

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MOISES GOULART DA SILVA

**UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO FMINCON NA OTIMIZAÇÃO  
ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM CASCATA: UM  
ESTUDO DE CASO SIMPLIFICADO**

VIÇOSA  
2011

MOISES GOULART DA SILVA

**UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO FMINCON NA OTIMIZAÇÃO  
ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM CASCATA: UM  
ESTUDO DE CASO SIMPLIFICADO**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. M. Sc. Heverton Augusto Pereira.

Co-orientador: Prof. Dr. Marco Aurélio de Almeida Castro.

VIÇOSA  
2011



**MOISÉS GOULART DA SILVA**

**UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO FMINCON NA OTIMIZAÇÃO  
ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM CASCATA: UM  
ESTUDO DE CASO SIMPLIFICADO**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 01 de julho de 2011.

COMISSÃO EXAMINADORA

---

**Prof. M. Sc. Heverton Augusto Pereira - Orientador**  
**Universidade Federal de Viçosa**

---

**Prof. Dr. Marco Aurélio de Almeida Castro - Coorientador**  
**Universidade Federal de Juiz de Fora**

---

**Prof. Dr. José Carlos da Costa Campos - Membro**  
**Universidade Federal de Viçosa**

---

**Prof. Dr. José Tarcísio de Resende - Membro**  
**Universidade Federal de Viçosa**

*“O que, ontem, achavamos suficiente, hoje nos parece abaixo da dignidade humana, e tudo faz crer que nossas exigências serão sempre crescentes.”*

*Émile Durkheim*

*Dedico este trabalho a vocês que sempre me fizeram acreditar na realização dos meus sonhos e trabalharam muito para que eu pudesse realizá-los: meus pais, irmãos, e amigos.*

## *Agradecimentos*

Registro meus agradecimentos a todos os que compartilharam o trilhar de mais esse caminho percorrido, contribuindo, direta e indiretamente, para que eu realizasse meu curso de graduação, auxiliando-me e dando-me forças nos momentos em que mais precisei. Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, que sempre me guiou e protegeu. Aos meus pais, pelo apoio e ajuda. Às minhas irmãs que me receberam em Viçosa, que ajudaram no meu primeiro contato fora de casa. Aos amigos do 1611/301, pelo companheirismo que sempre houve entre nós. Aos professores doutores Marco Aurélio e Heverton Pereira, meus orientadores, que possibilitaram-me a aprendizagem para que eu pudesse realizar este trabalho, por meio do incentivo e orientação que me foram concedidos durante essa jornada, e também pela amizade destes. Agradeço, também, a todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica. Aos meus colegas de turma, por tudo o que com eles aprendi e por compartilharem a construção do meu estudo. Ao CNPq pelo apoio financeiro concedido, sem o qual esta pesquisa não teria sido possível. Apesar do pouco tempo aqui, vou sentir saudade de tudo e de todos.

Muito obrigado.

## *Resumo*

Grande parte de toda a energia consumida nos dias atuais é na forma de eletricidade. O consumo deste tipo de energia tem crescido em todo mundo a cada ano e, para suprir esta demanda, são necessários grandes investimentos nos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia. Por outro lado, a expansão do sistema implica em alto custo financeiro e social. Além disso, se forem ainda considerados os danos causados ao meio ambiente, provocados tanto pelas usinas termelétricas, quanto pelas hidrelétricas, conclui-se que é extremamente necessário o estudo de metodologias de planejamento da operação de sistemas de energia elétrica que retirem o máximo de benefícios das unidades geradoras já instaladas. Assim, o estudo realizado neste trabalho visou mostrar o comportamento operativo ótimo de usinas hidrelétricas e termelétricas, e as relações existentes entre este comportamento e o processo de formação do custo marginal de curto prazo. Para isso, foram analisadas algumas situações, que caracterizam períodos secos, normais, chuvosos e também outras situações que podem ocorrer em usinas hidrelétricas ao longo do tempo, num determinado rio. Com base em resultados obtidos por simulações, estabeleceu-se um conjunto de regras qualitativas que determinam como o custo marginal de operação varia em função das condições de operação de um sistema hidrotérmico de potência. Estas regras resumem-se aos princípios econômicos de operação que acabam por produzir os custos praticados no mercado de curto prazo e, conseqüentemente, determinar o posicionamento dos agentes de mercado. As simulações são feitas utilizando o software MATLAB<sup>®</sup>, e mostram-se resultados com tendências esperadas, baseados em estudos conhecidos e de simulações utilizando outras ferramentas computacionais.

**Palavras-chave:** Planejamento Energético, Otimização, Sistemas Hidrotérmicos de Potência.



## *Abstract*

Currently, most of all energy consumed is in electricity form. The consumption of this type of energy has grown worldwide each year and to meet this demand, large investments are needed in the generation systems, transmission and distribution. On the other hand, the expansion of the system involves high financial and social costs. Also, they are still considered the damage to the environment, caused by both thermoelectric and hydroelectric plants. Then it's extremely necessary the study of methodology of planning systems operation of electrical energy that withdraw the maximum of benefit of generation units already installed. Thus, the study aimed in this work show the behavior of optimal operating hydroelectric and thermoelectric plants, and the relationship between this behavior and the process of formation of the marginal cost of short-term. For this, we analyzed some situations that characterize dry, normal and rainy periods, and also others situations that can occur in the hydroelectric plant. Based on results of simulations, we established a set of qualitative rules that determine how the marginal cost of operation varies depending on operating conditions of a hydrothermal power system. These rules are summarized the economic principles of operation that eventually produce the prevailing costs in the short term market and consequently, determine the positioning of market agents. The simulations are done using MATLAB ® software, and to show results with expected trends based on known studies and simulations using other computational tools.

Keywords: Energy Planning, Optimization, Hydrotermics Power Systems.

## *Sumário*

1	Introdução.....	13
1.1	Planejamento Energético e Modelagem do Sistema.....	14
1.1.1	Introdução.....	14
1.1.2	Planejamento da Operação.....	16
1.1.3	Modelagem Utilizada no Brasil.....	17
1.1.4	Sistemas Hidrotérmicos.....	18
1.1.4.1	Subsistema Hidráulico.....	19
1.1.4.2	Subsistema Térmico.....	19
1.1.5	Modelagem das Usinas Hidrelétricas.....	20
1.1.6	Usinas Termelétricas.....	25
1.1.7	Formulação Completa do Modelo.....	26
1.2	Objetivos.....	29
1.2.1	Objetivo Geral.....	29
1.2.2	Objetivos Específicos.....	29
2	Materiais e Métodos.....	30
2.1	Usinas hidrelétricas de Furnas e de Marimbondo associadas a uma termelétrica.....	31
3	Resultados e Discussões.....	37
3.1	Usinas hidrelétricas associadas a uma termelétrica.....	37
3.1.1	Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 60% da MLT (Representação do período seco).....	37
3.1.2	Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 80% da MLT (Representação do período normal).....	40
3.1.2	Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 120% da MLT (Representação do período úmido).....	42
3.1.3	Volumes iniciais mínimos e finais máximos com 120% da MLT.....	44
3.1.4	Volumes iniciais mínimos e finais máximos com 60% e 80% da MLT.....	47
3.1.4	Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 60% da MLT.....	48
3.1.5	Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 80% da MLT.....	50
3.1.6	Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 120% da MLT.....	52
3.1.7	Volumes iniciais e finais em 50% e 60% da MLT.....	54
3.1.8	Volumes iniciais e finais em 50% e 80% da MLT.....	57
3.1.9	Volumes iniciais e finais em 50% e 120% da MLT.....	59
4	Conclusões.....	61
	Referências Bibliográficas.....	62
	Anexos.....	63

## *Lista de Figuras*

Figura 1. 1 - Estrutura da capacidade instalada do sistema brasileiro [3]. .....	15
Figura 1. 2 - Geração de Energia Elétrica Mundial [3]. .....	15
Figura 1. 3 – Esquema de um sistema hidrotérmico de potência [2].....	19
Figura 1. 4 – Esquema de uma usina hidrelétrica [2] .....	21
Figura 1. 5 – Representação das vazões naturais e incrementais [2].....	22
Figura 1. 6 – Altura de queda bruta [2] .....	24
Figura 1. 7– Curva da Função de Custo Mínimo de Operação de um Sistema Termelétrico [2] .....	26
Figura 2. 1 – Usinas do Sudeste Brasileiro [2]. .....	31
Figura 2. 2 – Localização das Usinas de Furnas e de Marimbondo[2]. .....	31
Figura 2. 3 – Série de Vazões Afluentes da Usina de Furnas [11].....	32
Figura 2. 4 – Série de Vazões Afluentes da Usina de Marimbondo [11]. .....	33
Figura 2. 5 – Série de vazões MLT de acordo com o ano hidrológico brasileiro [11]. .....	34
Figura 2. 6 – Vazões correspondentes a 60%, 80% e 120% da MLT de Furnas.....	35
Figura 2. 7 – Vazões correspondentes a 60%, 80% e 120% da MLT de Marimbondo.....	35
Figura 3. 1 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios. ....	37
Figura 3. 2 - Trajetória Ótima das Gerações. ....	38
Figura 3. 3 – Volume vertido do reservatório de Furnas.....	39
Figura 3. 4 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	39
Figura 3. 5 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios. ....	40
Figura 3. 6 - Trajetória Ótima das Gerações. ....	41
Figura 3. 7 – Volume vertido do reservatório de Furnas.....	41
Figura 3. 8 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	42
Figura 3. 9 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios. ....	42
Figura 3. 10 – Trajetória Ótima das Gerações.....	43
Figura 3. 11– Volume vertido do reservatório de Furnas.....	44
Figura 3. 12– Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	44
Figura 3. 13 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios. ....	45
Figura 3. 14 – Trajetória Ótima das Gerações.....	46

