

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MARCOS FELIPE SANTOS RABELO**

**NAVEGAÇÃO DE UM ROBÔ MÓVEL DO TIPO  
UNICICLO EM TERRENOS NÃO PLANARES**

**VIÇOSA  
2011**

**MARCOS FELIPE SANTOS RABELO**

**NAVEGAÇÃO DE UM ROBÔ MÓVEL DO TIPO  
UNICICLO EM TERRENOS NÃO PLANARES**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. M.Sc. Alexandre S. Brandão

VIÇOSA  
2011



**MARCOS FELIPE SANTOS RABELO**

**NAVEGAÇÃO DE UM ROBÔ MÓVEL DO TIPO UNICICLO EM  
TERRENOS NÃO PLANARES**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 04 de Novembro de 2011.

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof. M.Sc. Alexandre Santos Brandão - Orientador  
Universidade Federal de Viçosa

---

Prof. Dr. Ricardo dos Santos Ferreira - Membro  
Universidade Federal de Viçosa

---

M.Sc. Daniel Cruz Cavalieri - Membro  
Universidade Federal do Espírito Santo

*Dedico este trabalho a minha família que acreditou nessa conquista.*

# *Agradecimentos*

Agradeço sinceramente ao meu orientador Prof. M.Sc. Alexandre S. Brandão, Timótiu, que foi muito além das minhas expectativas, desde que pudesse encontrá-lo... Mas mesmo em outra cidade, ou no meio de uma aula mostrou-se pronto a ajudar sempre, fazendo uso constante dos meios de comunicação disponíveis. Obrigado pela empolgação, saiba que me incentivou em todos os momentos do trabalho. E por me lembrar de que mesmo quando algo aparentemente está bom, quando olhamos com mais calma sempre podemos melhorar. A paciência, as explicações minuciosas e as milhares de correções foram muito importantes. No mínimo, você foi o co-autor dessa monografia! E fico te devendo uma resma de folhas A4... :) ).

Aos amigos e agregados das repúblicas por onde estive neste tempo em Viçosa, pelo amadurecimento e os momentos de descontração proporcionados. Um agradecimento especial aos parceiros Ceará, Sequela e Caique que se mantiveram firmes nos apertos que passamos. E ao recém chegado Vatax (sempre alerta), valeu pelo suporte culinário, sem esquecer dos momentos de alegria e às vezes frustração (Golem que o diga).

Ao pessoal do Taekwondo pela amizade e respeito. Juntos descarregamos todo estresse acumulado do dia a dia, o que me manteve sempre em condições físicas e mentais para prosseguir vencendo os obstáculos e desafios deste caminho. Evoluímos a cada instante e aprendemos que é possível e necessário superar nossos limites.

Aos colegas de curso por compartilhar essa jornada turbulenta, as vitórias e decepções nossas de cada período... Foi um caminho sinuoso, mas quase sempre encontrávamos alguém que ajudava a transformar o desespero em alívio, o fracasso em sucesso. Um muito obrigado a esses indivíduos pela ajuda.

Agradeço por fim aos meus familiares, se estou aqui hoje é graças vocês. Obrigado pai e mãe por todo o incentivo e ajuda durante esses anos. Por me guiarem até aqui e permitirem este momento.

Obrigado a todos!

*Marcos Felipe Santos Rabelo*

*“O único lugar onde o sucesso vem antes do trabalho é no dicionário.”*

***Albert Einstein***

# *Resumo*

No presente trabalho, pretende-se desenvolver uma forma de navegação para um robô móvel do tipo unicycle para terrenos não planares e irregulares. A localização e posicionamento serão baseados na odometria, assistida por sensores inerciais. Apesar disso, o sistema de controle da navegação não irá considerar os erros incorporados ao processo de localização proposto. Ainda assim, algumas técnicas de correção de erros sistemáticos serão apresentadas à título de conhecimento. Finalmente, para verificação dos estudos, o robô será testado no ambiente de simulação MatlabR2011, onde será possível analisar os resultados para o modelo adotado, bem como propor melhorias para projetos futuros.



# *Sumário*

## **Lista de Figuras**

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>10</b>
1.1	Navegação de robôs móveis . . . . .	11
1.2	Métodos de Localização . . . . .	14
1.2.1	GPS . . . . .	14
1.2.2	Marcos Visuais . . . . .	15
1.2.3	Odometria . . . . .	16
1.3	Objetivos do Trabalho . . . . .	21
1.4	Estrutura do trabalho . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Navegação de robôs móveis</b>	<b>22</b>
2.1	Navegação no espaço 2D e 3D . . . . .	22
2.1.1	Transformação Homogênea . . . . .	24
2.2	Postura do robô durante a navegação . . . . .	26
2.2.1	Postura atual no referencial do robô . . . . .	27
2.2.2	Postura atual no referencial global . . . . .	27
2.3	Controle de postura no espaço 3D . . . . .	28
2.3.1	Estratégias de controle . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>32</b>
3.1	Controle de posição em superfície senoidal . . . . .	32
3.2	Controle de posição em um plano inclinado . . . . .	33

3.3	Controle mestre-escravo (Automático-Manual) . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Conclusões e Projetos Futuros</b>	<b>39</b>
	<b>Referências</b>	<b>41</b>
	<b>Anexo A – Representação entre Dois Sistemas de Referência</b>	<b>43</b>
	<b>Anexo B – Plataforma de Simulação Pioneer 3-DX</b>	<b>45</b>
B.1	Sensores . . . . .	46
B.1.1	<i>Encoders</i> . . . . .	46
B.1.2	Inclinômetro . . . . .	47

# *Lista de Figuras*

1	Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com controle deliberativo. . . . .	12
2	Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com controle reativo. . . . .	13
3	Progressão das “elipses de erro” indicando o aumento da incerteza da posição na odometria. . . . .	17
4	Teste do caminho quadrado unidirecional. . . . .	17
5	Teste do caminho quadrado unidirecional. . . . .	18
6	Encoder auxiliar, desenvolvido pela Universidade de Michigan para uso conjunto com o robô <i>Andros V</i> . . . . .	19
7	Erros de localização por odometria com correção periódica. . . . .	20
8	Análise do deslocamento bidimensional e tridimensional do robô. . . . .	20
9	Representação dos eixos de referência adotados. O eixo que está fixo no robô é móvel em relação ao referencial global e seu deslocamento é descrito pela matriz de transformação homogênea. . . . .	23
10	Eixo local fixo no centro do robô.As possíveis rotações são mostradas pelas setas circulares. . . . .	23
11	Rotação de um eixo cartesiano em torno de Z. . . . .	24
12	Sistema de coordenadas para o projeto do controlador de posição final. . . . .	29
13	Exemplos de superfícies utilizadas nos testes de simulação. . . . .	31
14	Robô do modelo <i>Pioneer 3-DX</i> . . . . .	32
15	Percurso do robô sobre uma superfície senoidal, saindo do ponto P(0,0) e chegando em P(-3,-4). . . . .	35
16	Percurso do robô sobre uma superfície plana inclinada, saindo do ponto P(0,0) e chegando em P(1,4). . . . .	36

17	Percurso do robô sobre uma superfície senoidal com parte do trajeto controlado manualmente, saindo do ponto $P(0,0)$ e chegando em $P(-1,-2)$ . . . . .	37
18	Rastros do robô durante o percurso indicando suas rotações de acordo com a superfície. . . . .	38
19	Rotação do eixo global segundo os ângulos de Euler em eixo fixo. . . . .	43
20	Robô do modelo <i>Pioneer 3DX</i> . . . . .	45

# 1 *Introdução*

Atualmente, os robôs vem sendo utilizados em diversas áreas além da industrial, desde entretenimento até em situações que oferecem risco à integridade das pessoas. Neste cenário altamente dinâmico, a Robótica cresce e se especializa, à medida que surgem novos desafios inerentes ao desenvolvimento das tecnologias.

Uma das formas de classificação dos robôs é segundo sua anatomia, podendo ser fixos (manipuladores) ou móveis. O grupo móvel se divide em aéreos, aquáticos e terrestres, sendo que no último, podem ser com rodas, esteiras ou pernas [1].

A navegação de robôs móveis é um assunto bastante discutido mundialmente, e ainda não possui uma solução absoluta. Vários métodos e técnicas são propostos pelos pesquisadores, no entanto todos possuem restrições, sejam de caráter financeiro ou técnico. “Mas afinal porque a locomoção de robôs é tão complicada?”.

Qualquer pessoa sem problemas visuais já nasce com a capacidade de captar e interpretar as imagens do ambiente que o cerca. Automaticamente, um mapa do local é formado e armazenado em sua memória, de forma que possa localizar-se no espaço. Analogamente, a máquina pode ser considerada cega e, portanto, localizar-se é uma tarefa complicada. A “visão” do robô é baseada nos dados provenientes dos sensores ou equipamentos que ele pode utilizar. Sonares, lasers, satélites (GPS), câmeras e odômetros são os mais estudados. Ainda assim, tudo que fornecem são dados em forma de sinais, que precisam ser processados de tal maneira que possibilite construção de um mapa para descrever o ambiente dentro do possível. Assim, o robô poderá se localizar e então executar suas tarefas designadas com segurança [2].

Neste contexto, o presente trabalho visa a navegação robótica através do desenvolvimento de um sistema de navegação para superfícies não planares utilizando a odometria como método de localização. Apesar de suas desvantagens para terrenos irregulares (conforme apresentadas na subseção 1.2.3), o método é um dos mais simples e práticos de ser utilizado, além de requerer baixo custo computacional e não possuir muitas restrições

quanto ao tipo de ambiente de navegação.

Um fator que compromete o posicionamento e que é primordial em muitas aplicações é o erro. Ele é proveniente tanto dos equipamentos quanto do próprio robô e variam de acordo com as configurações do ambiente. Enquanto não é desenvolvido um robô autônomo capaz de navegar eficientemente em qualquer tipo de terreno, a alternativa é analisar onde ele será inserido e escolher o sistema mais adequado para que os objetivos sejam alcançados [3].

Apesar de mais complexo, o trabalho em superfícies não planares é mais abrangente, pois permite maiores possibilidades de navegação do robô em situações reais. Além disso, não há muitos estudos na área de navegação baseado exclusivamente em odometria para superfícies 3D, um dos motivos para a adoção deste método no projeto.

## 1.1 Navegação de robôs móveis

A navegação de robôs é realizada, basicamente, em quatro etapas: percepção, localização, cognição, e controle de movimento. O robô deve interpretar as informações recebidas dos sensores e, através delas, ser capaz de localizar-se no espaço. De posse desses dados, é possível decidir como proceder e atingir suas metas, realizando o contínuo controle sobre a movimentação durante o percurso [4].

Como citado em [5], os raciocínios para os robôs móveis referentes à sua interação com o ambiente são classificados em deliberativo, reativo e híbrido.

Na estratégia deliberativa, o robô recebe previamente informações de seus sensores acerca do ambiente em que irá trafegar. De posse desses dados o local é mapeado, permitindo ao robô o planejamento de suas ações e posteriormente o acionamento dos atuadores para a execução de seus objetivos. Caso o robô se encontre em ambientes dinâmicos, a eficiência do método em questão é reduzida. Vale lembrar que o mapeamento da área exige elevado esforço computacional. A Figura 1 ilustra o modelo deliberativo.

O controle reativo por sua vez não requer informações prévias do ambiente de navegação. Não há, dessa forma, a reconstrução do mundo virtual e conseqüentemente planejamento. As ações tomadas pelo robô são definidas pelas informações correntes obtidas durante a navegação. Este raciocínio permite ao robô a navegação em ambientes cujos obstáculos presentes sejam dinâmicos. Assim, conforme um deles seja detectado, pode ser, de maneira reativa, evitado.

Conforme mostrado na Figura 2, o controle reativo trabalha com processamento em paralelo, tornando inevitável a determinação da ordem de prioridade das tarefas a ser executadas.

Por fim, a estratégia de controle híbrido reúne funcionalidades das duas abordagens supracitadas com o intuito de obter um sistema mais robusto e flexível.

A escolha do tipo de controle é baseada no ambiente de navegação, que pode ser estruturado, não estruturado e semi-estruturado.

Em um ambiente estruturado, os objetos são estáticos, e, portanto, o espaço de trabalho é conhecido e não sofre alterações. Neste caso sugere-se a abordagem de controle deliberativo.

No ambiente não estruturado, não há conhecimento ou controle da movimentação dos obstáculos presentes, tornando o planejamento inviável. O controle reativo adapta-se melhor a este caso.

