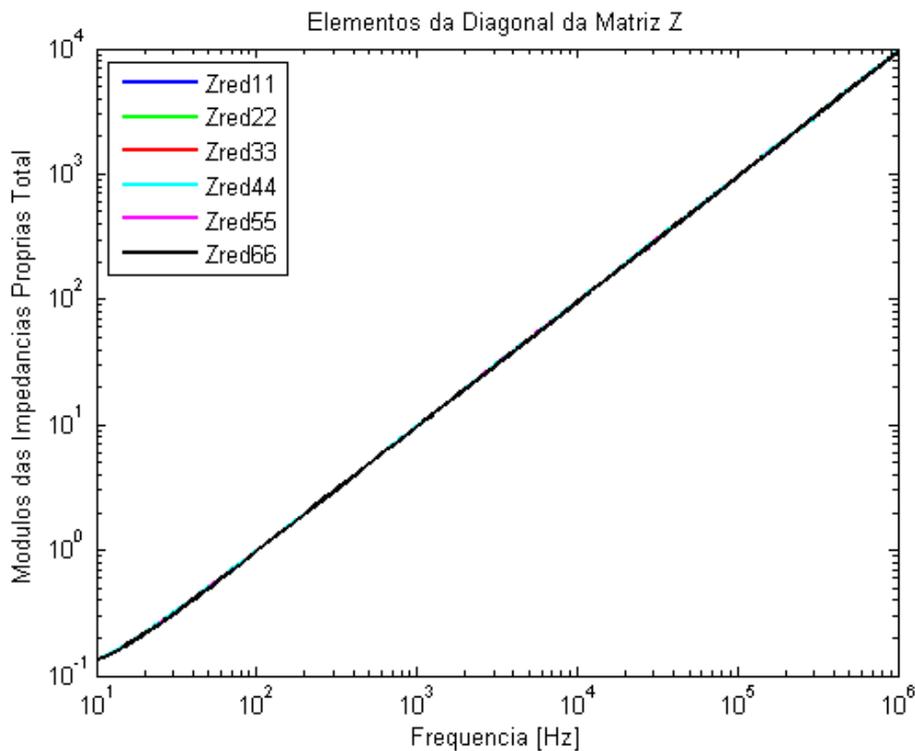


Figure 3.1- Matriz impedância diagonal da Linha de transmissão Milagres-Banabuiú.