Figura 3. 15– Volume vertido do reservatório de Furnas.....	47
Figura 3. 16– Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	47
Figura 3. 17 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.....	48
Figura 3. 18 – Trajetória Ótima das Gerações.....	49
Figura 3. 19– Volume vertido do reservatório de Furnas.....	49
Figura 3. 20– Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	50
Figura 3. 21 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.....	50
Figura 3. 22 – Trajetórias Ótimas das Gerações.....	51
Figura 3. 23– Volume vertido do reservatório de Furnas.....	52
Figura 3. 24 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	52
Figura 3. 25 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.....	53
Figura 3. 26 – Trajetórias Ótimas das Gerações.....	53
Figura 3. 27 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	54
Figura 3. 28– Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.....	55
Figura 3. 29 – Trajetórias Ótimas das Gerações.....	56
Figura 3. 30 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	56
Figura 3. 31 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.....	57
Figura 3. 32 – Trajetórias Ótimas das Gerações.....	58
Figura 3. 33 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	58
Figura 3. 34 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.....	59
Figura 3. 35 – Trajetórias Ótimas das Gerações.....	60
Figura 3. 36 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.....	60

# ***1 Introdução***

Atualmente, o setor de energia elétrica é caracterizado pela livre concorrência entre os geradores, vendendo o produto, e os setores responsáveis pela sua compra, industriais ou comercializadores. Nesse sentido, em um mercado competitivo, tanto o setor privado quanto o setor público estão interessados numa operação eficiente, caracterizada pela minimização do custo de operação. Isto em sistemas hidrotérmicos não é uma tarefa fácil devido às distintas condições hidrológicas impostas ao parque hidrelétrico.

A minimização deste custo é um dos principais objetivos do planejamento de operação, que determina, de forma centralizada, a participação de usinas termelétricas e hidrelétricas ao longo do período de planejamento, garantindo o suprimento de energia ao menor custo, uma vez que é feita uma otimização global de todo o sistema [1].

No Brasil, o problema da geração de energia elétrica torna-se complexo à medida que as usinas hidrelétricas, principais fontes de geração, são extremamente dependentes de fatores climáticos e também da forma de operação do sistema.

Além disso, as usinas hidrelétricas brasileiras possuem características peculiares graças ao relevo suave, às grandes distâncias entre as usinas geradoras e os centros consumidores, e à intrincada rede de conexões hidráulicas que formam grandes e complexas cascatas com forte interdependência entre as usinas [2].

## **1.1 Planejamento Energético e Modelagem do Sistema**

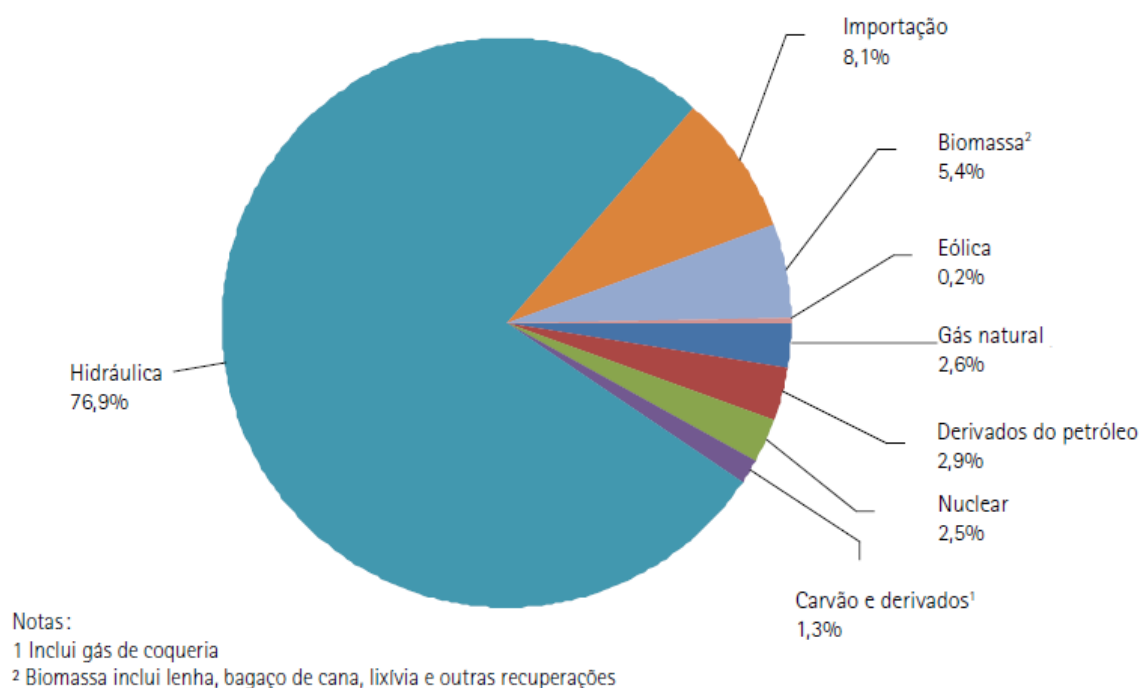
### **1.1.1 Introdução**

Com tamanhos e características que permitem considerá-lo único em âmbito mundial, o sistema de produção e transmissão de energia elétrica do Brasil é um sistema hidrotérmico de grande porte, com forte predominância de usinas hidrelétricas e com múltiplos proprietários.

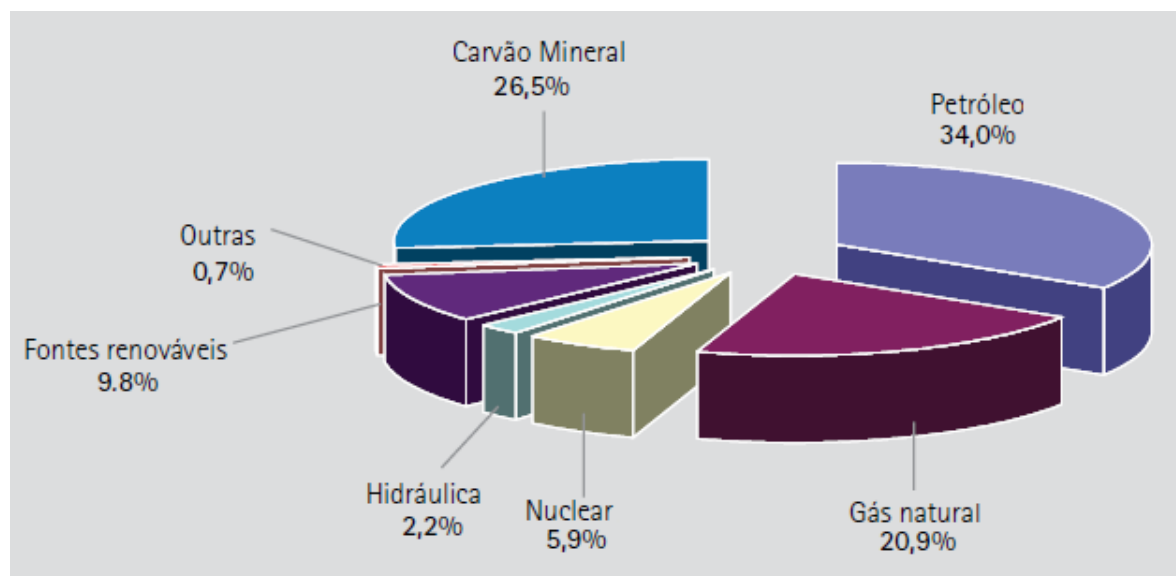
O principal consumo de energia elétrica concentra-se nas regiões Sudeste e Sul, que são as mais industrializadas e com maior índice populacional. Entretanto, a maioria das principais fontes de energia nessas regiões já está sendo explorada. No outro extremo, com menor consumo e com um menor número de usinas, estão as regiões Norte e Nordeste, esta última sem muitos recursos hídricos. Cabe comentar que, o grande volume de água na região Norte não é facilmente aproveitável, devido, principalmente, às suas características geográficas, o que causaria grandes impactos ambientais.