O ambiente semi-estruturado, por fim, é o intermediário dos anteriores. Sua geografia é conhecida, porém, admite-se um grau de mobilidade aos objetos presentes. Devido essas características intermediárias, o controle híbrido pode ser uma boa solução. Assim, pode ser feito um planejamento local, porém com possibilidades de reação a obstáculos não previstos.

A complexidade também varia de acordo com o grau de liberdade de movimento do robô. Espaços internos (*indoor*), como escritórios, galpões, quadras, são considerados planos, sendo a movimentação executada em duas dimensões. Neste sentido, o controle deve lidar com três graus de liberdade,  $\mathbf{h} = [x \ y \ \psi]^T$ , referentes às coordenadas do plano bidimensional e o ângulo de orientação do robô em relação a um referencial fixo.

Ambientes externos (*outdoor*), por sua vez, são irregulares, possuindo aclives e declives

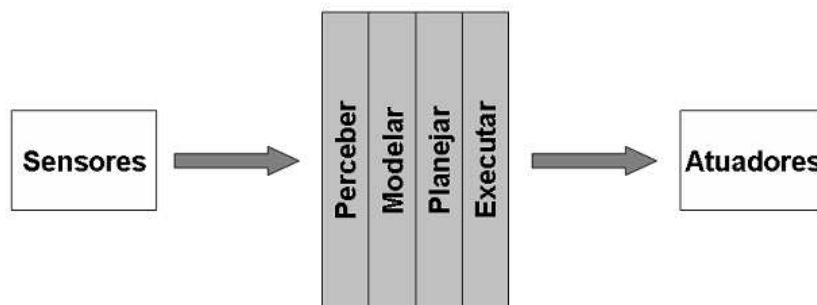


Figura 1: Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com controle deliberativo.

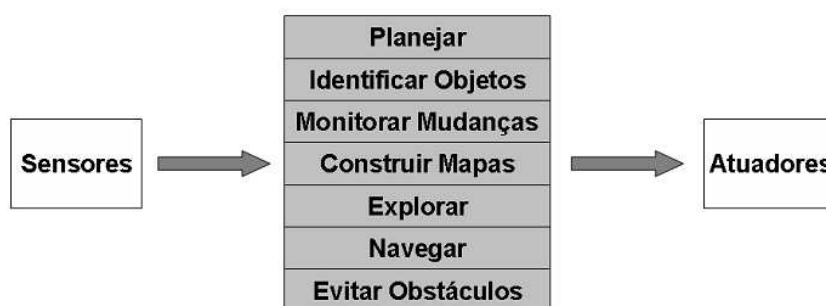


Figura 2: Diagrama de blocos da arquitetura de um robô móvel com controle reativo.

que permitem seis graus de liberdade ao robô. Logo, seis variáveis são necessárias para descrever sua postura no espaço, definidas pelo vetor  $\mathbf{h} = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ . Sendo assim, as técnicas desenvolvidas para o espaço 2D devem ser modificadas para contemplar as novas variáveis do problema. Vale ressaltar que as chances de erro de localização neste caso são maiores devido às próprias características físicas do terreno, entre outros fatores.

Apesar da maior complexidade e possibilidade de erros, a navegação 3D permite uma enorme gama de aplicações práticas, como o uso de robôs móveis inteligentes para combate de incêndios florestais [6], sondas para exploração de planetas [7] e mapeamento e navegação segura utilizando veículos autônomos [8] e [9].

Para um robô móvel, é extremamente difícil navegar em um ambiente desconhecido, pois não há maneiras de estabelecer uma rota eficiente entre dois pontos, sem nenhuma informação prévia. Para tanto, o robô precisa progressivamente assimilar o território de tal modo que, posteriormente, seja capaz de usar esse conhecimento no planejamento de sua trajetória [10].

Por esse motivo, o robô deve conhecer sua localização em qualquer instante, para que, criando um mapa, ele possa guiar-se pelo espaço chegando ao objetivo desejado. Grande parte desse problema provém da dificuldade de modelagem do ambiente, bem como sua percepção pelo robô. Por maior que seja a área de cobertura dos sensores e equipamentos disponíveis atualmente, seus alcances e aplicações podem ser limitados pelos obstáculos e irregularidades dos terrenos. Outros aspectos importantes no quesito sensorial são a presença de ruídos, imprecisão e a relação custo-benefício. Isso faz necessário o uso de sistemas de redundância para maior confiabilidade do sistema, elevando conseqüentemente a complexidade de programação e o trabalho de calibração dos sensores [1].

Para o projeto, o ambiente considerado é o não estruturado, porém sem obstáculos presentes. E o raciocínio para o controle utilizado é o reativo.



## 1.2 Métodos de Localização

Conforme citado em [11] as soluções propostas até então para a localização são agrupadas em duas categorias: medidas de posição relativa (*dead-reckoning*) e absoluta (sistemas de referência). A primeira delas usa dados de posição anteriores para estimar a atual como no caso da odometria e da navegação inercial.

Por outro lado, o método de localização absoluto determina a posição em relação a um referencial fixo, de posse das leituras recentes dos sensores. Neste grupo estão as bússolas magnéticas, faróis ativos, GPS (*Global Positioning System*), marcos visuais e comparação de mapas (*Model Matching*).

Como nenhum método sozinho é totalmente confiável, normalmente combinam-se dois ou mais deles para melhores resultados. Nos tópicos subsequentes, serão descritos alguns dos mais empregados.

### 1.2.1 GPS

O Sistema de Posicionamento Global (*Global Positioning System* - GPS) é uma tecnologia revolucionária para navegação em ambientes externos. Desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos EUA, inicialmente de uso exclusivamente militar, posteriormente foi liberado para civis. O sistema é sustentado por 24 satélites operantes orbitando no espaço, de tal modo que, em qualquer momento e posição da Terra, ao menos quatro satélites são “visíveis” no céu. Eles emitem sinais que são captados pelo equipamento receptor, o qual calcula a distância entre o satélite e sua localização atual. O cálculo é realizado medindo o tempo de trajeto do sinal entre o satélite e o receptor. Comparando a medida de três satélites, e acrescentando o quarto para maior precisão, a posição global pode ser estimada. O procedimento descrito é conhecido como trilateração. Tal conduta exige elevado sincronismo, motivo pelo qual a bordo de cada satélite há um relógio atômico, conhecido por sua precisão e custo elevado. Aos consumidores comuns seria impraticável adotá-los. Portanto, empregam-se relógios de quartzo nos receptores, que são mais baratos. Aproveitando os sinais enviados pelos satélites, os relógios de quartzo ajustam seus horários constantemente, ficando sempre sincronizados com os relógios atômicos [12].

Como os sinais em questão são de rádio-frequência, o GPS requer que as vias de comunicação estejam desobstruídas. Obstáculos como arranha-céus, túneis, montanhas ou até mesmo interferência por outros sinais podem comprometer os cálculos. Por este

motivo este equipamento não é recomendado para ambientes *indoor*.

Outro problema observado no emprego do GPS é a exatidão das medidas. A precisão encontrada nos equipamentos mais comuns é na ordem de metros, o que em muitos casos não é o suficiente. Maior precisão indica maiores custos, além do maior tempo gasto para obtenção das medidas. Se, por exemplo, a navegação for em velocidades elevadas, o receptor talvez não consiga acompanhar o deslocamento, afetando a confiabilidade do sistema.

Mesmo com as limitações apresentadas, o GPS ainda é uma ferramenta de localização poderosa. Atualmente para uso civil, está incorporada principalmente em automóveis e aparelhos de telefonia móvel, associados a mapas que permitem ao usuário se localizar e planejar trajetos em ambientes desconhecidos. Esta tecnologia também vem sendo aproveitada por profissionais de áreas como mapeamento e medição de terrenos e agricultura de precisão. No âmbito militar por sua vez, o GPS pode representar riscos à segurança. Dispositivos bélicos (como mísseis teleguiados) e planejamento de operações ofensivas tornam-se mais efetivos quando baseados nas informações provenientes dos satélites. Por esta razão, a disponibilidade do sistema para civis foi restringida ou teve o grau de precisão limitado no passado em tempos de conflitos entre nações, como medida de prevenção de ataques. E nada impede que em possíveis futuros conflitos o sistema venha a ser bloqueado novamente, causando muitos problemas aos meios que se baseiam nesse método para navegação [11]. Pensando nisso, alguns países recentemente vem desenvolvendo um sistema similar ao GPS para que esta ferramenta não seja controlada por uma única nação. Mas ainda não está operacional.

### 1.2.2 Marcos Visuais

Esta é uma técnica de localização absoluta que consiste na detecção de marcos, geralmente fixos, que servirão de guias referenciais para o robô. Os marcos não possuem um formato padrão definido, ficando sua escolha a critério do programador. Além disso podem ser naturais ou artificiais [12].

Os marcos naturais, apesar do nome, são mais eficientes quando “feitos pelo homem”. Portanto, é mais apropriado definí-los como objetos cuja função original não seja orientar robôs, o caso de colunas, laterais de portas, junção de paredes, lâmpadas etc. Desse modo, sua utilização é recomendada apenas em ambientes altamente estruturados, como escritórios e corredores.

Os marcos artificiais são desenvolvidos especificamente para auxiliar a navegação de robôs. Por isso, são projetados para sua fácil identificação e variam em formato e tamanho (círculos, quadrados, espirais etc.). Ainda podem conter dados adicionais através de código de barras, por exemplo. No entanto o ambiente precisa ser adaptado para este fim. Por isso dificilmente este método será utilizado em ambientes externos.

Normalmente emprega-se imagens obtidas por câmeras para a procura dos marcos, mas sensores de varredura também são compatíveis. O problema do trabalho com imagens é o seu processamento, a lentidão pode comprometer a localização em tempo real (online) [11]. As variações na iluminação do ambiente (o escurecimento provocado por nuvens, reflexos de Sol entre outros) e os ruídos inerentes ao processo influenciam as imagens, possibilitando a confusão na leitura e má interpretação dos sinais.

Além disso no que diz respeito a marcos naturais, independentemente do tipo de sensor escolhido, a precisão da medida é inversamente proporcional à sua distância da marcação.

No percurso entre dois marcos, o robô navega “no escuro”, então precisa de um ou mais métodos de localização complementares. Geralmente adota-se uma técnica de *dead-reckoning* (“*deduced reckoning*”, contagem deduzida), como a odometria.

A vantagem deste sistema está na vasta literatura encontrada sobre o tema, com teorias bem fundamentadas. Por exemplo, em [13], os autores propõem um algoritmo preciso de navegação baseada em marcos para várias situações, e em [14] verifica-se a implementação de redes neurais para o reconhecimento dos marcos visuais.

### 1.2.3 Odometria

A odometria é uma técnica de posicionamento e localização relativa que realiza a medida da posição e orientação do robô móvel baseado no deslocamento das rodas. Os sensores mais comuns aplicados à odometria são os encoders óticos. Eles funcionam baseados na transmissão e recepção de feixes de luz que cruzam um disco perfurado girando acoplado ao eixo da roda. Assim, é possível obter a velocidade angular ( $w$ ) da roda, que facilmente pode ser convertida em velocidade linear ( $v$ ), conforme (1.1) onde  $r$  representa o raio da roda [15].

$$v = w.r \tag{1.1}$$

Em alguns casos, a odometria é a única forma de navegação disponível e oferece uma solução de baixo custo e computacionalmente simples. Porém, por depender da integração dos deslocamentos incrementais das rodas, está sujeita ao acúmulo de erros, que aumenta

proporcionalmente com a distância percorrida pelo robô. Esta característica impõe uma grande limitação ao sistema para longos trajetos. A Figura 3 exemplifica a progressão do erro conforme o robô se move. Com o tempo fica difícil precisar sua posição exata, portanto, é dito que ele se encontra dentro da região de incerteza, representada pelas elipses.

Em [12], os erros de odometria são classificados em dois grupos. Os sistemáticos são aqueles originários do próprio modelo ou objeto de estudo. As principais causas são diferença no diâmetro das rodas, desalinhamento dos eixos de direção, resolução finita dos sensores, taxa de amostragem limitada e divergência entre as medidas nominais e reais.