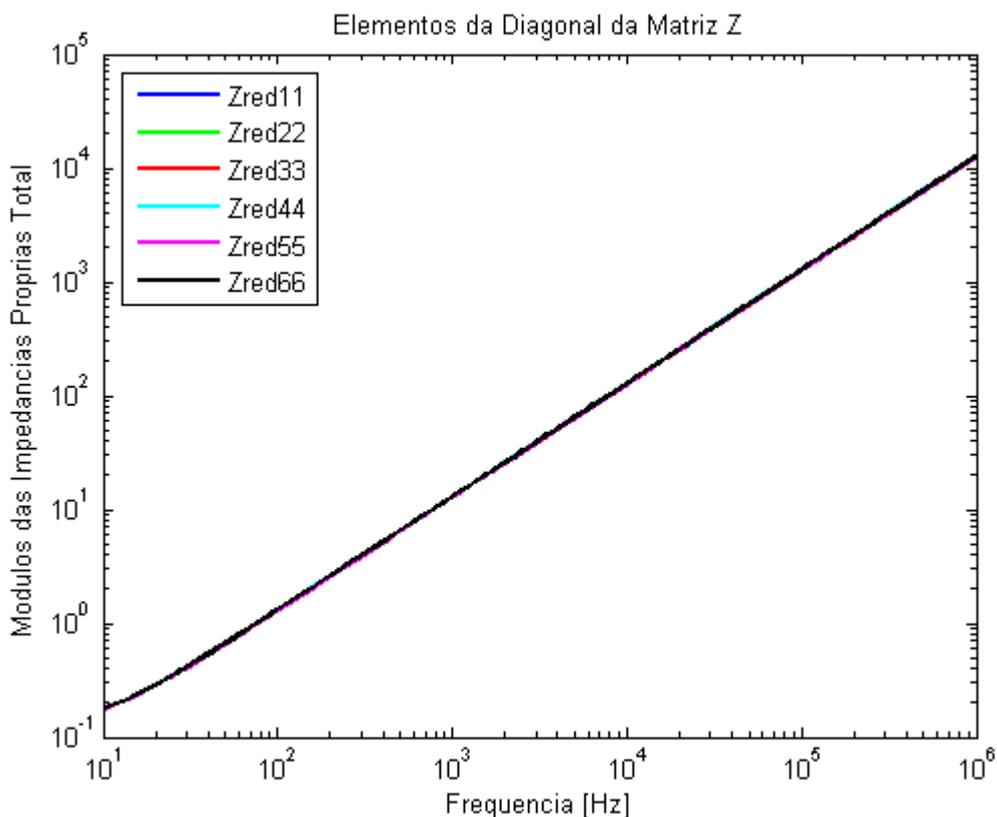


Figure 3.2- Matriz impedância diagonal Linha de transmissão Macapá-Tucuruí-Manaus.

Pela figura 3.3 da linha Milagres-Banabuiú é observado que com o aumento da frequência o módulo do acoplamento mutuo entre o condutor um da fase A e os demais condutores vai aumentando gradativamente, nota-se também que quanto maior a distância geométrica dos condutores, maior sua diferença modular.

Tal comportamento pode ser explicado devido à predominância da parte imaginaria da impedância mutua, ou seja, a indutância mutua externa, que é diretamente correlacionada com a distância entre o condutor tomado como referencia e os outros condutores e também com a distância do condutor de referencia à imagem (método das imagens) dos condutores vizinhos.

No entanto pela figura 3.4 pode-se observar que para linha Macapá/Tucuruí-Manaus essa diferença modular das impedâncias mutuas dos condutores com o condutor de referencia é menor, mesmo sendo a indutância mutua externa também predominante. Isto pode ser explicado, pois esta linha diferente da Milagres-Banabuiú, não possui uma disposição horizontal, mas sim uma disposição triangular, isto influi diretamente no calculo das indutâncias mutuas entre os condutores e suas diferenças modulares, pois as distancias

geométricas entre o condutor referencia (condutor 1 da fase A) e os demais condutores é modificada, interferindo na indutância mutua entre estes.

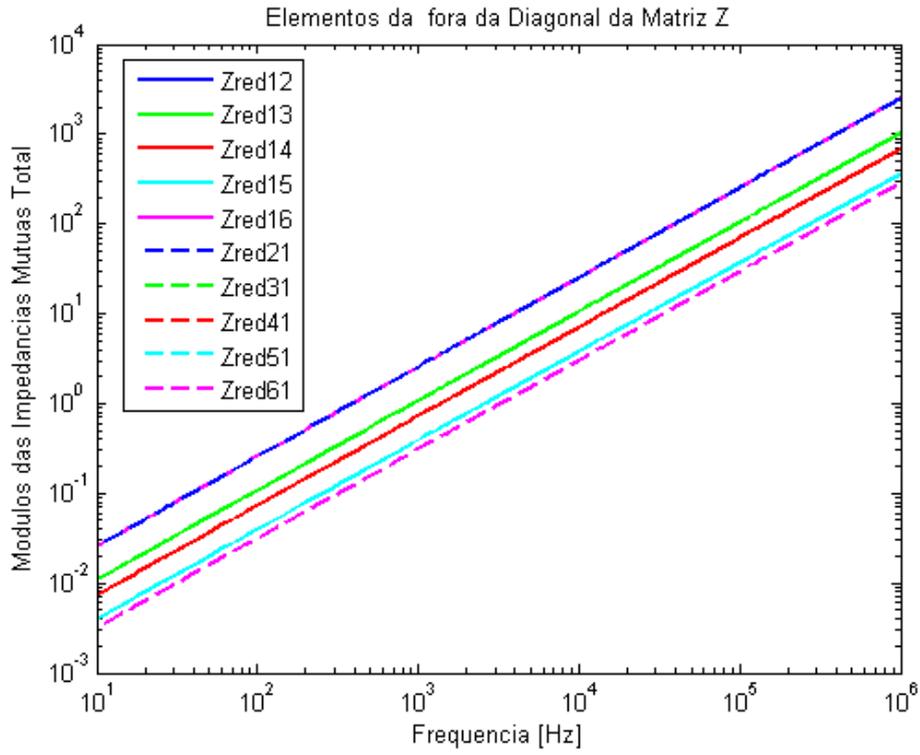


Figure 3.3 - Matriz impedância fora diagonal Linha de transmissão Milagres-Banabuiú.