A maior parte da capacidade instalada é composta por usinas hidrelétricas, que representam cerca 76,9% do total instalado, com apenas 14,7% de produção de origem termelétrica (biomassa, gás natural, derivados de petróleo, carvão e derivados) e termo nuclear, e pouco mais de 8% de outras fontes (Figura 1.1). Esta concentração na produção de eletricidade por fontes hidrelétricas distingue o país dentre as demais nações, como pode ser verificado na Figura 1.2, onde é mostrado como é a geração mundial [2].

De fato, com um grande potencial hidrelétrico, com reservas insuficientes de petróleo e com reservas de carvão em número insuficiente e de baixa qualidade, o país investiu ostensivamente em usinas hidrelétricas por muitos anos. Isso porque, se por um lado, os empreendimentos requerem investimentos consideráveis, o custo de geração resultante tem sido compensado em relação às demais alternativas. Sendo assim, os investimentos na geração térmica limitavam-se a algumas usinas isoladas de pequeno porte e alguns projetos de maior envergadura, provendo uma complementação para o sistema nos períodos críticos [2].



**Figura 1. 1 - Estrutura da capacidade instalada do sistema brasileiro [3].**



**Figura 1. 2 - Geração de Energia Elétrica Mundial [3].**

O sistema de geração hidrelétrica brasileiro, além de ser predominante em relação às demais fontes de geração de energia elétrica, possui características que o diferenciam dos demais sistemas hidrogeradores existentes no mundo, as quais são:

- grandes extensões geográficas e grandes distâncias entre fontes geradoras e os principais centros consumidores;

- vários potenciais de aproveitamento nos mesmos rios, com reservatórios de regulação plurianual;
- regimes hidrológicos e pluviométricos distintos nas diferentes regiões;
- grande potencial hidrelétrico a ser explorado (cerca de 260GW de capacidade instalável, dos quais 40,5% estão na Amazônia) [4];
- relevo suave que só permite usinas com baixas ou médias quedas.

### 1.1.2 Planejamento da Operação

O planejamento da operação de sistemas de energia elétrica tem por objetivo determinar uma política de operação que atenda a demanda de energia elétrica de forma econômica e confiável. Em sistemas hidrotérmicos de geração, com predominância de geração hidrelétrica, cujo custo de combustível é nulo, é complementada por geração de origem termelétrica, que possui um custo de combustível elevado. Assim, o objetivo do planejamento da operação é substituir, sempre que possível, a geração termelétrica pela hidrelétrica [5]. Porém, este problema é extremamente complexo, existindo, na literatura, diversas publicações apresentando metodologias e algoritmos de otimização aplicados a esse problema [2, 6]. Países como o Brasil, a Noruega, a Suécia e o Canadá, têm grande participação das usinas hidrelétricas na geração de energia, sendo que, cada um adota uma metodologia de planejamento específica, de acordo com as características do seu sistema.

Além das dificuldades naturais, tais como: dimensão dos sistemas, número elevado de variáveis de decisão, recursos limitados, incertezas, dentre outros, o planejamento da operação deve contemplar a coordenação conjunta da geração de várias empresas de energia elétrica.

Como já comentado, o sistema brasileiro possui características bem particulares, ressaltando o alto grau de incerteza das vazões e a dimensão das cascatas que dificultam o planejamento da operação desse sistema.

A presença de usinas hidrelétricas com reservatórios de regularização permite caracterizar o problema do planejamento da operação como *dinâmico*. Esta característica deve-se à quantidade finita de água armazenada nos reservatórios, criando um compromisso entre duas situações completamente opostas. Por um lado, se em um intervalo do horizonte de planejamento acredita-se que as vazões futuras serão baixas, haverá a tendência de intensificar o uso atual de fontes mais caras de geração (usinas termelétricas). Este procedimento tenta



evitar níveis baixos nos reservatórios, ocasionando situações mais drásticas no futuro. Se esta decisão é tomada e vazões afluentes baixas forem observadas, a operação será eficiente. No entanto, se vazões afluentes altas são observadas, não haverá espaço nos reservatórios para armazenar os excessos e vertimentos indesejáveis acontecerão.

De forma oposta, acreditando-se que as vazões futuras serão altas em um intervalo do horizonte de planejamento, haverá a tendência de intensificar o uso da água armazenada nos reservatórios, evitando vertimentos no futuro. Se esta decisão for tomada e as vazões afluentes forem elevadas, a operação terá sido eficiente. Todavia, se as vazões forem baixas, não haverá água suficiente para o sistema atender à demanda e fontes mais caras de energia terão que ser utilizadas [6].

Devido às incertezas associadas à disponibilidade futura de vazões afluentes e à demanda a ser atendida, o problema de planejamento é classificado como *estocástico*.

Como as funções de custo de operação das usinas termelétricas e as funções de produção hidráulica das usinas hidrelétricas são não-lineares, o problema é também caracterizado com *não-linear*.

Além disso, no contexto delineado, como as decisões envolvem um grande número de variáveis associadas aos vários reservatórios e aos diversos intervalos do horizonte de planejamento, o problema é de *grande porte*.

Finalmente, como o valor da geração hidrelétrica é expresso de forma indireta através da economia proporcionada no uso das fontes termelétricas, o problema é dito ser *não-separável*.

Resumindo, encontrar a política ótima de operação de um sistema hidrotérmico traduz-se na resolução de um problema dinâmico, estocástico, não-linear, de grande porte e não-separável [2].

### 1.1.3 Modelagem Utilizada no Brasil

No Brasil, o Operador Nacional do Sistema (ONS) tem adotado uma série de modelos para realizar as várias etapas do planejamento da operação [7 - 8]. O planejamento de médio prazo tem sido resolvido através do modelo de otimização NEWAVE [9]. Este modelo trabalha com horizontes de até cinco anos, com discretização mensal e representação a subsistemas equivalentes com limites de interligação. Este modelo utiliza a PDDE

(Programação Dinâmica Dual Estocástica) e tem como objetivos determinar a estratégia de operação de médio prazo de forma a minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento, analisar as condições de atendimento no horizonte de médio prazo, e informar as condições de fronteira por meio de funções de custo futuro para o modelo de curto prazo.

Além destes modelos de otimização, o planejamento da operação também utiliza modelos de simulação, sendo o SUSHI um modelo mensal de simulação a usinas individualizadas para subsistemas hidrotérmicos interligados. Este modelo, que pode simular até cinco subsistemas interligados eletricamente, acopla-se ao modelo de decisão estratégica (NEWAVE), simula múltiplas séries hidrológicas e gera índices probabilísticos de desempenho, considera restrições operativas locais e utiliza regras de operação automáticas ou fornecidas pelo usuário.

O modelo OPUS também é um modelo mensal de simulação de usinas individualizadas, mas simula apenas séries históricas de vazões. Este modelo simula a entrada em operação de novas usinas hidrelétricas, determina a energia e potência asseguradas das usinas, e atualiza as restrições operativas hidráulicas dos reservatórios.

#### **1.1.4 Sistemas Hidrotérmicos**

Um sistema hidrotérmico de geração é constituído por dois subsistemas: o subsistema hidráulico e o térmico. O objetivo deste sistema é fornecer energia a uma rede de transmissão que deve atender aos centros de carga (Figura 1.3).

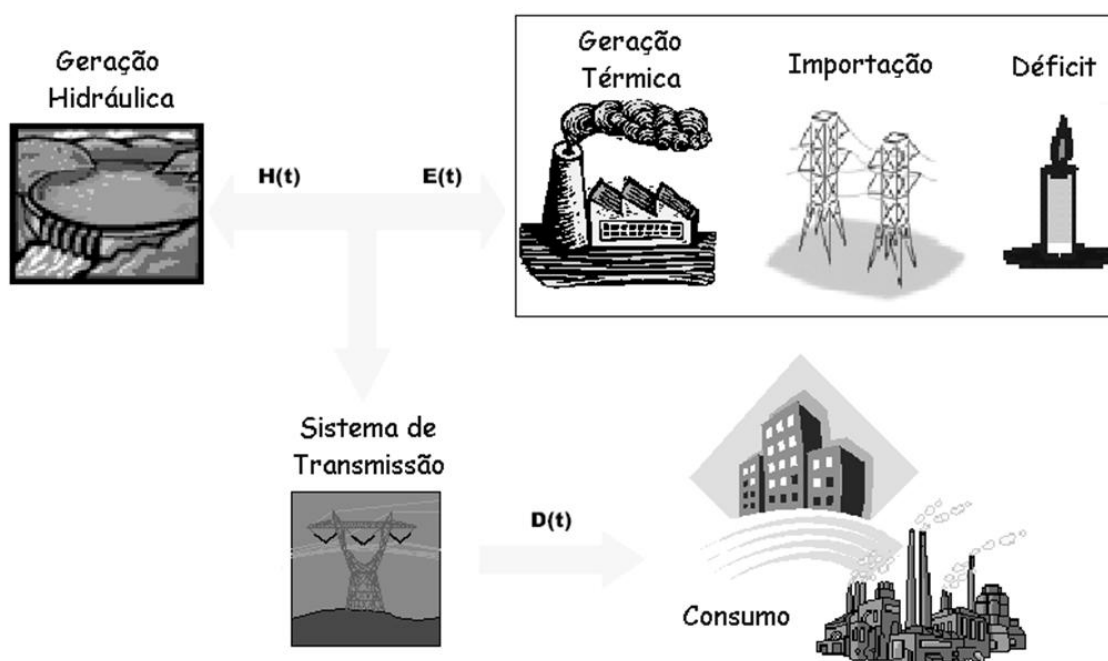


Figura 1.3 – Esquema de um sistema hidrotérmico de potência [2]

Na Figura 1.3, as variáveis indicadas são:

- $D(t)$ : demanda média durante o intervalo  $t$ , em  $MW$ ;
- $H(t)$ : geração média total das usinas hidrelétricas durante o intervalo  $t$ , em  $MW$ ;
- $E(t)$ : geração média das fontes não-hidráulicas (complementação térmica) durante o intervalo  $t$ , em  $MW$ .