Já os erros não-sistemáticos são provenientes de fatores externos, como terrenos irregulares, objetos inesperados no trajeto e deslizamento das rodas (piso escorregadio, alta aceleração, curvas em altas velocidades, interação com outros corpos, falta de contato

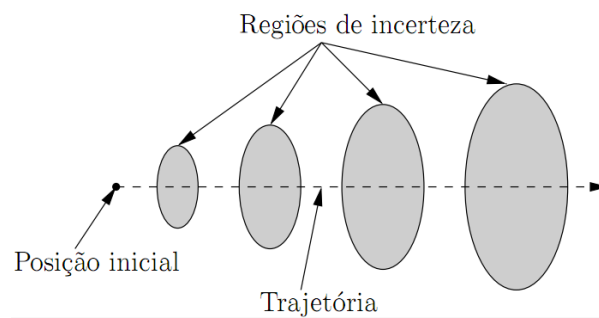
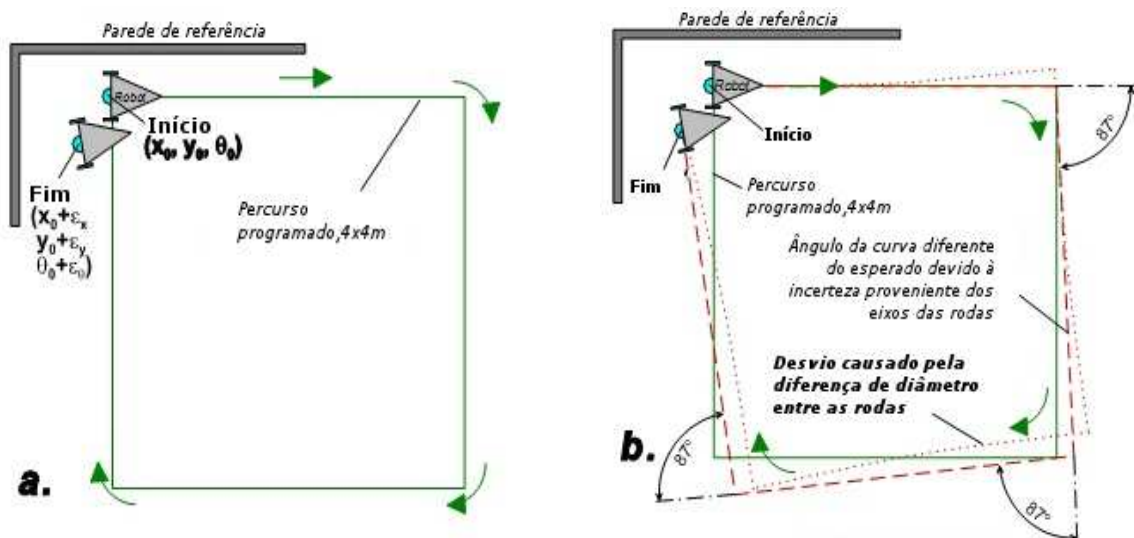


Figura 3: Progressão das “elipses de erro” indicando o aumento da incerteza da posição na odometria.



(a) Percurso nominal.

(b) Dois tipos de erros gerando o mesmo desvio na posição final.

Figura 4: Teste do caminho quadrado unidirecional.

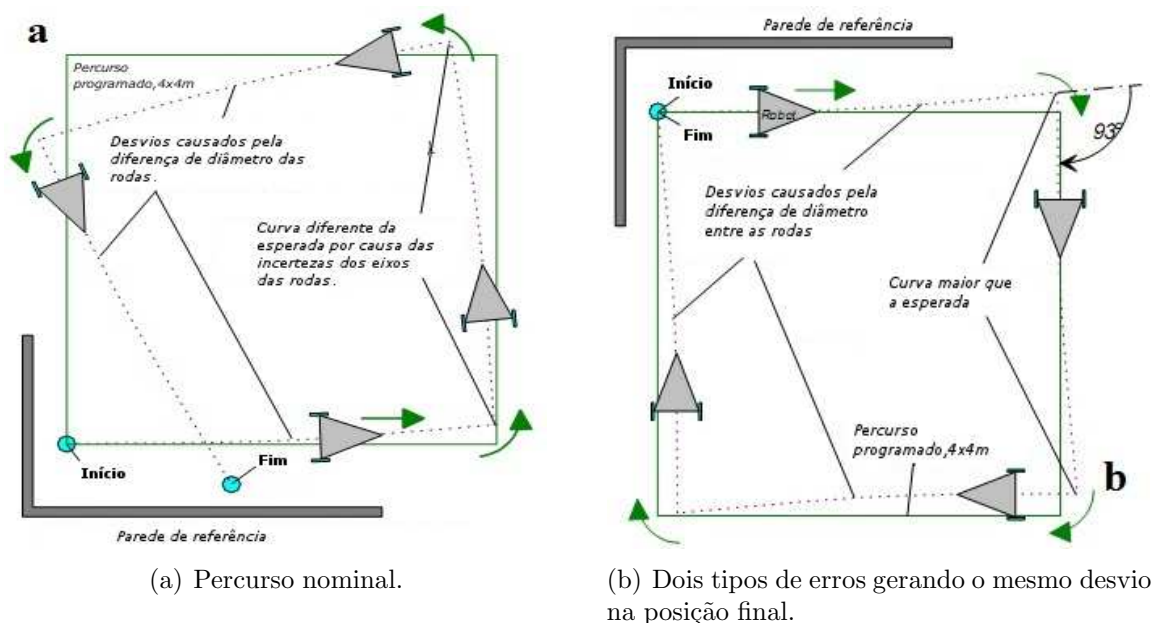


Figura 5: Teste do caminho quadrado unidirecional.

com o chão dentre outros).

Percebe-se que o segundo grupo é imprevisível e, portanto, difícil de estabelecer métodos de correção. Uma solução inicial é melhorar a estrutura física do robô, para que seja menos afetado por estes elementos.

Para os erros sistemáticos foram propostos alguns métodos de medida e correção detalhados em [12] e [16]. A primeira medida sugerida é trabalhar com sensores e equipamentos mais precisos, dentro do possível, pois os custos aumentam proporcionalmente com a qualidade. Uma boa calibração dos sensores e da mecânica do robô também se faz necessária.

O primeiro teste sugerido é o do caminho quadrado unidirecional. Nele, o robô é programado para seguir um caminho com quatro ângulos retos (formando um quadrado de 4x4m), e então parar. No final, compara-se o ponto de chegada com o de saída, estimando o erro através do desvio do objetivo. A Figura 4 mostra o percurso e o sentido do deslocamento é indicado pelas setas; duas paredes perpendiculares são postas como referência de posicionamento.

Mas diferentes erros podem culminar no mesmo resultado ou o robô pode ter desvio apenas para um lado. Na Figura 4b, as linhas pontilhadas representam dois possíveis caminhos diferentes executados pelo robô, chegando no mesmo ponto final. Portanto, este teste é incompleto. Uma solução compreende a realização do percurso tanto no sentido horário quanto no anti-horário. Em alguns casos, um erro corrige o outro, porém,

ao inverter o sentido de movimentação, os erros se somam, possibilitando sua melhor identificação. Esse procedimento é chamado de teste do caminho quadrado bidirecional, mostrado na Figura 5, o qual demonstra melhores resultados.

Um encoder auxiliar pode incrementar a precisão das medidas. Trata-se de um dispositivo contendo um sensor de deslocamento, rebocado pelo robô, exemplificado na Figura 6. Visto que o trailer não se move por conta própria, tem menos chances de sofrer escorregamento nas rodas, sendo dessa maneira mais confiável.

Outra alternativa é usar dois robôs movendo-se lado a lado, em uma distância predefinida, de modo que ambos sirvam como referência para o outro. Cada desvio pode ser imediatamente corrigido verificando a variação da distância entre eles.

Ainda com estas propostas de correção, a odometria por si só não é capaz de fornecer dados precisos sobre a localização do robô com o passar do tempo. Caso combinada com uma técnica de posição absoluta, esta imprecisão pode ser corrigida. Isso seria feito confrontando os dados periodicamente e então zerando os erros da odometria. Assim, outro método poderia ser usado apenas como apoio, poupando esforço computacional. A Figura 7 demonstra o que foi dito.

Em ambientes 2D a odometria é amplamente utilizada como solução prática, porém, quando deseja-se a navegação em terrenos acidentados, o desafio aumenta. Isso devido às maiores chances de erros causados por deslizamento das rodas, ausência de contato do robô com o chão e mais obstáculos presentes entre outros.

Além dos erros comentados, outro fator que dificulta a aplicação direta da odometria em superfícies 3D é a medida do deslocamento na presença de aclives/declives. Caso o deslocamento do robô utilize apenas as informações da odometria, não há nenhuma outra forma de se certificar que seu destino foi alcançado. Em outras palavras, dado um objetivo, o robô calcula o quanto deve se deslocar e assim o faz. Entretanto o cálculo da distância a



Figura 6: Encoder auxiliar, desenvolvido pela Universidade de Michigan para uso conjunto com o robô *Andros V*

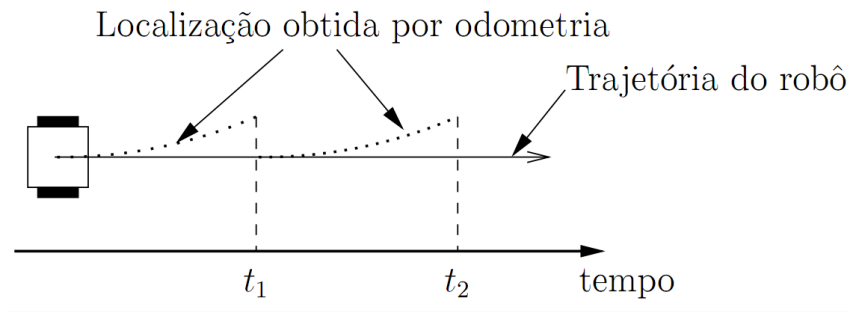


Figura 7: Erros de localização por odometria com correção periódica.

ser percorrida depende apenas de duas dimensões, visto que devido às restrições físicas do veículo não faz sentido especificar uma altura a ser alcançada (o robô não voa ou salta). Por isso, quando é especificado um destino, será referente apenas às coordenadas no plano  $xy$  do sistema cartesiano, desconsiderando a altitude em que o robô se encontra.

A Figura 8 explica o deslocamento de dois robôs partindo do mesmo ponto e que precisam chegar no mesmo destino. O primeiro caminha em uma superfície plana, enquanto o segundo passará por uma rampa. Como saíram do mesmo ponto, a distância  $d$  que devem percorrer é a mesma. Deste modo, percorrido a distância  $d$ , ambos os veículos param de se mover. O robô que se deslocou no plano consegue chegar no ponto desejado. Aquele que percorreu a rampa, no entanto, não atingiu o ponto desejado em  $xy$ , porque em função da inclinação, a distância que ele percorre não é suficiente para atingir o ponto final planejado.

Uma forma de resolver esta questão é através da aplicação dos conceitos de rotação e deslocamento entre eixos através das matrizes de transformação homogênea, da álgebra linear revisada no capítulo 2.

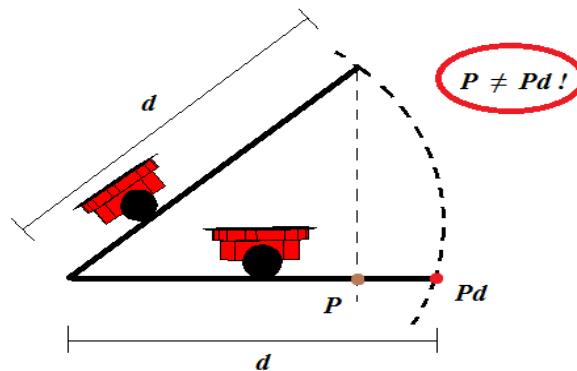


Figura 8: Análise do deslocamento bidimensional e tridimensional do robô.

## 1.3 Objetivos do Trabalho

Tendo em mente a importância da navegação de robôs, pretende-se desenvolver um sistema capaz de controlar o deslocamento de um robô móvel do tipo uniclo<sup>1</sup> em um terreno acidentado. Dada a coordenada objetivo, o robô deve atingi-la o mais corretamente possível, baseando sua localização na odometria. Os erros referentes à odometria serão desconsiderados para simplificação dos cálculos, sabendo-se que não haverá teste com robôs reais.

Será acrescentado a possibilidade de controle manual através de um *joystick* padrão com 12 botões e os resultados serão testados via simulação no ambiente de programação do Matlab2011.

## 1.4 Estrutura do trabalho

O trabalho está estruturado em quatro capítulos. No primeiro capítulo é feita uma introdução ao tema, abordando os aspectos gerais com respeito a navegação de robôs móveis. Alguns métodos para localização além do proposto no projeto são brevemente descritos a título de comparação.

O segundo capítulo compreende os métodos utilizados para a resolução da proposta da monografia. Primeiramente é feita uma revisão da álgebra matricial envolvida nos cálculos, passando por sua aplicação ao sistema proposto. Por fim é apresentada a estratégia para o projeto do controlador do robô móvel.

Os resultados das simulações são exibidas no terceiro capítulo, através dos gráficos de trajetória obtidos do programa. Já no capítulo final, são apresentadas as considerações finais obtidas no trabalho e sugestões para seu prosseguimento.