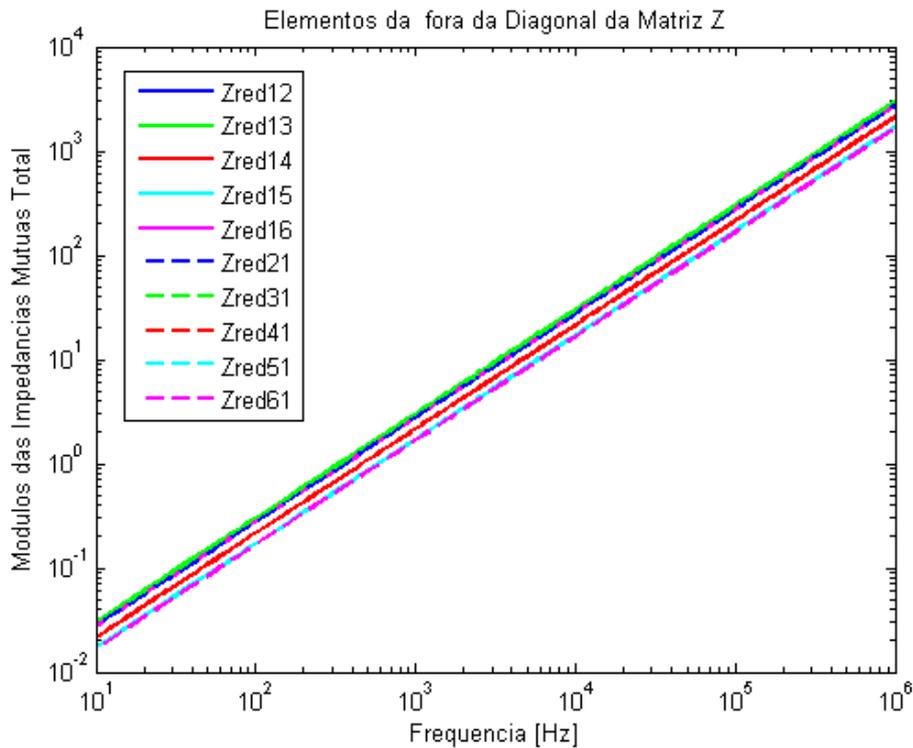


Figure 3.4- Matriz impedância fora diagonal Linha de transmissão Macapá/Tucuruí-Manaus.

Por fim é analisado o erro entre os modos obtidos pela matriz de autovetores exatos e a matriz de transformação T_{FM6} que foi utilizada para o cálculo das matrizes impedâncias.

Nas figuras 3.5 e 3.6 a linha cheia representa os quase modos $(\alpha_1, \beta_1, 0_1)$ obtidos pela matriz de transformação T_{FM6} (elementos da diagonal da matriz impedância longitudinal) no semi-eixo esquerdo da linha e a linha tracejada representa os quase modos $(\alpha_2, \beta_2, 0_2)$ obtidos pela matriz de transformação T_{FM6} (elementos da diagonal da matriz impedância longitudinal) semi-eixo direito da linha, para estes quase modos é observado o erro relativo percentual com seus respectivos modos exatos obtido pelas matrizes de autovetores atualizadas com a variação da frequência.

Observando as duas figuras pode-se notar que para ambas o erro é pequeno na faixa de -4% a 4% para a linha Milagres-Banabuiú e na faixa de -1.5% a 2,5% para a linha Macapá-Tucuruí, notando que a matriz de transformação T_{FM6} é uma boa aproximação da matriz de autovetores exatos.

Nestas figuras é notado que o erro é menor para baixas frequência e torna-se maior com o aumento desta. Tal característica é explicada pois a matriz de autovetores é atualizada

para cada frequência determinando-se novos autovalores, e a matriz de transformação T_{FM6} é constante para qualquer frequência. É prazível que para baixas frequências (menor 100 HZ) na faixa de regime permanente este erro relativo percentual seja menor.