#### 1.1.4.1 Subsistema Hidráulico

É constituído pelas usinas hidrelétricas, cujos custos de geração são praticamente nulos, uma vez que a energia elétrica obtida é proveniente da energia potencial da água. Mesmo nos casos em que são cobradas taxas pelo uso da água, o custo de operação das usinas hidrelétricas é relativamente baixo quando comparado ao custo das usinas termelétricas e, portanto, considerado nulo [2].

#### 1.1.4.2 Subsistema Térmico

É constituído pelas usinas térmicas, cujo custo engloba, além do custo do combustível utilizado na operação das usinas termelétricas, o custo de importação de energia de outros sistemas, e o custo da falta de suprimento de energia, chamado “custo de déficit”, sendo representado através de uma única função de custo.

A quantidade de geração de cada subsistema será diferente, dependendo do modo de operação do sistema hidrotérmico. Estudar o comportamento ótimo de um sistema de geração predominantemente hidrelétrico significa, basicamente, encontrar as trajetórias de volume armazenado nos reservatórios e as vazões turbinadas pelas usinas para substituir, sempre que possível, a geração de origem não-hidráulica por geração hidráulica. [5]

A seguir, faz-se um detalhamento das características e variáveis envolvidas na descrição de usinas hidrelétricas e termelétricas, juntamente com o modelamento do problema.

### 1.1.5 Modelagem das Usinas Hidrelétricas

A energia elétrica produzida pelas usinas hidrelétricas provém da transformação de energia potencial hidráulica obtida a partir do armazenamento de água em reservatórios da seguinte forma: uma barragem represa água, com conseqüente formação de um reservatório que aumenta a altura de queda d'água (o que em muitas usinas brasileiras é essencial para produção de energia, uma vez que devido ao relevo suave estas não possuiriam altura de queda razoável), e exerce também, para algumas usinas, o importante papel de regulação das vazões afluentes naturais. Os reservatórios que possuem esta capacidade são chamados de *reservatórios de acumulação ou regulação*. A água armazenada no reservatório é conduzida sob pressão através do *canal de adução* até o conjunto de turbinas da usina chamado *casa de máquinas*. Nesta, a água é utilizada para girar as pás (ou lâminas) das turbinas. A energia cinética e a energia da pressão dinâmica desenvolvida no percurso da água, através da tubulação, são convertidas em energia cinética de rotação. As turbinas estão conectadas a geradores que, postos em movimento contínuo, convertem a energia cinética em energia elétrica. Depois de passar pelas turbinas, a água retorna ao manancial hídrico através de canais ou condutos que recebem o nome de *canal de fuga* da usina.

Existe, ainda, um *vertedouro* por onde a água em excesso, que não será utilizada na geração de energia e que não pode ser armazenada nos reservatórios, retorna ao rio. Em alguns casos, o vertedouro é utilizado para manter vazões mínimas a jusante do reservatório, quando o nível de carga é baixo e as vazões turbinadas não são suficientes para satisfazer tais restrições.

A Figura 1.4 apresenta um esquema de uma usina hidrelétrica e as principais variáveis que compõem o modelo matemático [10].

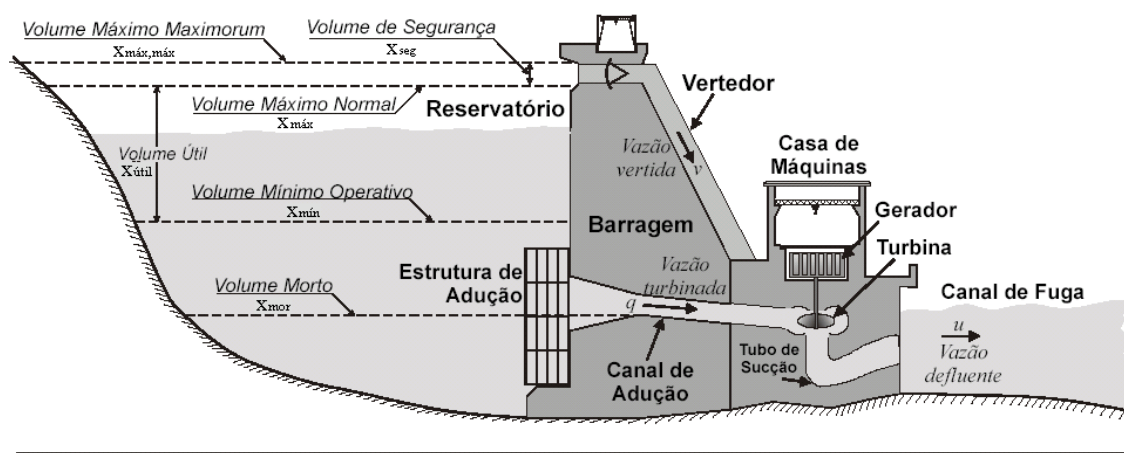


Figura 1.4 – Esquema de uma usina hidrelétrica [2]

As variáveis indicadas na Figura 1.4 são:

- $x_{mor}$  : volume morto do reservatório. É o volume de água armazenado abaixo do nível mínimo do canal de adução e que não pode ser retirado do reservatório.
- $x_{min}$  : volume mínimo operativo. É o mínimo volume de água necessário para que a usina possa gerar energia. Normalmente está associado à altura mínima na qual a turbina pode operar ou ao nível necessário do reservatório para manter as estruturas de adução submersas.
- $x_{max}$  : volume máximo operativo. É o máximo volume de água que o reservatório armazena em condições normais de operação.
- $x_{útil}$  : volume útil. É a diferença entre os volumes máximo e mínimo.
- $x_{máx,max}$  : volume máximo maximorum. É o volume máximo extremo que o reservatório pode armazenar sem que haja comprometimento da estrutura da barragem. Este volume é atingido apenas em condições anormais de operação, tais como grandes cheias.
- $x_{seg}$  : volume de segurança. É a diferença entre o volume máximo maximorum e o volume máximo operativo. É como se fosse um “espaço vazio” que pode ser preenchido em condições anormais, quando há excesso de água.
- $q$  : é a vazão turbinada, também chamada de turbinagem. É a vazão que efetivamente gera energia elétrica, fluindo do reservatório à casa de máquinas, através do canal de adução, e fazendo com que as turbinas girem e acionem os geradores.

- $v$  : vazão vertida ou também conhecida como vertimento. É a vazão que flui diretamente do reservatório ao rio, através do vertedouro, sem passar pela casa de máquinas e sem gerar energia.
- $u$  : vazão defluente, ou simplesmente defluência. É a soma das vazões turbinada e vertida.

Os reservatórios, conforme sua capacidade de regularização, são classificados como de acumulação ou de compensação.

A vazão afluyente é a água que chega ao reservatório através do manancial hídrico (rios, lagos, etc.) e da área de drenagem da bacia hidrográfica que capta água e descarrega no reservatório. A vazão afluyente pode ser classificada como: *natural e incremental*. A *vazão afluyente natural* é a vazão total que passa por uma seção transversal do manancial, considerando todas as descargas hidráulicas a montante desta seção, sejam laterais ou do próprio manancial. A *vazão afluyente incremental* (lateral) que passa por uma seção transversal é aquela que adentra ao manancial devido à área de drenagem a montante da seção considerada. Essa vazão é determinada a partir do conhecimento das vazões naturais uma vez que as medições de vazões em campo só determinam as vazões naturais.