Para maiores esclarecimentos, no apêndice A encontra-se a dedução da relação entre dois sistemas de referência. E no apêndice B algumas informações técnicas à respeito da plataforma de simulação *Pioneer-3DX*, bem como os sensores que terão sua função simulada no programa desenvolvido para o projeto.

---

<sup>1</sup>Também chamado de robô móvel de tração diferencial, possui rodas sobre um mesmo eixo virtual que são acionadas independentemente. Esta configuração permite ao robô girar sobre seu próprio eixo [5].



## 2 *Navegação de robôs móveis*

Neste capítulo será abordado o método adotado para a navegação do robô móvel. Começando por sua postura no espaço e pelos cálculos referentes a sua localização. Na sequência, após determinar a postura do robô, a estratégia de controle utilizada será proposta e implementada.

### 2.1 Navegação no espaço 2D e 3D

O primeiro aspecto a considerar ao se tratar de navegação é a percepção sensorial do mundo por parte do robô. Na prática, as informações do ambiente são obtidas através de sensores inerciais embarcados, capazes de fornecer dados a respeito do deslocamento, velocidade angular e linear, além dos ângulos de inclinação do robô (*roll*, *pitch*, *yaw*, para o espaço 3D) [17]. Essas informações são fundamentais para a determinação da postura do robô no ambiente, pois serão utilizadas para a localização do robô.

Como citado na subseção 1.2.3, a odometria é um sistema de posicionamento relativo, ou seja, depende de dados anteriores de localização para calcular sua postura atual. Porém, para que o robô consiga navegar até determinado local, é necessário que haja um eixo fixo pelo qual ele possa se orientar. O eixo tomado como referência é aquele que descreve a postura inicial do robô no espaço, nomeado **eixo global**. Através dele é possível definir onde o robô se encontra e o quanto falta para atingir a meta almejada (vale lembrar que o sistema de orientação empregado será o dos eixos cartesianos, (xyz)).

Existe também outro eixo, que é fixo em relação ao corpo robô. Contudo ele é móvel em relação ao eixo global. Este é o **eixo local** ou **eixo do robô** e posiciona-se de tal modo que o deslocamento nominal do robô é apontado pelo eixo x (movimento longitudinal, sobre o qual ocorre também o movimento de rolagem - *roll*). O eixo y (movimento lateral, sobre o qual ocorre também o movimento de arfagem - *pitch*) é ortogonal ao eixo

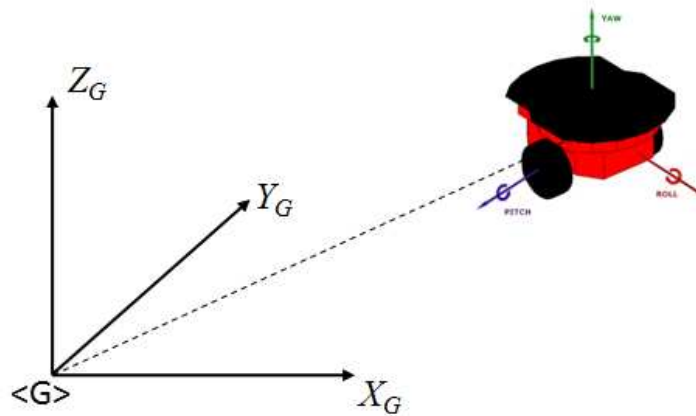


Figura 9: Representação dos eixos de referência adotados. O eixo que está fixo no robô é móvel em relação ao referencial global e seu deslocamento é descrito pela matriz de transformação homogênea.

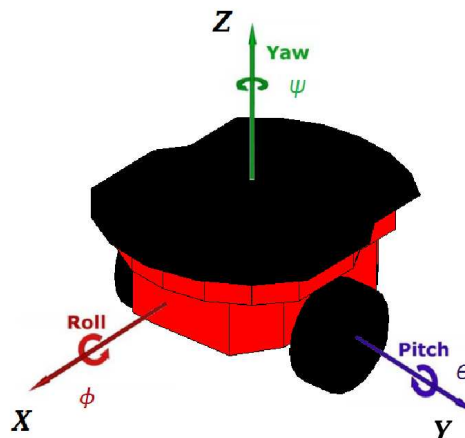


Figura 10: Eixo local fixo no centro do robô. As possíveis rotações são mostradas pelas setas circulares.

x e aponta para o lado esquerdo do robô. O eixo z (movimento normal, sobre o qual ocorre também o movimento de guinada - *yaw*) aponta para cima, conforme a regra da mão direita. O esquema de orientação descrito pode ser visualizado nas Figuras 9 e 10. Quando a navegação ocorre em ambientes planos, diz-se que o movimento acontece em duas dimensões (2D), isso porque a postura do robô pode ser descrita por dois pontos e um ângulo, representados pelo vetor  $\mathbf{h} = [x \ y \ \psi]^T$ . O ângulo  $\psi$  representa as curvas realizadas pelo robô, dadas pela rotação em relação ao eixo z.

Em locais não planares ou irregulares, o terreno poderá possuir acíves e declives. O posicionamento global do robô em relação ao eixo z por este motivo também varia. Logo, as três dimensões precisam ser avaliadas.

O acréscimo da terceira dimensão possibilita que o robô adquira novas rotações, como

mostrado na Figura 10. Os ângulos seguirão a notação dos ângulos de Euler, *Roll-Pitch-Yaw*, os quais representam as rotações nos respectivos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Portanto, o vetor  $\mathbf{h} = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$  indica as variáveis envolvidas na navegação no espaço 3D.

O princípio do cálculo de postura é o mesmo para ambos os casos (2D e 3D). O objetivo é descrever a posição e orientação do robô usando como referência o eixo global. Para isso, a cinemática será analisada por intermédio de matrizes de transformação, que sintetizam o posicionamento de um eixo que foi deslocado e/ou rotacionado de sua forma anterior.

### 2.1.1 Transformação Homogênea

A matriz de transformação homogênea  $H$  é obtida segundo a equação (2.1). A matriz de rotação<sup>1</sup>  $R$  é derivada da projeção do eixo local no eixo global dada pelo produto escalar dos vetores unitários nas direções de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , como sugerido na Figura 11. O vetor  $d$  representa o deslocamento do robô no espaço ( $d = [x \ y \ z]^T$ ) [18].

$$H = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Considerando duas dimensões, só existe rotação no eixo  $z$ . Escrevendo conforme o

---

<sup>1</sup>Por definição,  $R$  é uma matriz ortogonal. Neste grupo a matriz inversa é igual à transposta.

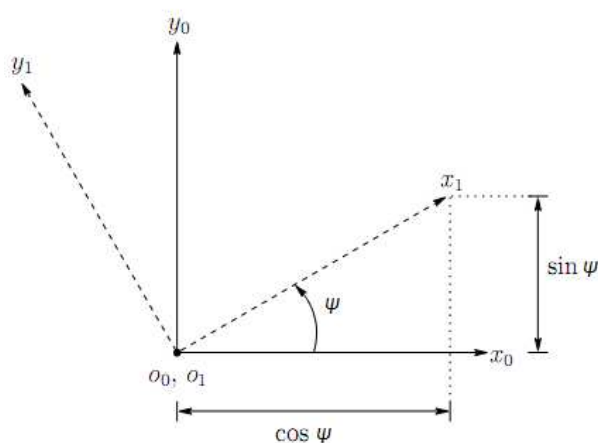


Figura 11: Rotação de um eixo cartesiano em torno de  $Z$ .

produto escalar de dois eixos<sup>2</sup>, ilustrado na Figura 11, tem-se

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} x_1 \cdot x_0 & y_1 \cdot x_0 \\ x_1 \cdot y_0 & y_1 \cdot y_0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Expandindo o sistema para três dimensões, chegaremos nas equações de rotação no eixo x em (2.4), eixo y em (2.5) e eixo z em (2.6).

$$Rx_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$Ry_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$Rz_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Os ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  são conhecidos como **ângulos de Euler**, em eixo fixo, convenionados como as rotações em *roll*, *pitch* e *yaw*, respectivamente. No ambiente 3D, o robô pode sofrer rotações em mais de uma direção. Portanto, a matriz de rotação final  $R$  é resultado da multiplicação sucessiva das matrizes referentes a cada eixo. A multiplicação seguirá o sistema de eixo fixo mostrado em (2.7)<sup>3</sup>, onde a ordem das rotações é z, y e x, ou seja,

$$R = R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi}, \quad (2.7)$$

$$R = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\theta + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi c_\theta + c_\psi s_\theta c_\phi \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\theta + s_\psi s_\theta s_\phi & -c_\psi c_\theta + s_\psi s_\theta c_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}.$$

Para obter a posição do robô  ${}^L P$  em relação ao eixo global, basta aplicar a matriz de

<sup>2</sup>O índice subscrito nas variáveis representa o eixo em questão, enquanto o sobrescrito é o eixo ao qual se refere. Na notação  $R_1^0$ , entende-se como a rotação do eixo 1 em relação ao eixo de referência 0.

<sup>3</sup>Sempre que for conveniente será utilizada a notação abreviada  $c_\theta = \cos \theta$  e  $s_\theta = \sin \theta$  para as funções trigonométricas

transformação homogênea no vetor posição local, como em (2.8).

$${}^L P = {}^L_G H \cdot {}^G P$$

$${}^G P = ({}^L_G H)^{-1} \cdot {}^L P$$

$$\begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^T & -R^T d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \\ z_L \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

## 2.2 Postura do robô durante a navegação

A cinemática da posição do robô é representada em (2.8). Uma vez que os sensores de odometria trabalham com taxas de amostragem, o controle será realizado com base na cinemática da velocidade, que é a variação da posição linear e angular do robô com o tempo.

Assim como as velocidades lineares e angulares, os ângulos de orientação influenciam diretamente na posição final do robô no ambiente. Vale dizer que o robô real possui sensores embarcados que fornecem as medidas de orientação relativa, porém na simulação tais valores precisam ser calculados/estimados.

No sistema de dois eixos, é possível estabelecer uma relação entre o vetor normal à superfície no eixo local e a referência global. Seja  ${}^L \mathbf{N} = [N_{\hat{i}} \ N_{\hat{j}} \ N_{\hat{k}}]^T$  o vetor normal à superfície de simulação e  ${}^G \mathbf{N} = [0 \ 0 \ 1]^T$  o vetor da normal na origem do eixo global, sua relação é descrita por

$${}^G \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi_G \cdot \tan \theta_G & \cos \phi_G \cdot \tan \theta_G \\ 0 & \cos \phi_G & -\sin \phi_G \\ 0 & \sin \phi_G / \cos \theta_G & \cos \phi_G / \cos \theta_G \end{bmatrix} {}^L \mathbf{N}. \quad (2.9)$$

Conhecida a superfície de simulação,  ${}^L \mathbf{N}$  na posição atual do robô pode ser facilmente obtido por um método de cálculo de normal que utiliza conceitos de gradiente. Resolvendo (2.9) para os ângulos, tem-se

$$\phi_G = \arctan \frac{{}^L N_{\hat{j}}}{{}^L N_{\hat{k}}} \quad (2.10)$$

e

$$\theta_G = \arcsin(-{}^L N_{\hat{z}}), \quad (2.11)$$

onde  $\phi$  e  $\theta$  indicam a inclinação da superfície. Como o ambiente não rotaciona em relação ao referencial global, o ângulo de guinada do eixo fixo z é nulo, i. e.,

$$\psi_G = 0. \quad (2.12)$$

### 2.2.1 Postura atual no referencial do robô

Analisando as restrições de movimentação impostas pela estrutura física do robô tipo unicycle simulado, é possível verificar as configurações de postura em relação ao referencial fixo no robô. Seguindo a configuração mostrada na Figura 10, percebe-se que os possíveis movimentos do robô são apenas translação nos eixos x e y, e rotação em z. Em outras palavras, o robô não pode andar de lado ou rotacionar em x ou y. Isso significa que mesmo em se tratando de locomoção em ambiente irregular, para o robô seu posicionamento de acordo com o eixo local será descrito pelo vetor  $\mathbf{h} = [x \ y \ \psi]^T$ , da mesma forma que em ambientes planos.

No que tange a velocidades, descrevem-se as relações envolvendo velocidade linear ( $u$ ) e velocidade angular ( $w$ ), conforme o modelo cinemático dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

O multiplicador  $a$  representa a distância da origem do eixo local ao centro do robô. Este recurso permite um pequeno deslocamento do eixo local em relação ao centro do robô e facilita a ação de controle<sup>4</sup>.