Ainda nota-se a falta de simetria por parte dos quase modos obtidos. Por exemplo, analisando a figura 3.5 da linha Milagres-Banabuiú, o modo $\beta 1$ possui um erro relativo iniciando em 1,3% e estabilizando em -2,5% e o modo $\beta 2$ possui um erro relativo iniciando em 0,8% e estabilizando em 1,2%, tal diferença modular dos erros é devido ao fato de não haver um desacoplamento total durante a aplicação da matriz de transformação T_{FM6} , visto que esta não é simétrica em relação a diagonal principal, o que é observado facilmente comparando as linhas 2 e 4 da equação (2.1).

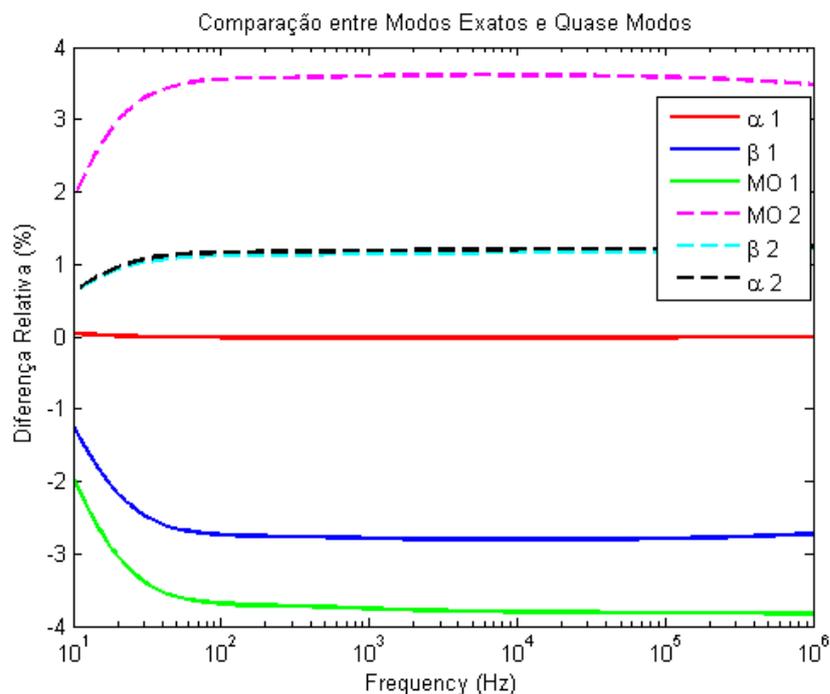


Figure 3.5 –erro percentual Linha de transmissão Milagres-Banabuiú.

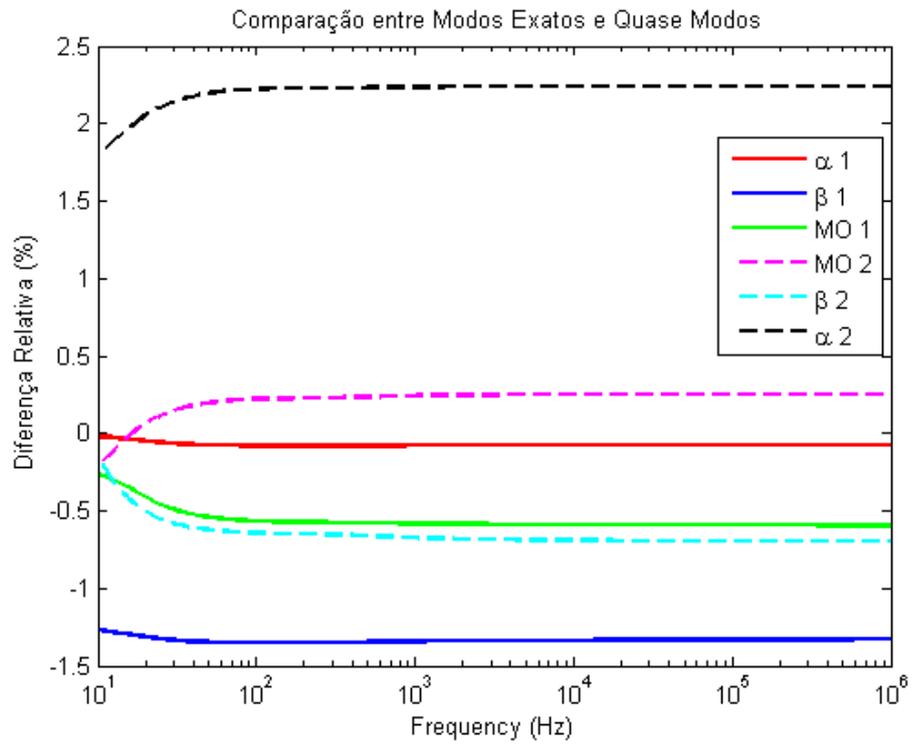


Figure 3.6- erro percentual Linha de transmissão Macapá/Tucuruí-Manaus.