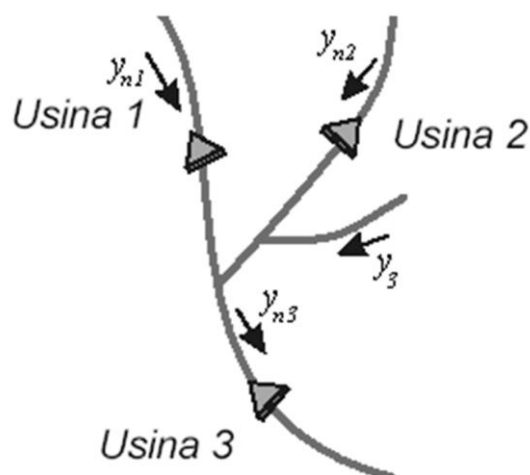


Figura 1.5 – Representação das vazões naturais e incrementais [2]

Considerando as usinas mostradas na Figura 1.5, nota-se que a vazão natural da usina 3,  $y_{n3}$ , é composta pela soma das vazões naturais afluentes às usinas 1 e 2,  $y_{n1}$  e  $y_{n2}$ , respectivamente, adicionada à vazão incremental a esta usina,  $y_3$ . Porém, como as medições

de campo apenas determinam as vazões afluentes naturais, pode-se calcular a vazão incremental subtraindo-se da vazão natural da usina 3 as vazões naturais das usinas 1 e 2.

$$y_3 = y_{n3} - (y_{n1} + y_{n2}) \quad (1.1)$$

De uma maneira genérica:

$$y_i = y_{ni} - \sum_{k \in \Omega_i} y_{nk} \quad (1.2)$$

onde:

- $y_i$ : vazão incremental da usina  $i$ ;
- $y_{ni}$  : vazão natural da usina  $i$ ;
- $\Omega_i$ : conjunto das usinas diretamente à montante da usina  $i$ .

As vazões incrementais não podem ser alteradas pela operação dos reservatórios e por isso são chamadas de *vazões não-controláveis*. O contrário ocorre para a vazão defluente da usina 1, que por isso é chamada de *vazão controlável*. Assim, a usina 3 tem uma parcela de vazão que é controlável e outra que é não-controlável.

Através de métodos de medição de vazão, as usinas brasileiras dispõem de um histórico de vazões afluentes naturais, com início no ano de 1931. Neste trabalho, em específico, foram utilizados os dados do histórico de vazões retirados de [11], que possui as vazões médias mensais do período de 1931 a 1998. Além dos dados do histórico de vazões, pode-se utilizar a *Média de Longo Termo (MLT)*, que representa a média aritmética das vazões naturais dos rios.

A *defluência ou vazão defluente* ( $u$ ) é toda a vazão que sai da usina ao rio, enquanto que a vazão que é retirada do reservatório pelo conduto forçado e que passa pelas turbinas produzindo energia é chamada de *vazão turbinada* e representada pela variável  $q$ .

A *altura de queda bruta*,  $h_b$ , é a diferença entre os níveis de água do reservatório e do curso do rio a jusante ou do canal de fuga, e a *altura de queda líquida*,  $h_l$ , é a queda bruta subtraída da *perda de carga*,  $pc$  [10].

A altura de queda bruta de uma usina hidrelétrica, como mostrado na Figura 1.6, é uma função dos níveis d'água a montante e a jusante. O *nível a montante* é uma função não-linear do volume total de água armazenado no reservatório,  $x$ , em  $hm^3$ . Esta função, denotada por  $h_{mon}(x)$  depende basicamente do relevo da região na qual o reservatório foi construído.

Similarmente ao nível a montante, o *nível a jusante* também é uma função não-linear, porém depende da vazão defluente total da usina,  $u$ , em  $m^3/s$ . A forma desta função, chamada  $h_{jus}(u)$ , depende do arranjo da usina (posição do vertedouro), do canal de fuga da usina e das características da usina a jusante do reservatório. O nível médio de jusante do reservatório é chamado de *nível médio do canal de fuga*,  $cf_{med}$ , e é usualmente fornecido como dado da usina hidrelétrica.

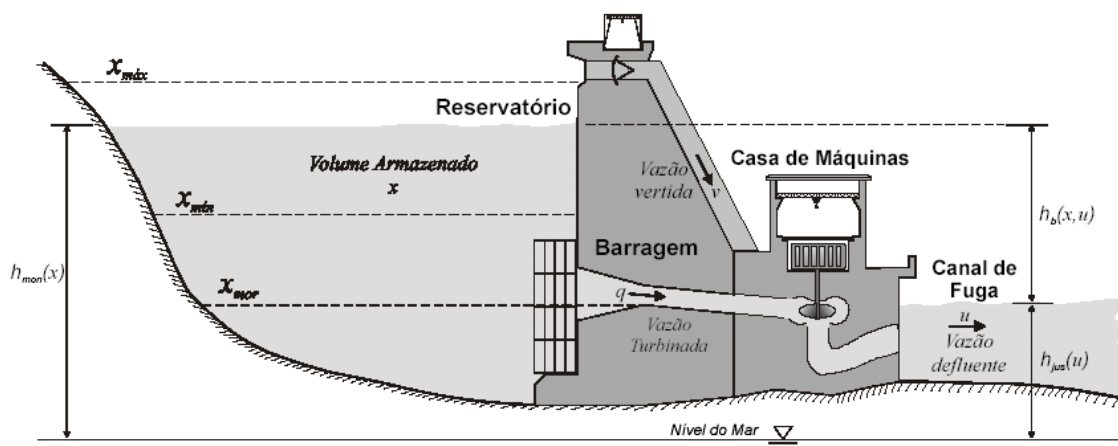


Figura 1. 6 – Altura de queda bruta [2]

Ambas funções  $h_{mon}(x)$  e  $h_{jus}(u)$  podem ser determinadas por medições realizadas no próprio local da barragem ou ajustadas por modelos computacionais capazes de descrever características da região e processar modelos de hidrodinâmica. No Brasil, adotam-se polinômios de até quarto grau para representar os níveis a montante e a jusante das usinas.

Assim, a altura de queda bruta passa a depender tanto do volume armazenado como da vazão defluída:

$$h_b(x, u) = h_{mon}(x) - h_{jus}(u) \quad (2.3)$$

A perda de carga ou perda hidráulica  $pc$  representa a perda de carga hidráulica, em  $m$  ou porcentagem, que a água sofre pelo percurso de adução, desde o reservatório até as turbinas. Estas perdas ocorrem, principalmente, pelo atrito entre a água e as canalizações do canal de adução.



As perdas de carga podem ser constantes, proporcionais à queda bruta e proporcionais ao quadrado da vazão turbinada. Neste trabalho, esta foi considerada constante [2].

### 1.1.6 Usinas Termelétricas

Este tipo de geração transforma a energia calorífica oriunda de um combustível em energia elétrica. Sua operação consiste na formação de vapor pelo aquecimento de água ou outro fluido, que moverá as pás da turbina. No eixo da turbina estão acoplados o eixo do gerador elétrico e o excitador. O vapor é então condensado (no condensador) e a água retorna para iniciar novamente o processo.

As usinas termelétricas podem ser divididas em dois grupos de acordo com os combustíveis que utilizam para o aquecimento da água:

- *Usinas convencionais*: que utilizam combustíveis fósseis (carvão, óleo, gás natural, biomassa e madeira);
- *Usinas nucleares*: que utilizam combustíveis físséis como urânio natural e enriquecido;

O objetivo do modelamento do parque termelétrico é: dada a geração térmica total  $E_t$  a ser produzida no intervalo  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ) por um sistema exclusivamente termelétrico composto por  $N$  usinas, determinar a geração de cada unidade do sistema  $e_{n,t}$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ), que atenda a esta geração a um custo mínimo.

Esse problema pode ser decomposto no tempo, uma vez que não há acoplamento temporal entre a solução do problema em diferentes intervalos de tempo (fato que não ocorre com as hidrelétricas, uma vez que o que se gera em um momento interfere no volume do reservatório e conseqüentemente na geração do período seguinte). Dessa forma, o problema de otimização de um sistema térmico para um horizonte de  $T$  intervalos pode ser solucionado pela otimização de  $T$  subproblemas.

De acordo com o tipo de combustível que cada usina termelétrica utiliza, temos custos diferentes, conforme mostra a Figura 1.7. A curva é crescente e em geral bem aproximada por um polinômio de segundo grau [12].

Voltando ao problema de minimizar custos, temos que, dado um custo marginal de operação, as unidades que possuírem custo inferior devem estar operando com sua capacidade máxima, e as unidades que tiverem custo maior, devem operar com sua capacidade mínima.