### 2.2.2 Postura atual no referencial global

No caso do referencial global, todas as seis variáveis referentes aos graus de liberdade do robô na superfície são envolvidas nas equações. Logo, a postura do robô é dada por

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

---

<sup>4</sup>Caso se tenha o eixo local coincidente com o centro do robô,  $a = 0$  e a cinemática do robô mudaria, bem como o controlador.

onde  $\xi = [x \ y \ z]^T$  representa a posição e  $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$  a orientação do robô.

A matriz de rotação de transferência angular é a mesma de (2.9), aqui nomeada,

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi_G \cdot \tan \theta_G & \cos \phi_G \cdot \tan \theta_G \\ 0 & \cos \phi_G & -\sin \phi_G \\ 0 & \sin \phi_G / \cos \theta_G & \cos \phi_G / \cos \theta_G \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

e é necessária para a representação da orientação do robô no referencial global. A matriz de rotação de  $R$  definida na subseção 2.1.1, segue o sistema de eixo fixo para representar as rotações nas três dimensões. Porém, além do eixo fixo global, deve-se considerar a rotação proveniente do eixo móvel do robô. Neste caso, segue-se a regra de eixo corrente, onde a multiplicação das matrizes são realizadas na ordem em que as rotações acontecem. Uma vez que no eixo local apenas ocorrerá rotação em  $z$ , basta pós-multiplicar a matriz  $R$  de (2.7) por  $R_z$  em (2.6),

$$R_{zxyz} = RR_z. \quad (2.16)$$

Dessa maneira, a equação final para a cinemática da velocidade no referencial local é

$${}^L \dot{\mathbf{q}} = J \cdot {}^G \dot{\mathbf{q}} \quad (2.17)$$

Resolvendo para obter a relação referente ao eixo global fica

$${}^G \dot{\mathbf{q}} = J^{-1} \cdot {}^L \dot{\mathbf{q}}, \quad (2.18)$$

onde o Jacobiano  $J$  é dado por

$$J = \begin{bmatrix} R_{zxyz} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & W \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

## 2.3 Controle de postura no espaço 3D

Resolvido o problema de localização e posicionamento no ambiente, resta desenvolver o sistema de controle para que o robô seja autônomo.

O objetivo é fazer com que o robô alcance uma coordenada previamente especificada, considerando que é possível navegar por toda a superfície. Além disso, não haverá quaisquer obstáculos presentes. A estratégia utilizada será baseada no modelo de [5].

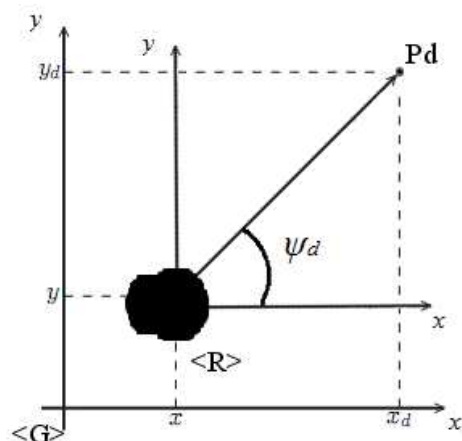


Figura 12: Sistema de coordenadas para o projeto do controlador de posição final.

### 2.3.1 Estratégias de controle

O ponto de partida para desenvolver o controlador é estabelecer uma ação de controle  $\mathbf{u}$  que minimize os erros de posição. Se o ponto desejado é dado por  $\mathbf{X}_d = (x_d, y_d)$  e a posição atual do robô será  $\mathbf{X} = (x, y)$ , então o erro é obtido pela subtração das coordenadas, i. e.,  $\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_d - \mathbf{X}$ , ou ainda,

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_d - \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Assim sendo, o erro de posição indica o quão longe do objetivo está o robô. No entanto, levar o erro a zero equivale a chegar no ponto desejado.

Para que a navegação ocorra é preciso também que o ângulo  $\psi$  do robô seja tal que o permita chegar a seu destino, lembrando que o robô anda apenas na direção  $x$  de seu eixo local. Analisando o esquema da Figura 12, almeja-se que o ângulo  $\psi$  do robô em relação ao eixo global atinja o ângulo desejado  $\psi_d$ .

O controlador será fundamentado na Teoria de Lyapunov [18]. Com base nisso será usada a função de erro quadrática radialmente ilimitada, dada por

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}}, \quad (2.21)$$

onde  $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{x} \ \tilde{y}]^T$  é o vetor do erro das coordenadas  $x$  e  $y$ . Seja  $V(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  uma função continuamente diferenciável em um domínio  $D \subset \mathbb{R}^n$ . Além disso,  $V$  é definida positiva, i. e.,  $V(0) = 0$  e  $V > 0$  para  $x \neq 0$ . Então  $V$  é chamada **Função Candidata de Lyapunov**.



Reescrevendo (2.13) apenas em função de  $x$  e  $y$  (desconsiderando  $\psi$ ),

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{K}\mathbf{u}. \quad (2.22)$$

Para alcançar o ponto mínimo de (2.21), toma-se sua derivada temporal, e após substituir (2.20) em (2.22), tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{X}}^T \dot{\tilde{\mathbf{X}}} \\ \dot{V} &= \tilde{\mathbf{X}}^T (\dot{\mathbf{X}}_d - \mathbf{K}\mathbf{u}). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Analisando (2.23), é possível utilizar um sinal de controle conforme proposto em [5].

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1}(\dot{\mathbf{X}}_d - K_x \tanh(\tilde{\mathbf{X}})), \quad (2.24)$$

onde  $K_x$  é uma matriz de ganhos definida positiva. Para evitar uma possível saturação das ações de controle, utiliza-se a função ( $\tanh(\cdot)$ ). Inserindo (2.24) em (2.23), resulta em

$$\dot{V} = \tilde{\mathbf{X}}^T [\dot{\mathbf{X}}_d - \mathbf{K}\mathbf{K}^{-1}(\dot{\mathbf{X}}_d + K_x \tanh(\tilde{\mathbf{X}}))],$$

e finalmente

$$\dot{V} = -\tilde{\mathbf{X}}^T K_x \tanh(\tilde{\mathbf{X}}) < 0. \quad (2.25)$$

Uma vez que  $\tilde{\mathbf{X}}^T \tanh(\tilde{\mathbf{X}})$  assume valores positivos para todo número real, derivada da função candidata de Lyapunov (2.25) será definida negativa. Por conseguinte  $[\tilde{\mathbf{X}}]^T \in L_\infty^n \cap L_2^n$ , garantindo dessa maneira que  $[\tilde{x} \ \tilde{y}]^T \rightarrow [0 \ 0]^T$  para  $t \rightarrow \infty$ , assintoticamente.

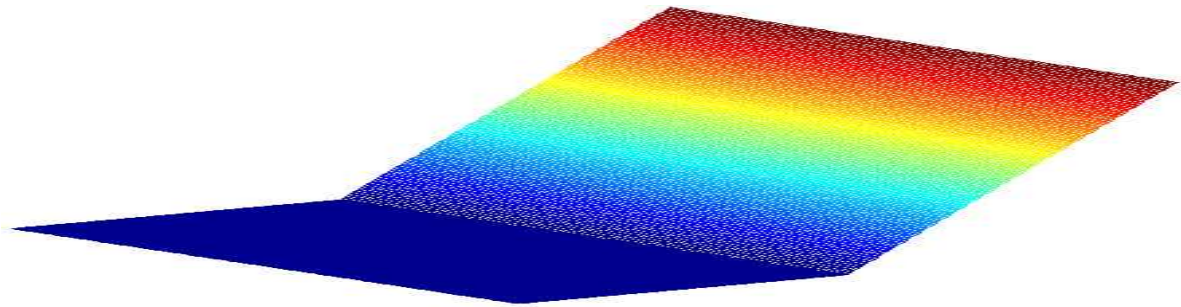
Assim fica comprovado que o controlador será estável em termos de posição e desse modo atende as expectativas do trabalho. Vale ressaltar que no modelo proposto não há exigências quanto a orientação de chegada do robô ao ponto desejado, logo qualquer orientação com que ele atinja o alvo será válida.

Na Figura 13 estão duas das superfícies utilizadas para os testes nas simulações. As superfícies não planares dificultam o controle do robô. Isso porque o método de controle adotado é baseado no erro dado pela subtração das coordenadas desejadas pelas atuais do robô  $\tilde{\mathbf{X}}$ , dada apenas em termos dos planos  $x$  e  $y$ . Para uma superfície planar, essa diferença representa o vetor da distância que o robô deve percorrer no 2D.

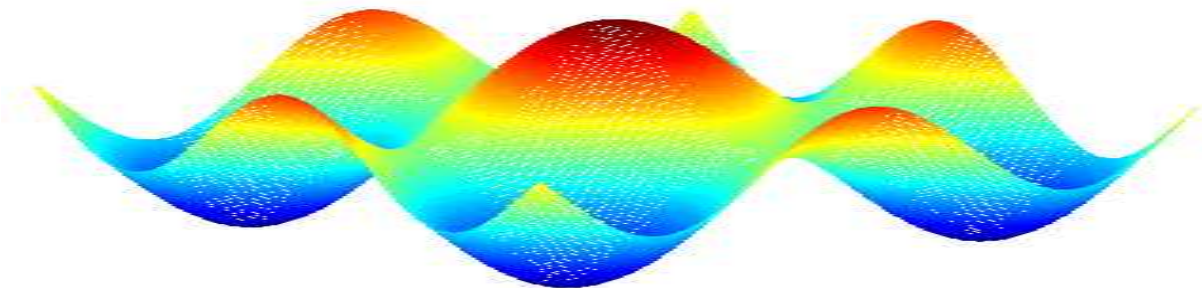
No entanto, em superfícies não planares, o vetor de erro de posição calculado pode ser menor do que o real deslocamento do robô, já que  $\tilde{\mathbf{X}}$  não inclui as coordenadas do eixo  $z$ . Assim, o tempo do trajeto se torna maior. Dependendo do caso, mesmo o robô estando bem próximo do destino levará muito tempo para atingir o alvo, pois se encontra em situação de declive ou aclive. Na tentativa imediata de remediar essa situação o aumento

das constantes de ganho no sinal de controle pode ser útil, apesar de não resolver o caso.

Uma rápida inspeção visual na superfície da Figura 13b facilita a compreensão desta situação. Analisando em x e y a distância entre o ponto de máximo e mínimo da superfície, percebe-se que a distância a ser percorrida é maior do que a calculada por  $\tilde{\mathbf{X}}$  devido a elevação existente.



(a) Superfície plana inclinada.



(b) Superfície senoidal

Figura 13: Exemplos de superfícies utilizadas nos testes de simulação.

## 3 Resultados e Discussões

Neste capítulo são exibidos os resultados obtidos nas simulações do controlador através dos gráficos contemplando a trajetória executada pelo robô para atingir as coordenadas desejadas.

O robô móvel simulado é o *Pioneer 3-DX* da Mobile Robots em uma abordagem simplificada, como mostra a Figura 20. Não haverá restrições na navegação no que diz respeito à inclinações máximas que o robô seria capaz de enfrentar sem risco de capotagem. Da mesma forma não serão considerados obstáculos no caminho, nem os erros cumulativos provenientes do sistema de odometria.

O ponto de partida escolhido para o robô será sempre o centro da superfície com a direção  $x$  do eixo local alinhada com o  $x$  da referência global, e os principais parâmetros adotados para o controlador são  $a = 0,1(m)$ ;  $K_w = 0,001$ ;  $K_x = K_y = 0,4$ .

### 3.1 Controle de posição em superfície senoidal

A Figura 15 destaca o percurso executado pelo robô em uma superfície senoidal. O destino especificado foi o ponto  $P = (-3, -4)$ . Na Figura 15a pode-se visualizar duas curvas, representando o mesmo trajeto. A curva no plano  $z = 0$  é o caminho realizado no

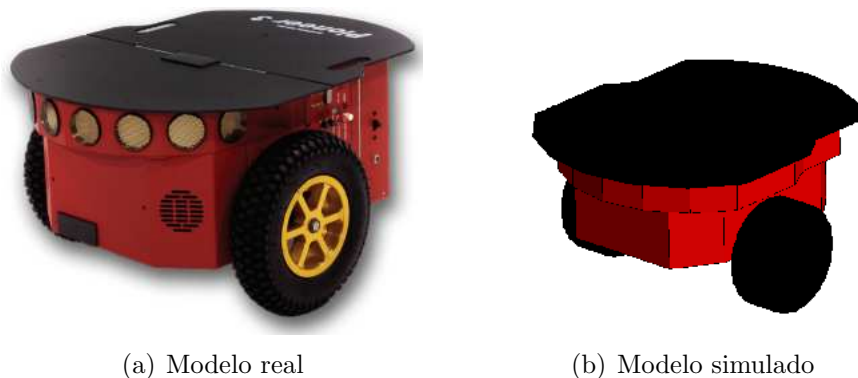


Figura 14: Robô do modelo *Pioneer 3-DX*

ponto de vista do robô. Como dito na subseção 2.2.1, para o eixo móvel é como se o robô sempre se movesse no plano, por isso não há variações na altitude.