4 *Conclusões*

Realizando-se uma análise quantitativa conclui-se que comparando à configuração destas duas linhas, a aplicação da matriz T_{FM6} sobre a linha Macapá/Tucuruí-Manaus, possui uma eficiência maior para determinar a matriz impedância longitudinal e conseqüentemente os parâmetros longitudinais (impedância e resistência) que a compõem. A determinação correta destes parâmetros possibilitará uma menor perda na possível construção desta linha, pois como é de conhecimento a determinação correta influencia diretamente na perda da linha e na potência a ser injetada na carga instalada.

Todavia a matriz de transformação T_{FM6} não deixa de ser uma boa aproximação para substituir as matrizes de autovetores exatos para a linha Milagres-Banabuiú também, visto que o seu erro percentual não ultrapassou 5%. Um ponto favorável da utilização desta matriz para ambos os casos é que diferente das matrizes de autovetores exatos, a matriz T_{FM6} independe da frequência.

Como proposta de trabalho futuro é sugerido o estudo destas matrizes de transformação T_{FM6} sobre a ação de frequência maiores nas quais os parâmetros da matriz admitância transversal não serão desconsideradas, tal fato incluirá a análise da capacitância, o que não foi realizado neste trabalho.

Referências Bibliográficas

- [1] FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica linhas aéreas**: teoria das linhas em regime permanente. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.
- [2] KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J.; BOVOLATO, L. F.; PISSOLATO, J. (2007). **Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais**. SBA. Sociedade Brasileira de Automática, Lugar de Publicação, v.18, n.3, p.337-346.
- [3] MARTINEZ, J. A. B.; GUSTAVSEN, D. D. Parameters determination for modeling system transients – part I: overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE Power & Energy Society, v.20, n.3, p.2038-2044, 2005.
- [4] HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. **IEEE Trans. on Power Delivery**, New York, v.18, n.2, p.664–570, 2003.
- [5] KUROKAWA, S. Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase, 2003. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)–Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.
- [6] SWOKOWSKI, E.W. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: Makron do Brasil, 1994.
- [7] MARTÍ, J. R. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-101, n.1, p.147-155, 1982.
- [8] CHIPMAN, R. A. Teoria e problemas de linhas de transmissão. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1972.

- [9] CHEN, C. T., Linear system theory and design. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1984.
- [10] TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C.M. Mode domain multiphase transmission line model - use in transient studies. **IEEE Transaction., on Power Delivery**, IEEE Power & Energy Society , v.14, n.4, p 1533 - 1544, 1999.
- [11] ROBBA,J.E. **Introdução a sistemas elétricos de potência componentes simétricas**, 1972.
- [12] CAMPOS, J. C. C. **Matrizes de Transformação Reais Aplicadas as Linhas de Transmissão de Circuito Duplo**. (Doutorado em Engenharia Elétrica), UNICAMP,SP,2009.
- [13] André J.G.Pinto,Eduardo, C.M.Costa, Sérgio Kurokawa, Pissolato.J.Electric. **Power Components and System**. Analysis of Electrical Characteristes of na Alternatve Solution for the Brazilian-Amazon Transmission System.
- [14] Jiansheng. W, Jianhong.W, Jinglin.W, Yonghua.N. **Power Enginnering Internacional**, June 2005.
- [15] STEVENSON, W. D. J. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo:McGraw-Hill Book do Brasil, 1978.
- [16] DOMMEL, H. W. **Electromagnetic Transients Program Reference Manual**. Vancouver: Department of Electrical Engineering, University of British Columbia,, 1986.
- [17] HADI SAADAT. **Power System Analysis**.Capítulo 5.