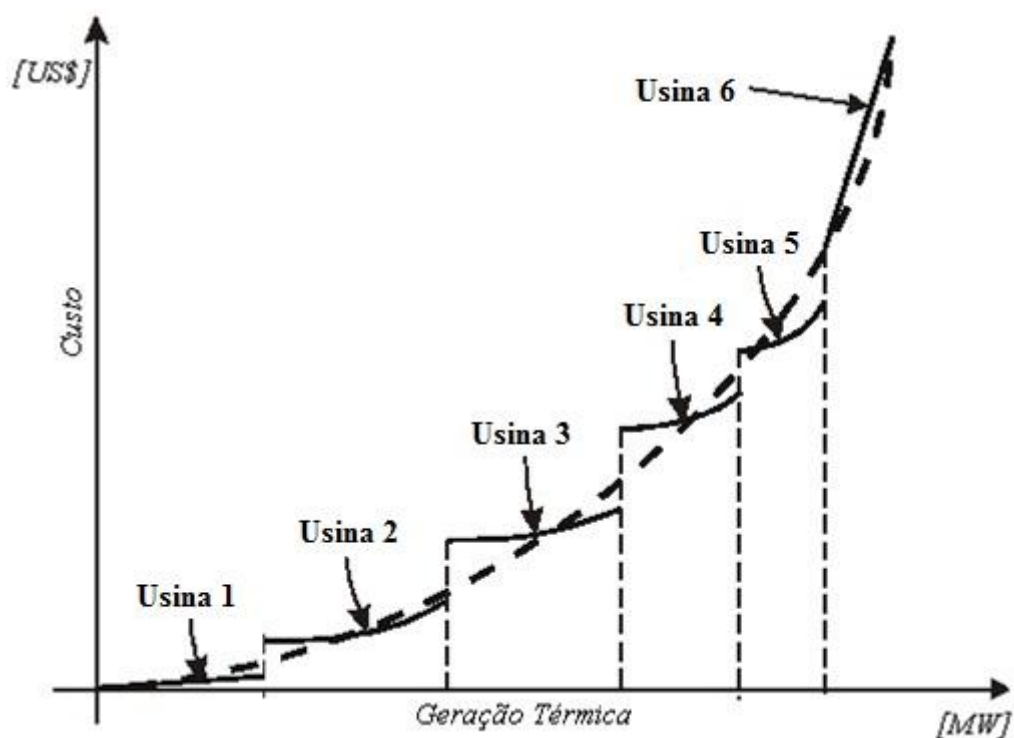


Figura 1. 7– Curva da Função de Custo Mínimo de Operação de um Sistema Termelétrico [2]

### 1.1.7. Formulação Completa do Modelo

O objetivo da operação de médio prazo é a minimização do custo de operação o sistema ao longo do horizonte de planejamento. Em um sistema hidrotérmico, esse valor é dado pelo custo de operação de um sistema não-hidráulico complementar.

Assim, para cada intervalo mensal  $t$ , o sistema hidrotérmico tem custo de operação  $C_t$ , o qual depende da demanda  $D_t$  e da geração hidráulica  $H_t$ . Assim, quanto maior a geração hidráulica, menor a complementação térmica correspondente.

A função  $C_t$  é o resultado do despacho não-hidráulico, onde são utilizadas, primeiramente usinas mais baratas, seguidas da importação e por último o corte de carga, cujos custos são representados pelo custo do déficit.

Dessa forma, a o objetivo do problema é minimizar a função de custo associado ao uso das térmicas, sujeito às restrições operativas das usinas hidrelétricas consideradas [2].

$$\min \sum_{t=1}^T C_t \quad (2.4)$$

$$sa \begin{cases} x_{i,t} = x_{i,t-1} + y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} - u_{i,t} & (2.5) \\ u_i^{min} < u_{i,t} < u_i^{max} & (2.6) \\ x_i^{min} < x_{i,t} < x_i^{max} & (2.7) \end{cases}$$

onde:

- $T$ : número de intervalos do horizonte de planejamento;
- $i$ : número de usinas hidrelétricas;
- $C_t$ : custo de operação ao longo do intervalo  $t$ , em alguma unidade monetária \$:
- $C_t = r_t \cdot E_t^2$
- $E_t$ : geração média das fontes não-hidráulicas durante o intervalo  $t$ , calculada por:
- $E_t = \begin{cases} D_t - H_t, \text{ para } D_t \geq H_t \\ 0, \text{ para } D_t < H_t \end{cases}$
- $D_t$ : é a demanda média mensal durante o intervalo  $t$ .
- $H_t$ : geração média total das usinas hidrelétricas durante o intervalo  $t$ ;
- $r_t$ : fator de valor atual do capital no intervalo  $t$ .

Dessa forma, o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos passa a ser exclusivamente hidrelétrico.

Apresenta-se, a seguir, a formulação do modelo de otimização a usinas individualizadas para sistemas hidrotérmicos de geração:

$$\min \sum_{t=1}^T r_t \cdot E_t^2$$

s.a.

$$\begin{aligned} E_t &= D_t - H_t && \forall t \\ H_t &= \sum_{i=1}^N p_{i,t} && \forall i, t \\ p_{i,t} &= k \cdot [h_{mon}(x_{i,t}) - h_{jus}(u_{i,t}) - pc_{i,t}] \cdot q_{i,t} && \forall i, t \\ x_{i,t} &= x_{i,t-1} + \left( y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} (u_{k,t} - u_{i,t}) \right) \cdot \Delta t_t && \forall i, t \\ u_{i,t} &= q_{i,t} + v_{i,t} && \forall i, t \\ x_i^{min}(t) &\leq x_i(t) \leq x_i^{max}(t) && \forall i, t \\ u_i^{min}(t) &\leq u_i(t) \leq u_i^{max}(t) && \forall i, t \\ q_i^{min}(t) &\leq q_i(t) \leq q_i^{max}(t) && \forall i, t \\ v_{i,t} &\geq 0 && \forall i, t \\ x_{i,0} & \text{ dados} && \forall i \end{aligned}$$

sendo:

- $T$  - número de intervalos de tempo;
- $N$  - número de usinas hidrelétricas do sistema;
- $E_t$  - geração de energia termoeletrica total durante o intervalo  $t$ ;
- $H_t$  - geração de energia hidrelétrica total durante o intervalo  $t$ ;
- $D_t$  - demanda a ser atendida durante o intervalo  $t$ ;
- $P_{i,t}$  - geração de energia hidrelétrica da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;
- $x_{i,t}$  - volume do reservatório da usina  $i$  no final do intervalo  $t$ ;
- $h_{mon}(x_{i,t})$  - altura de montante da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;
- $h_{jus}(u_{i,t})$  - altura de jusante da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;
- $pc_{i,t}$  - perda de carga da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;
- $x_i^{min}, x_i^{max}$  - limites operacionais, mínimo e máximo, de armazenamento no reservatório  $i$ ;
- $u_{i,t}$  - vazão defluente da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;
- $u_i^{min}, u_i^{max}$  - limites operacionais, mínimo e máximo, de vazão defluente da usina  $i$ ;
- $q_{i,t}$  - vazão turbinada pela usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;

- $q_i^{\min}$ ,  $q_i^{\max}$  - limites operacionais, mínimo e máximo, de vazão turbinada pela usina  $i$ ;
- $v_{i,t}$  - vazão vertida pela usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;
- $y_{i,t}$  - vazão incremental afluyente à usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ;
- $k$  - constante que engloba aceleração da gravidade, densidade da água, rendimento turbina-gerador e fatores de conversão de unidades;
- $q_i^{\max}$  - engolimento máximo da usina  $i$ ;
- $\Omega_i$  - conjunto dos índices dos reservatórios imediatamente acima do reservatório  $i$ ;

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1. Objetivo Geral

Encontrar a trajetória ótima de geração térmica que minimize o custo da operação de sistemas hidrotérmicos de potência.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Analisar diferentes situações que determinem o custo marginal de operação de usinas hidrelétricas e termelétricas.
- Verificar a influência das condições climáticas, ou seja, períodos secos, normais e chuvosos, no comportamento operativo ótimo de usinas hidrelétricas e termelétricas

## 2 *Materiais e Métodos*

Este trabalho é realizado através de simulações em software MATLAB<sup>®</sup>, especificamente com a utilização do comando ‘fmincon’, da ferramenta ‘toolbox’. O comando ‘fmincon’ é utilizado para minimizar problemas que tenham restrições não-lineares. Neste trabalho, as restrições deste tipo são as referentes à função da altura do nível de água a montante da usina, que é uma função do volume ( $x$ ) armazenado no reservatório,  $h_{mon}(x)$ , que é descrita por um polinômio de quarto grau.

A função da altura a jusante,  $h_{jus}(u)$ , que é uma função da defluência ( $u$ ), também é descrita por um polinômio de quarto grau, contudo, esta é considerada constante e igual ao *nível médio do canal de fuga*,  $cf_{med}$ , portanto não entra no corpo do programa onde estão as restrições não-lineares.

O comando supracitado testa possibilidades de operação e compara os resultados a fim de encontrar a solução ótima do problema de minimização, neste caso, do custo de operação da usina termelétrica.

Para atender os objetivos desse trabalho, primeiramente, foram considerados os casos que caracterizam períodos secos, normais e chuvosos. Em seguida, foram analisados alguns casos diversos que podem acontecer durante a vida útil de uma usina hidrelétrica.