A outra curva tem como referência o eixo global e portanto descreve o caminho ao longo da superfície, incluindo as depressões ou inclinações percorridas pelo robô. A mesma curva pode ser vista também na Figura 15b juntamente com a parte percorrida da superfície.

Os ângulos do robô seguem a mesma linha de raciocínio. Na referência local só existe rotação em *yaw*, de modo que, com excessão de  $\psi$ , os ângulos de rotação são iguais a zero. Diferentemente do eixo global, onde os ângulos sofrem variações conforme as inclinações da superfície, Figura 15c. No momento inicial, o robô realiza uma rotação em *yaw* no intuito de alinhar-se ao ponto de destino. Após o alinhamento, permanece praticamente constante no restante do caminho.

A Figura 15d mostra primeiramente o módulo da diferença entre a posição desejada e a atual do robô. Para que o alvo seja alcançado o erro deve ir a zero, como pode ser verificado no gráfico. As velocidades angular e linear no segundo gráfico são proporcionais aos erros. Nos primeiros instantes quando o robô está mais distante do objetivo o erro é máximo. Então a ação de controle gera um alto valor de velocidade linear  $u$ . Enquanto o robô se aproxima do destino, o controlador reduz este valor.

A velocidade angular é alta no início, momento no qual ocorre o alinhamento do robô com o ponto desejado. A partir daí não há mais necessidade de rotacionar o robô, então o sinal de controle para  $w$  tende a zero.

Nota-se que o controlador é capaz de executar uma navegação suave, em concordância com a estabilidade do sistema comprovada algebricamente na subseção 2.3.1.

## 3.2 Controle de posição em um plano inclinado

Outra superfície de teste foi um terreno plano inclinado. O controlador se comportou como esperado e o robô fez uma curva suave, prosseguindo ao destino de maneira estável. Os resultados são apresentados na Figura 16.

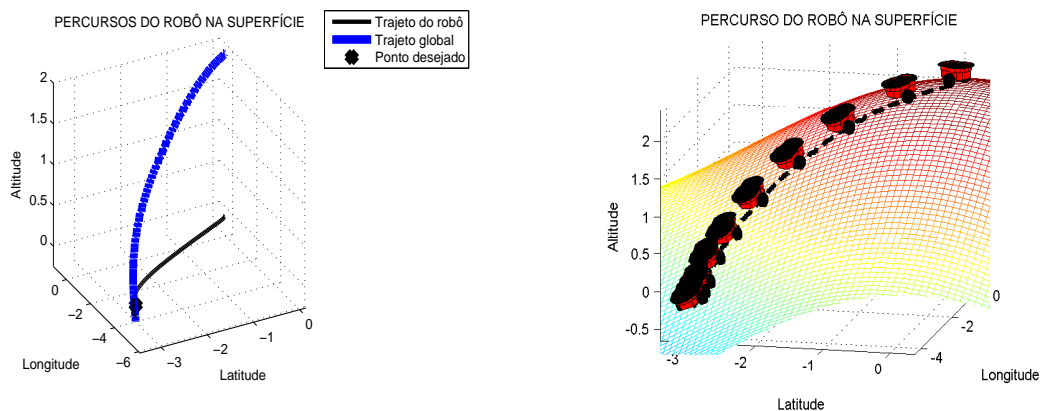
### 3.3 Controle mestre-escravo (Automático-Manual)

Um controle manual através de um *joystick* foi implementado seguindo o sistema de mestre-escravo, onde o *joystick* tem a prioridade de controle (mestre). Enquanto não estiver operando, o controle automático (escravo) é acionado e assume o controle de posição. Esta simulação representa uma circunstância em que se faz necessário o desvio de alguma obstrução no trajeto. É possível desenvolver um sistema de desvio de obstáculos autônomo. Porém em termos computacionais, é bastante complicado detectar certos tipos de problemas como pistas escorregadias ou com possibilidade de imobilização do robô. Nesse sentido, pode ser interessante manter a possibilidade de controle manual e evitar essas situações.

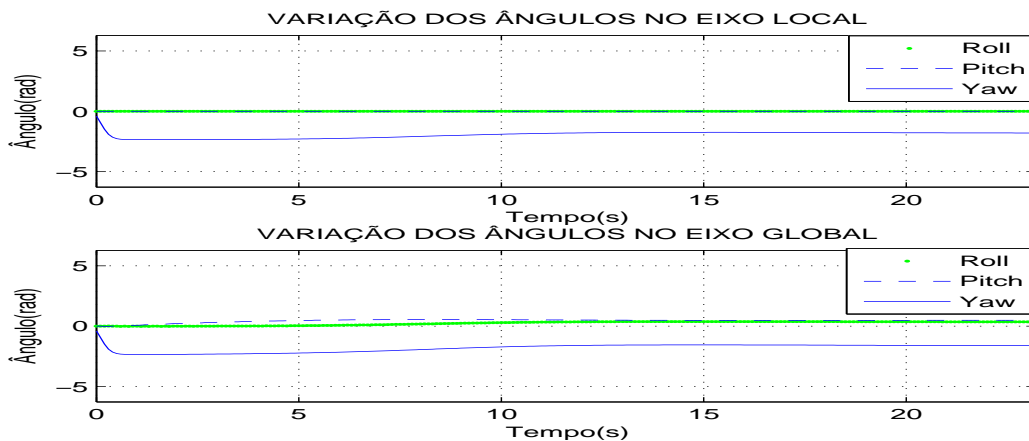
Para testar o sistema mestre-escravo, o robô foi posto a navegar com destino definido em  $P = (-1, -2)$ . Antes de atingir sua meta, o controle manual foi acionado em 5s de simulação e o robô foi dirigido até outra região da superfície. Em seguida, o controle manual foi liberado (aproximadamente em 15s de simulação) dando lugar ao controle autônomo novamente. Na Figura 17a, é possível visualizar o momento em que o controle automático é retomado pela mudança abrupta na trajetória. No mesmo instante em que é acionado, o controle automático força uma rotação e retorna ao ponto final conforme esperado.

Com o controle manual a rotação em *yaw* é determinada pela entrada analógica do *joystick*. Pode ser constatado na Figura 17b que o sinal de  $\psi$  oscila bastante até o momento em que o controle autônomo é retomado. Os demais ângulos de rotação são determinados pela superfície, por isso não se alteram significativamente. Analogamente, tem-se a oscilação do erro de posição e das velocidades na Figura 17c.

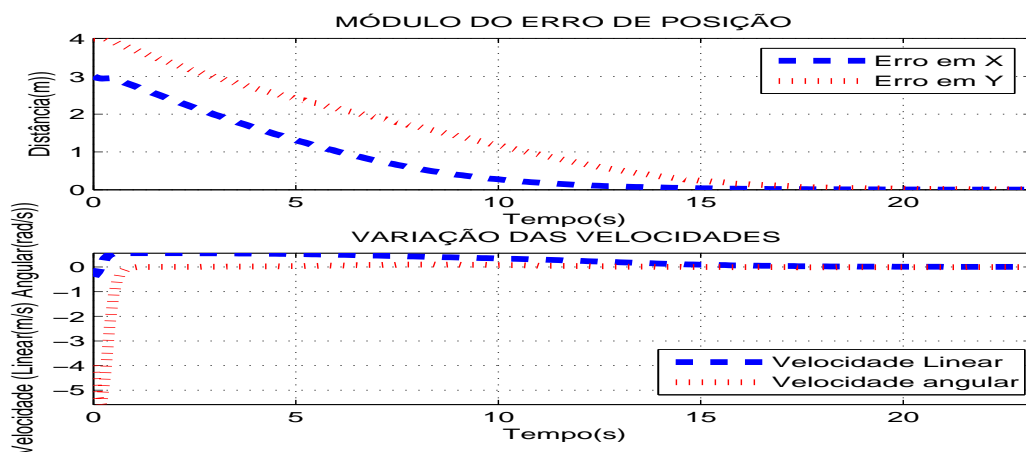
Em todos os testes o robô conseguiu reproduzir a angulação da superfície, como mostrado na Figura 18. O que demonstra a veracidade dos cálculos baseados na transformação homogênea mostrados na subseção 2.1.1. A questão acerca do controle para superfícies irregulares sinalizado no final da subseção 2.3.1 também pode ser observada. Os rastros do robô foram desenhados em uma taxa de amostragem fixa, a cada 2s uma imagem é plotada. Nas proximidades do ponto desejado a velocidade do robô está menor, por isso a distância entre os rastros diminui. Quase sobre o alvo o robô já está lento a ponto das imagens ficarem bastante sobrepostas.



(a) Percurso em relação ao eixo local e eixo global. (b) Percurso do robô na superfície.

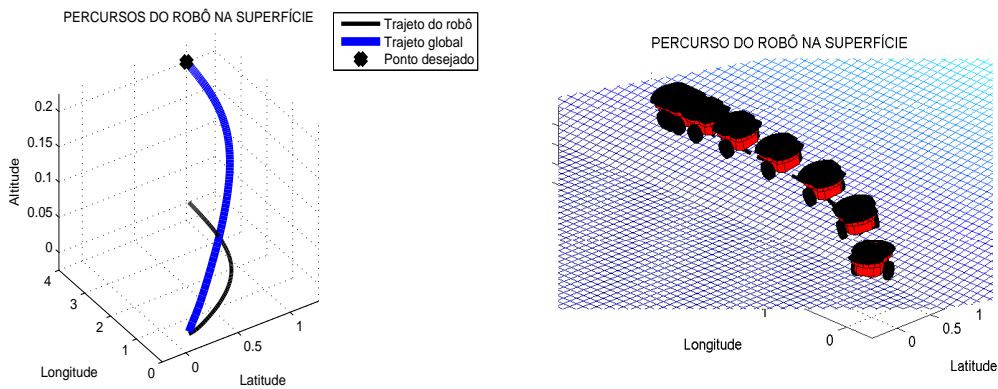


(c) Variação dos ângulos de rotação do robô.

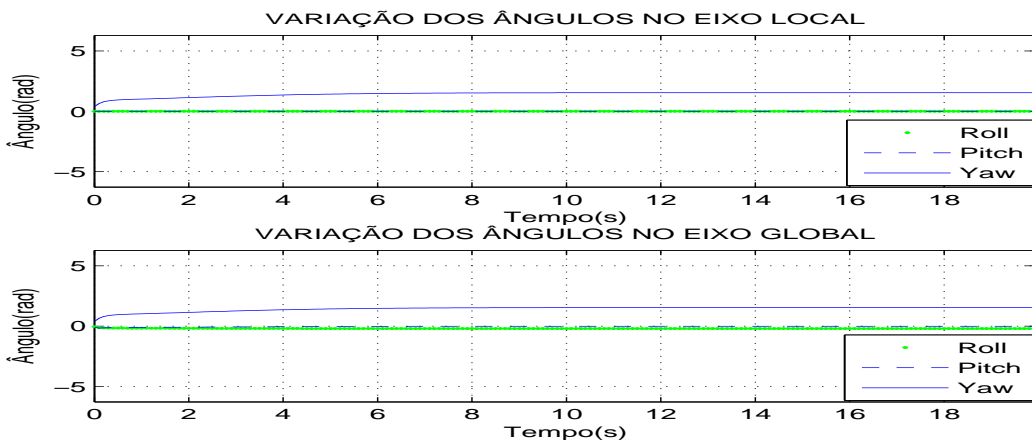


(d) Evolução dos erros de posição e das velocidades linear e angular.

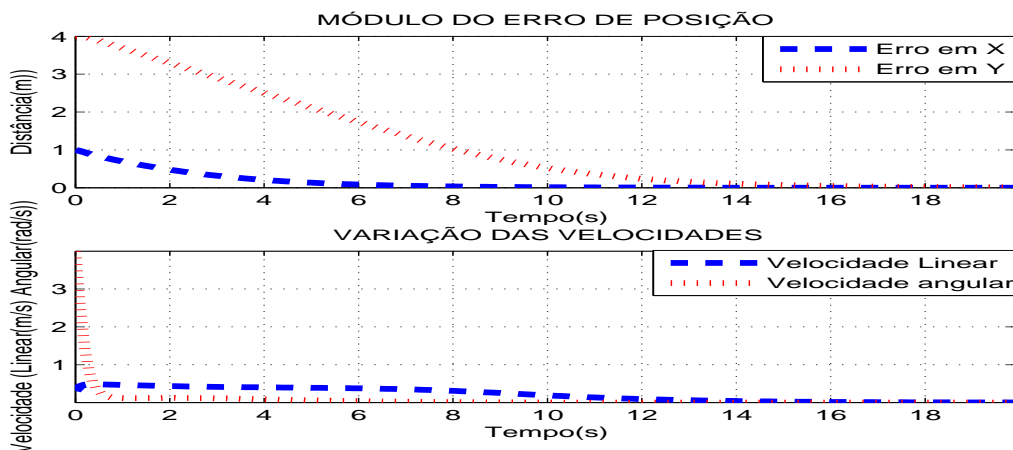
Figura 15: Percurso do robô sobre uma superfície senoidal, saindo do ponto  $P(0,0)$  e chegando em  $P(-3,-4)$ .



(a) Percurso em relação ao eixo local e eixo global. (b) Percurso do robô na superfície.



(c) Variação dos ângulos de rotação do robô.



(d) Evolução dos erros de posição e das velocidades linear e angular.

Figura 16: Percurso do robô sobre uma superfície plana inclinada, saindo do ponto  $P(0,0)$  e chegando em  $P(1,4)$ .

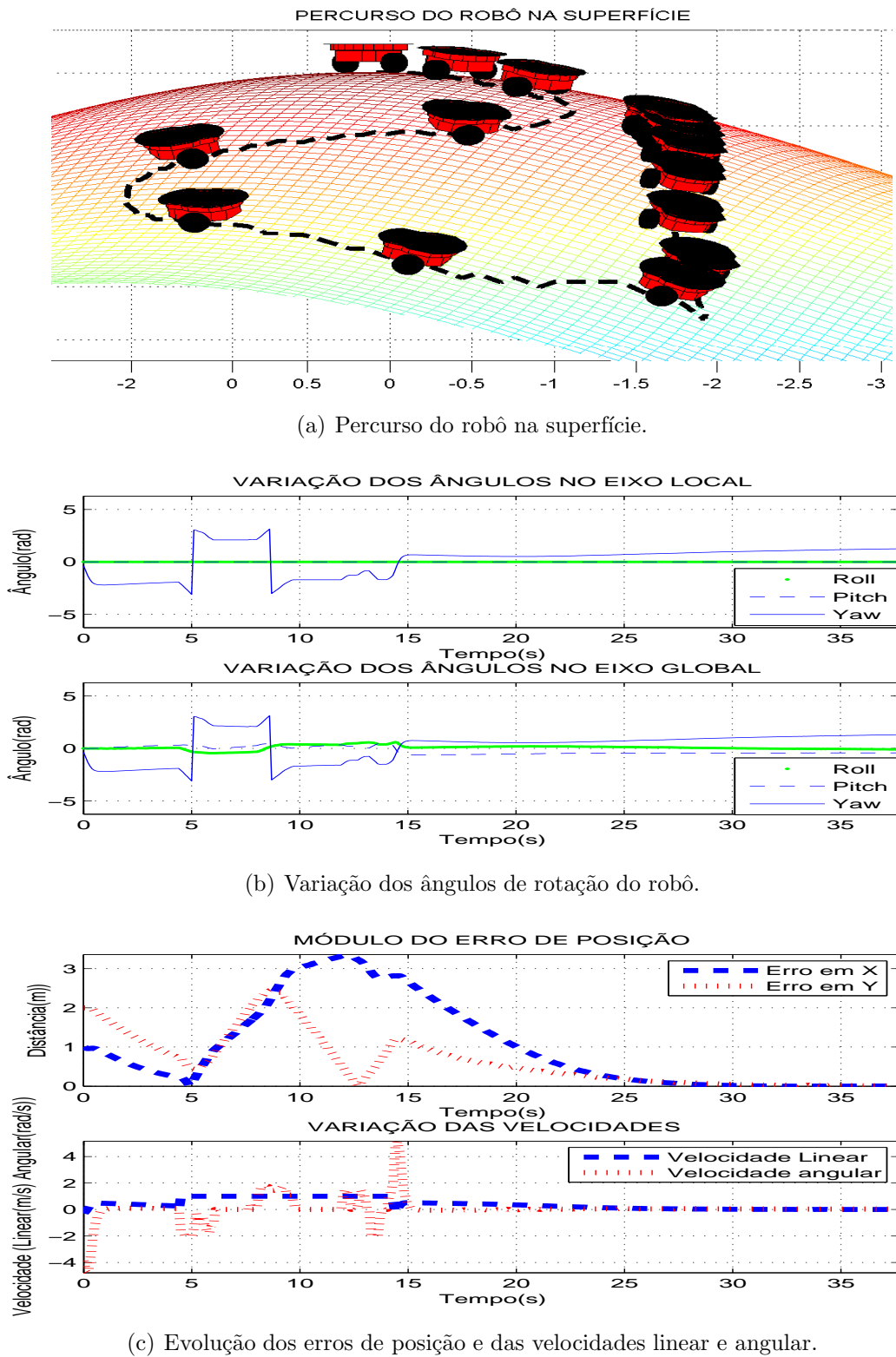


Figura 17: Percurso do robô sobre uma superfície senoidal com parte do trajeto controlado manualmente, saindo do ponto  $P(0,0)$  e chegando em  $P(-1,-2)$ .



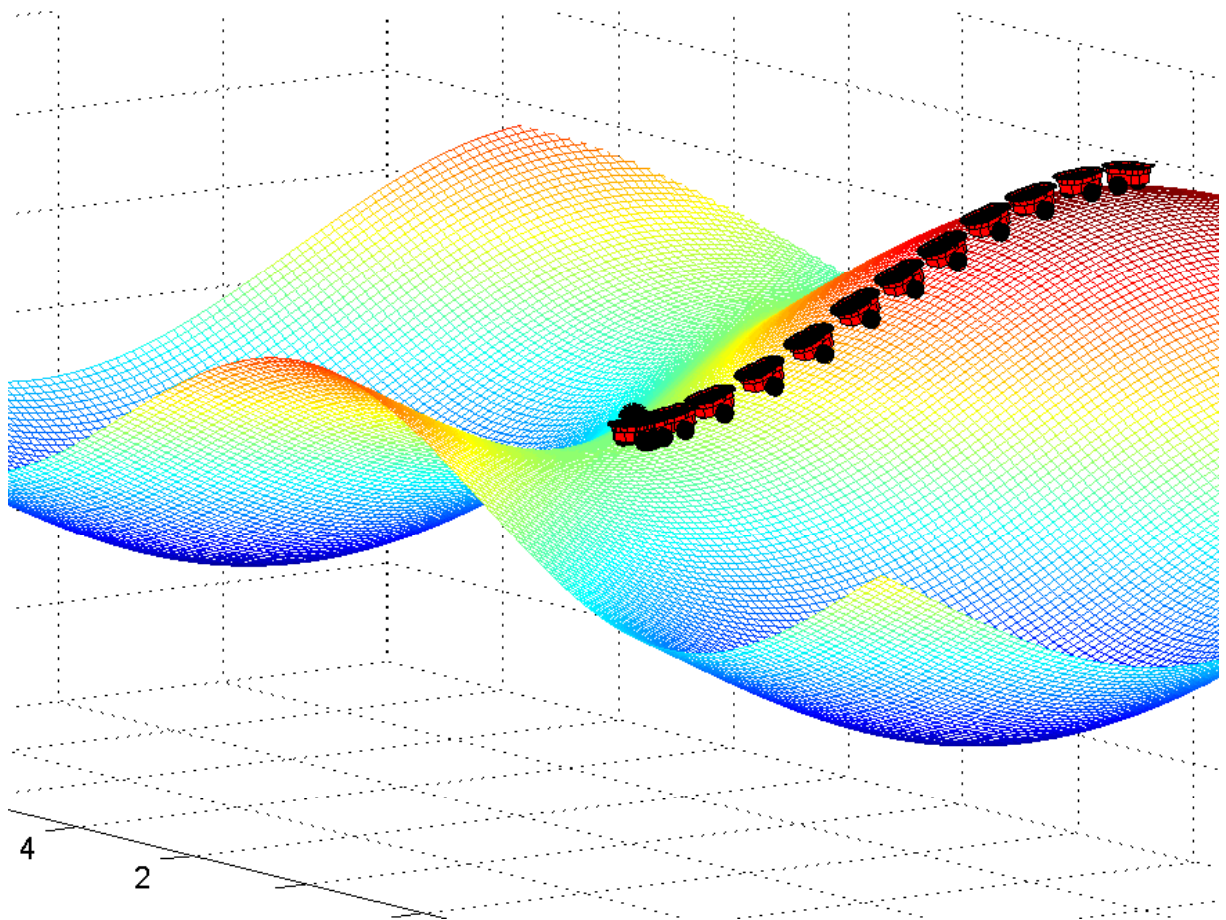


Figura 18: Rastros do robô durante o percurso indicando suas rotações de acordo com a superfície.

## 4 *Conclusões e Projetos Futuros*

A navegação de robôs móveis possui uma complexidade considerável. Até em abordagens mais simples é inevitável o envolvimento de várias áreas do conhecimento como eletrônica, processamento de sinais, mecânica, programação entre outros. Mas o maior problema provém da localização do robô, necessária antes que qualquer ação possa ser executada.

O processo de escolha do método de localização adotado requer análise dos objetivos do trabalho, o ambiente onde será feita a navegação e os recursos disponíveis. Esses fatores interferem diretamente nas estratégias de programação a serem desenvolvidas.

O sistema de localização baseado na odometria mostrou-se bastante prático devido à sua simplicidade computacional. Mas é importante lembrar que este método na realidade está sujeito a erros cumulativos, que comprometem significativamente a navegação do robô em longos trajetos. Por esta razão é conveniente estudar a combinação de dois ou mais métodos de localização complementares para maior precisão e segurança.

A proposta de desenvolvimento de um controlador para um robô móvel do tipo uniciclo foi alcançada dentro das especificações comentadas ao longo do projeto. Por se tratar de um modelo simplificado, a aplicação do trabalho em situações reais é restrita a casos onde não há preocupação com qualquer tipo de obstáculos no ambiente. Porém, com uma pequena adaptação no modelo é possível predeterminar uma trajetória a ser seguida pelo robô ao invés de apenas um ponto. Esta medida torna o projeto mais abrangente, pois possibilita também a navegação em ambientes estruturados (para este caso, o controle passaria de reativo à deliberativo, pois seria feito um planejamento prévio da rota a seguir).

Uma desvantagem do simulador desenvolvido é a necessidade do fornecimento das coordenadas de destino. Esta condição exige o mapeamento prévio da superfície, tarefa com grau de complexidade elevado. Todavia, este fato pode transformar-se em vantagem caso seja agregado, por exemplo, um sistema de GPS responsável pela varredura do

ambiente. Os alvos seriam enviados ao robô e então ele faria sua navegação. Além disso, seria possível a correção dos erros de odometria com os dados fornecidos pelo GPS.

Para projetos futuros, é importante considerar os erros inerentes ao sistema de odometria (principalmente os sistemáticos), bem como a dinâmica do robô (massa, potência dos motores, dimensões físicas etc). Esses estudos podem garantir melhores resultados em testes com robôs reais. Outra medida para promover a robustez do sistema consiste no acréscimo de um sistema de redundância para complementar a localização.

O desenvolvimento de um algoritmo para desvio de obstáculos também é interessante, pois expande significativamente a aplicabilidade do trabalho. Nesse caso de navegação em três dimensões, a classificação da obstrução é relacionada inclusive às características físicas do robô. A determinação do quão íngreme pode ser um aclive ou declive, a ponto de ser considerado um obstáculo ou não, depende dos graus máximos de inclinação que a estrutura física do robô suporta sem que ele capote. Através desta proposta evita-se que o robô tente desviar algo que ele possa simplesmente transpor diretamente, otimizando ainda mais o sistema.

Por fim, para complementar o projeto completo propõe-se a questão do mapeamento de superfície. Neste sentido, as informações do terreno podem ser utilizadas posteriormente pelo mesmo robô, ou por outros, como no caso de uma ação conjunta em uma formação de robôs. Deste modo, o veículo estará apto a desenvolver praticamente todas as tarefas no que diz respeito à navegação, inclusive exploração interplanetária.