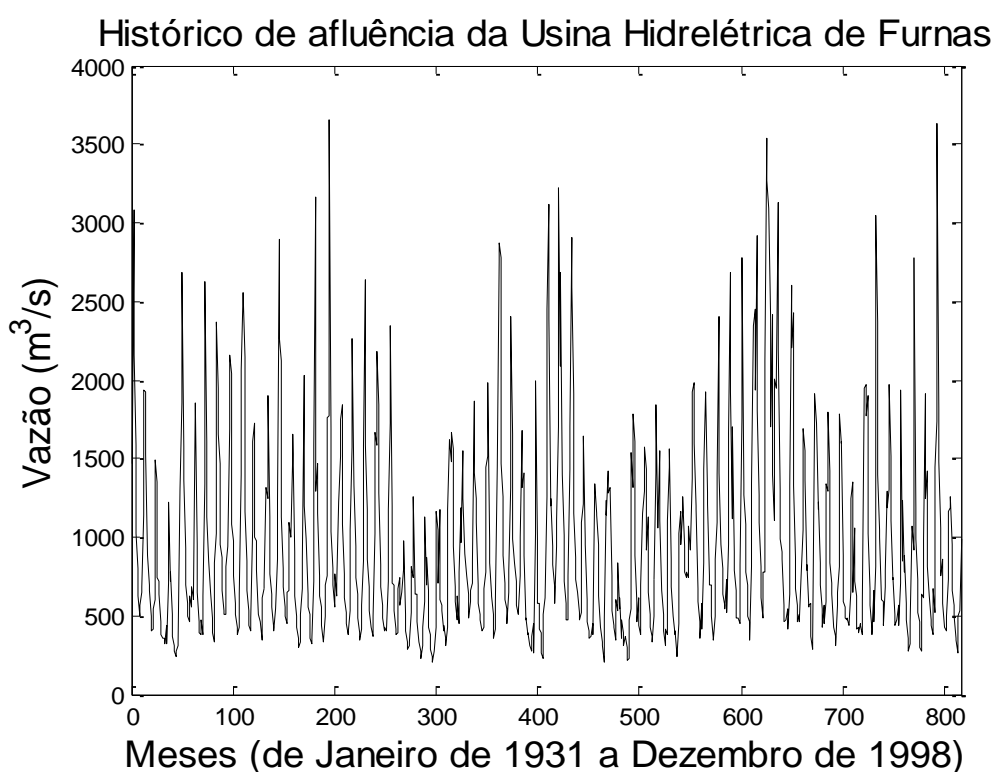
Usinas hidrelétricas do sudeste brasileiro são mostradas na Figura 2.1:



Para a inicialização do estudo, foi necessária a utilização de dados de vazões afluentes destas usinas. O banco de dados das vazões afluentes é referente a janeiro de 1931 até dezembro de 1998 com intervalo de discretização mensal. Nesta série de vazões é observada certa sazonalidade, ou seja, em cada ano há períodos secos e úmidos característicos dos meses em que as chuvas são escassas e elevadas, respectivamente.

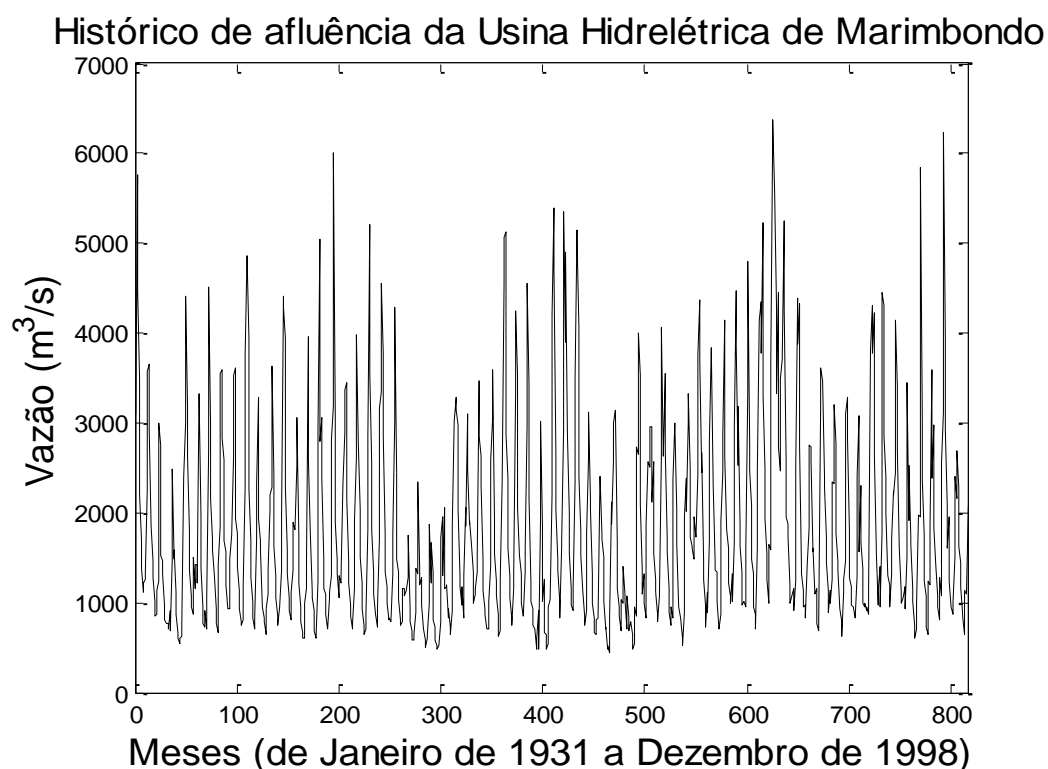
O gráfico da Figura 2.3 mostra a sazonalidade considerando os meses correspondentes a 68 anos, referente à usina de Furnas. Observa-se que existem meses em que as vazões atingem maiores valores (picos) e meses que atingem menores valores (vales). Todavia, observa-se também que esses picos e vales de vazões não seguem um valor constante. Isso quer dizer que as vazões não seguem uma regra anual, ou seja, podem existir anos com vazões grandes e anos com vazões pequenas. Isso caracteriza os períodos de seca e cheia do cenário hidrológico da bacia do Rio Grande.

Analogamente, podemos ver a sazonalidade das vazões afluentes de Marimbondo na Figura 2.4.



**Figura 2. 3 – Série de Vazões Afluentes da Usina de Furnas [11]**

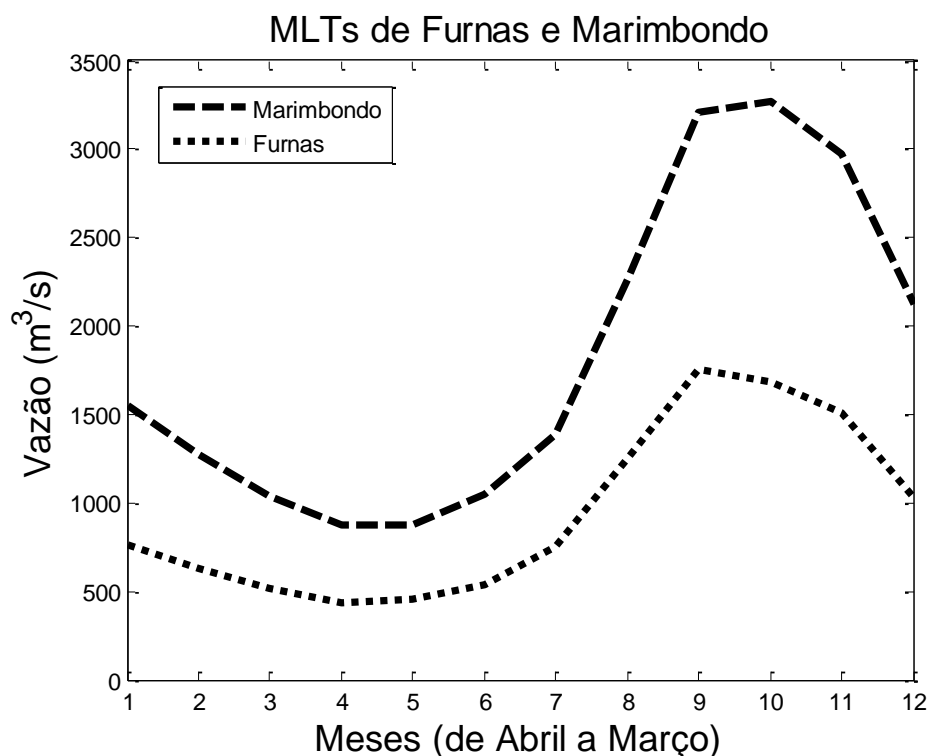




**Figura 2. 4 – Série de Vazões Afluentes da Usina de Marimbondo [11].**

Contudo, o horizonte de planejamento para este trabalho foi de um ano, ou seja, doze meses. Portanto, foi necessário utilizar uma média das vazões naturais de cada mês durante estes 68 anos. Esta média das vazões é a chamada Média de Longo Termo (MLT). Feito isso, obteve-se as vazões afluentes das usinas em questão para cada mês.