## *Referências*

- [1] PIERI, E. R. *Curso de Robótica Móvel*. Brasil, 2002.
- [2] MACHARET, D. G. *Localização e mapeamento em terrenos irregulares utilizando robôs móveis*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil, 2009.
- [3] THRUN, S. *Robotic Mapping: A Survey*. USA, 2002.
- [4] SIEGWART, R.; NOURBAKHSH, I. R. *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. USA: Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [5] BRANDAO, A. S. *Controle Descentralizado com Desvio de Obstáculos para uma Formação Líder-Seguidor de Robôs Móveis*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo, Brasil, 2008.
- [6] PESSIN, G.; AL, F. O. et. Ambiente virtual para simulação de robôs móveis inteligentes aplicados no combate de incêndios florestais. *Disc. Scientia*, v. 7, n. 1, 2006.
- [7] HUNTSBERGER, T. L.; AL, E. T. B. et. *Sensor-Fused Autonomous Guidance of a Mobile Robot and Applications to Mars Sample Return Operations*. USA, 1999.
- [8] LAMON, P.; AL, C. S. et. Mapping with an autonomous car. *Sensors (Peterborough NH)*, 2006.
- [9] STILLER, C.; REDMILL, K.; ÖZGÜNER, . System for safety and autonomous behavior in cars: The darpa grand challenge experience. *Proceedings of the IEEE*, v. 95, n. 2, 2007.
- [10] LAMON, P. *3D Position tracking for all-terrain robots*. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica Federal de Lausana, Suíça, 2005.
- [11] BORENSTEIN, J.; AL, H. R. E. et. Mobile robot positioning - sensors and techniques. *Journal of Robotic Systems, Special Issue on Mobile Robots*, v. 14, n. 4, 1997.
- [12] BORENSTEIN, J.; EVERETT, H. R.; FENG, L. *Where am I? Sensors and Methods for Mobile Robot Positioning*. USA: The University of Michigan, 1996.
- [13] LAZANAS, A.; LATOMBE, J. C. Landmark-based robot navigation. In: *Tenth National Conference on AI, San Jose, CA*. USA: [s.n.], 1992.
- [14] THRUN, S. Finding landmarks for mobile robot navigation. In: *IEEE International Conference of Robotics and Automation*. USA: [s.n.], 1998.

- 
- [15] BEZERRA, C. G. *Localização de um robô móvel usando odometria e marcos naturais*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil, 2004.
- [16] BORENSTEIN, J.; FENG, L. Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 12, n. 5, Outubro 1996.
- [17] LAWRENCE, A. *Modern Inertial Technology: Navigation, Guidance, and Control*. USA: Springer-Verlag, 1998.
- [18] SPONG, M. W.; HUTCHINSON, S.; VIDYASAGAR, M. *Robot Modeling and Control*. USA: John Wiley & Sons, INC, 2005.
- [19] TECHNOLOGY, I. A. *Pioneer 3-DX*. USA.
- [20] KRELLING, P. C. L. *Concepção de um Inclinômetro Foto-Mecânico para Controle Geodésico de Estruturas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, Brasil, 2006.
- [21] ARKIN, R. C.; GARDNER, W. F. Reactive inclinometer-based mobile robot navigation. *Proceedings of the IEEE*, 1990.

## *ANEXO A – Representação entre Dois Sistemas de Referência*

Seja um sistema de coordenadas cartesianas  $xyz$  global  $\langle G \rangle$ , após sofrer rotações no eixo fixo dada por  $R_{x,\phi_G}$ ,  $R_{y,\theta_G}$  e  $R_{z,\psi_G}$ , cuja combinação é dada por

$$R = R_z R_y R_x,$$

este passa a ser representado no referencial local  $\langle L \rangle$ . A representação gráfica para isto é mostrada na Figura 19.

Utilizando a notação em vetores unitários, tem-se  $\hat{i}$  (eixo x),  $\hat{j}$  (eixo y) e  $\hat{k}$  (eixo z). Realizando de forma matricial a composição de rotações, pode-se obter

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{j}_1 \\ \mathbf{k}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_G & \sin \psi_G & 0 \\ -\sin \psi_G & \cos \psi_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_0 \\ \mathbf{j}_0 \\ \mathbf{k}_0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_2 \\ \mathbf{j}_1 \\ \mathbf{k}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_G & 0 & -\sin \theta_G \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi_G & 0 & \cos \psi_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{j}_1 \\ \mathbf{k}_0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

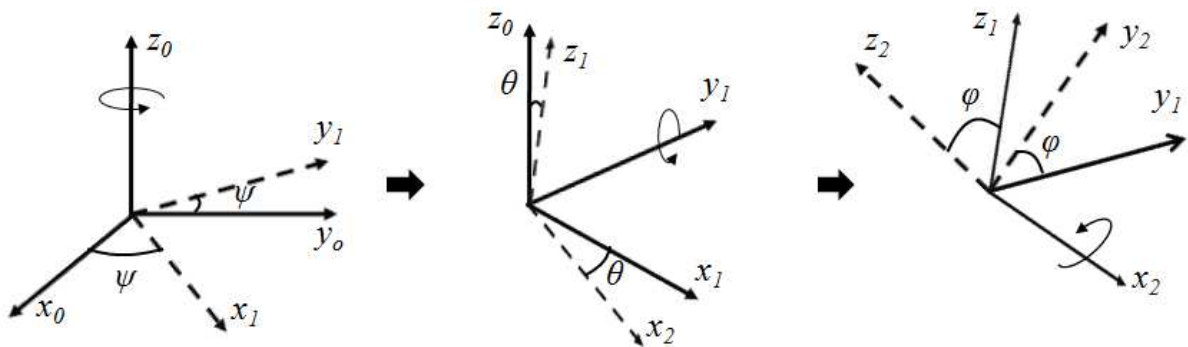


Figura 19: Rotação do eixo global segundo os ângulos de Euler em eixo fixo.

e

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_2 \\ \mathbf{j}_2 \\ \mathbf{k}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_G & \sin \phi_G \\ 0 & -\sin \phi_G & \cos \phi_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{j}_1 \\ \mathbf{k}_1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Neste sentido, a configuração angular no referencial local resultante da combinação em eixos correntes é dada por

$$\eta_L = \phi_L \mathbf{i}_2 + \theta_L \mathbf{j}_2 + \psi_L \mathbf{k}_2 = \psi_G \mathbf{k}_0 + \theta_G \mathbf{j}_1 + \phi_G \mathbf{i}_2 \quad (\text{A.4})$$

De (A.1), (A.2) e (A.3) sabe-se que

$$\mathbf{k}_1 = \sin \phi_G \mathbf{j}_2 + \cos \phi_G \mathbf{k}_2, \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_0 &= -\sin \theta_G \mathbf{i}_2 + \cos \theta_G \mathbf{k}_1 \\ &= -\sin \theta_G \mathbf{i}_2 + \sin \phi_G \cos \theta_G \mathbf{j}_2 + \cos \phi_G \cos \theta_G \mathbf{k}_2, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

e

$$\mathbf{j}_1 = \cos \phi_G \mathbf{j}_2 - \sin \phi_G \mathbf{k}_2. \quad (\text{A.7})$$

Substituindo agora (A.5), (A.6) e (A.7) em (A.4), obtém-se

$$\begin{aligned} \eta_L &= \psi_G (-\sin \theta_G \mathbf{i}_2 + \sin \phi_G \cos \theta_G \mathbf{j}_2 + \cos \phi_G \cos \theta_G \mathbf{k}_2) + \theta_G (\cos \phi_G \mathbf{j}_2 - \sin \phi_G \mathbf{k}_2) + \phi_G \mathbf{i}_2 \\ &= \mathbf{i}_2 (-\psi_G \sin \theta_G + \phi_G) + \mathbf{j}_2 (\psi_G \cos \theta_G \sin \phi_G + \theta_G \cos \phi_G) + \mathbf{k}_2 (\psi_G \cos \theta_G \cos \phi_G - \theta_G \sin \phi_G), \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

que pode ser reescrita em forma de matriz como

$$\begin{cases} \phi_L = -\psi_G \sin \theta_G + \phi_G \\ \theta_L = \psi_G \cos \theta_G \sin \phi_G + \theta_G \cos \phi_G \\ \psi_L = \psi_G \cos \theta_G \cos \phi_G - \theta_G \sin \phi_G \end{cases} \quad \eta_L = W \eta_G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta_G \\ 0 & \cos \phi_G & \sin \phi_G \cos \theta_G \\ 0 & -\sin \phi_G & \cos \phi_G \cos \theta_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_G \\ \theta_G \\ \psi_G \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Finalmente, para representar a relação angular do referencial local no referencial global, faz-se  $\eta_G = W^{-1} \eta_L$  com

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi_G \tan \theta_G & \cos \phi_G \tan \theta_G \\ 0 & \cos \phi_G & -\sin \phi_G \\ 0 & \sin \phi_G / \cos \theta_G & \cos \phi_G / \cos \theta_G \end{bmatrix}.$$

## *ANEXO B – Plataforma de Simulação Pioneer 3-DX*

O Pioneer 3-DX é um robô de duas rodas com tração diferencial (ou tração independente) e uma terceira roda para apoio da estrutura. Além disso, ele possui todos os componentes básicos para sensoriamento e navegação em ambientes do mundo real.

Já vem equipado com sonar frontal, bateria, *encoders* nas rodas que permitem uma eficiente odometria bem como dados referentes as velocidades linear e angular correntes, microcontrolador, computador de bordo o *software* de desenvolvimento de robôs móveis Pioneer SDK.

É um dos robôs mais inteligentes na área de educação e pesquisa. Bastante versátil, confiável e de alta durabilidade são as características que o tornaram a plataforma robótica mais utilizada para pesquisa. São pré-programados, customizáveis e podem ser atualizados. Algumas de suas especificações técnicas são descritas na Tabela 1.

Podem ser adicionados também os acessórios opcionais laser de longo alcance, câmeras de mono e estéreo-visão, sonar traseiro, comunicação serial wireless para Ethernet, braços e garras robóticas, giroscópio, *joystick*, microfones e alto-falantes entre outros [19].



Figura 20: Robô do modelo *Pioneer 3DX*



Carcaça	1.6mm (Al)
Peso	9 Kg
Carga suportada	17 Kg
Pneus	Borracha
Sistema	Serial
Entradas digitais	32
Entradas analógicas	7
Saídas digitais	8
Portas de expansão (serial)	3
Velocidade máxima	1,2 m/s
Velocidade de rotação	300 <sup>o</sup> /s
Baterias	3
Tensão	12 V
Capacidade	7,2 Ah (cada)

Tabela 1: Características gerais do Pioneer 3-DX

## B.1 Sensores

Os cálculos realizados no projeto de localização e controle de navegação levam em conta dados provenientes de alguns sensores embarcados no robô.

Para a simulação, no entanto, estes sensores não existem, de tal modo que foram necessários artifícios de programação para a obtenção dos dados desejados.

Nas subseções seguintes os sensores simulados são citados junto com seus princípios de funcionamento.

### B.1.1 *Encoders*

Sensores nas rodas/motores são dispositivos usados para medir o estado interno e a dinâmica do veículo. Na robótica, esses sensores representam uma solução de baixo-custo com ótima resolução. O *encoder* ótico é um deles.

Basicamente, o *encoder* ótico consiste em uma fonte de luz, um disco perfurado acoplado ao eixo das rodas e detectores óticos fixos. O feixe de luz atravessa o disco perfurado e atinge o fotodetector. A medida que o robô se move, o disco acompanha o movimento de tal forma que o feixe é interrompido periodicamente nas partes onde o disco não é furado. Essas variações geram pulsos elétricos que podem ser computados e

convertidos em rotações por minuto (rpm).

O rpm já representa a velocidade angular da roda. E a resolução do *encoder* é diretamente proporcional a quantidade de furos no disco. Como há um limite físico máximo de furos possíveis, a precisão do sensor é alta, porém limitada. Uma desvantagem devido seu princípio de funcionamento é que o *encoder* ótico não consegue detectar o sentido da rotação, portanto não serve como referência de deslocamento para o robô [4].

### B.1.2 Inclinômetro

No geral, inclinômetro é o nome dado a qualquer dispositivo capaz de medir com certa precisão o ângulo entre uma superfície e a linha perpendicular que aponta ao centro de gravidade da Terra, conforme [20]. Dependendo do tipo ou a disposição do sensor, é possível medir os ângulos *roll* e *pitch* [21].

Existem várias maneiras de implementar um medidor de inclinação. Dentre eles tem-se os pêndulos (que referenciam a variação angular à vertical do local), esferas, líquidos (níveis tubulares com substâncias eletrolíticas, que permitem a avaliação de inclinação baseando-se na medição da voltagem de saída do sistema), através de sensores semelhantes a bússolas capazes de captar a ação do campo magnético da Terra, medição angular direta entre outros.

Possuem basicamente dois métodos de funcionamento: determinação relativa através de uma leitura inicial ou determinação absoluta utilizando a gravidade como elemento de referência. Também podem ser uni ou bidirecionais, com precisão de até 0,001°.