Além disso, foi necessário também reorganizar estes valores de vazão para caracterizar o período hidrológico correto, ou seja, organizar os meses do ano de acordo com o período chuvoso e o período de seca. Adotou-se o início do período de seca como o início do planejamento, logo o mês de abril foi o primeiro mês da série de vazões e o mês de março o término da série, caracterizando o término do período chuvoso. Assim ficaram caracterizadas as MLT's que estão ilustradas na Figura 2.5.



**Figura 2.5 – Série de vazões MLT de acordo com o ano hidrológico brasileiro [11].**

A demanda utilizada neste trabalho foi considerada constante ao longo do horizonte de planejamento e igual a 90% da soma das potências nominais das usinas em questão. A potência nominal de Furnas é de 1304 MW e de Marimbondo é de 1441,2 MW. Os volumes máximo e mínimo do reservatório de Furnas são, respectivamente, 22950 hm<sup>3</sup> e 5733 hm<sup>3</sup>, e os do reservatório de Marimbondo são 5887 hm<sup>3</sup> e 627 hm<sup>3</sup>. As vazões defluentes máxima e mínima de Furnas foram, respectivamente, 1516 m<sup>3</sup>/s e 196 m<sup>3</sup>/s, e de Marimbondo foram, respectivamente, 2637 m<sup>3</sup>/s e 441 m<sup>3</sup>/s. As vazões defluentes de cada usina são iguais às somas de suas vazões turbinadas com as vazões vertidas.

Para o cálculo da altura líquida, foi considerado que a altura de jusante seria constante para efeito de simplificação. Esta constante é a *cota média do canal de fuga (cfm)* que teve como valor 672,90 m para Furnas e 382,80 m para Marimbondo. Além da *cfm*, as perdas hidráulicas também foram consideradas constantes de valor 1,03 m para Furnas e 0,95 m para Marimbondo.

Neste trabalho, utilizou-se variações da MLT para caracterizar os períodos (anos) secos (60% da MLT), normais (80%) e chuvosos (120%).

Nas Figuras 2.6 e 2.7 podemos ver as situações bases a serem analisadas nesta etapa, para Furnas e Marimbondo, respectivamente.

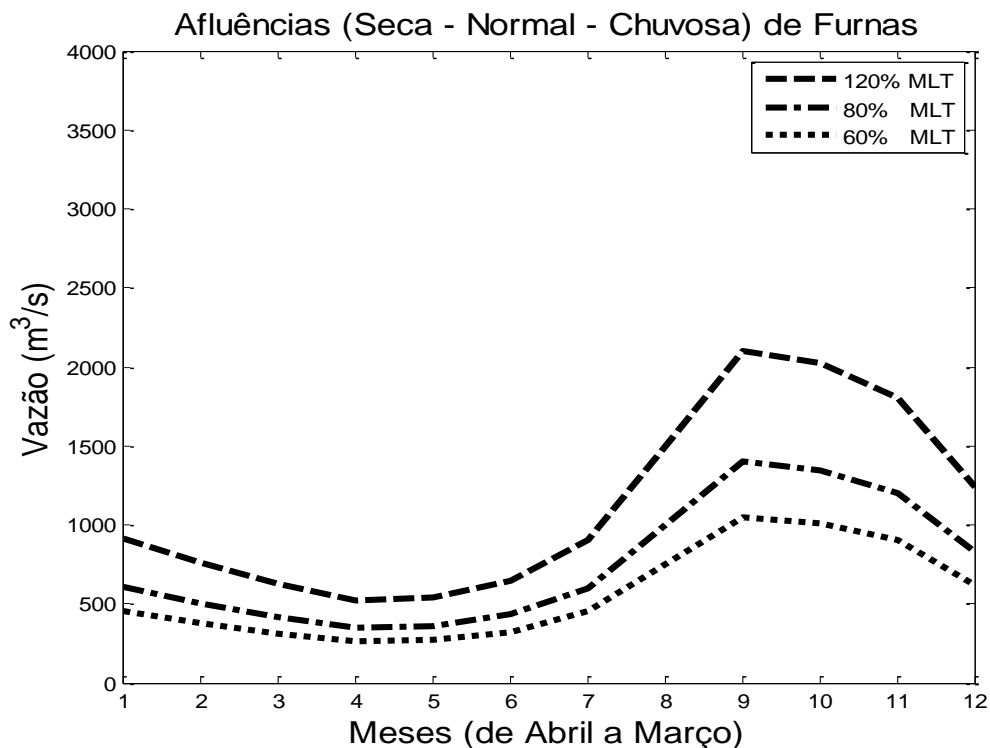


Figura 2. 6 – Vazões correspondentes a 60%, 80% e 120% da MLT de Furnas.

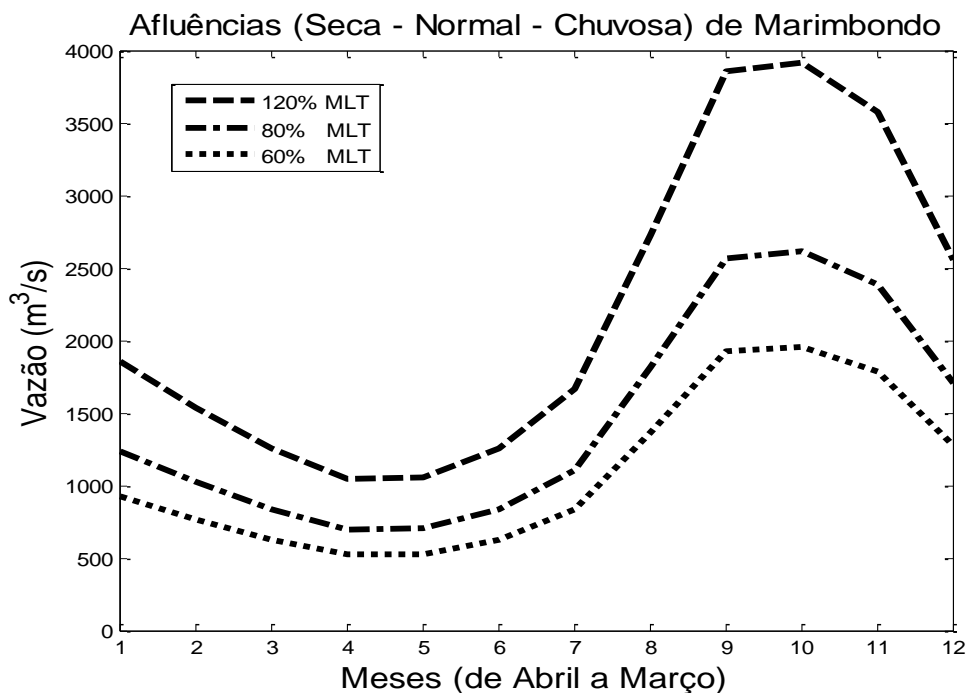


Figura 2. 7 – Vazões correspondentes a 60%, 80% e 120% da MLT de Marimbondo.

Em ambos gráficos utilizou-se a mesma escala para ficar clara a diferença entre as vazões afluentes de cada usina. Como a usina de Marimbondo fica à jusante, esta recebe água dos rios Grande e Prado. Ao passo que Furnas recebe apenas água do rio Grande.

No cálculo da função geração hidráulica, há uma constante que também é dada nos parâmetros da usina. É a *produtibilidade específica* que é associada ao rendimento do conjunto gerador/turbina e tem o valor de 0,008633 MW/(m<sup>3</sup>/s).m para Furnas e 0,008535 MW/(m<sup>3</sup>/s).m para Marimbondo.

Com os dados de vazão afluente obtidos anteriormente, juntamente com os parâmetros reais da usina foram feitas algumas simulações considerando a porcentagem da vazão MLT, ficando esta caracterizada por vazão relativamente grande ou pequena.

Os casos considerados foram:

- Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 60% da MLT (Representação do período seco);
- Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 80% da MLT (Representação do período normal);
- Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 120% da MLT (Representação do período úmido);
- Volumes iniciais mínimos e finais máximos com 120% da MLT;
- Volumes iniciais mínimos e finais máximos com 60% e 80% da MLT;
- Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 60% da MLT;
- Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 80% da MLT;
- Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 120% da MLT;
- Volumes iniciais e finais em 50% e 60% da MLT;
- Volumes iniciais e finais em 50% e 80% da MLT;
- Volumes iniciais e finais em 50% e 120% da MLT;

### 3 *Resultados e Discussões*

Os estudos de caso deste trabalho foram realizados com dados referentes às usinas de Furnas e Marimbondo, ambas localizadas na bacia do Rio Grande, MG. Neste trabalho, considerou-se as duas usinas em cascata, onde foram consideradas as influências que uma usina exerce sobre a outra.

#### 3.1. Usinas hidrelétricas associadas a uma termelétrica

##### 3.1.1. Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 60% da MLT (Representação do período seco)

Este caso representa um ano considerado seco, onde foi usado como base o valor de 60% da MLT, para as duas usinas, ou seja, as vazões estão abaixo do normal. Os volumes inicial e final do reservatório foram considerados como volumes máximos, como podemos ver na Figura 3.1.

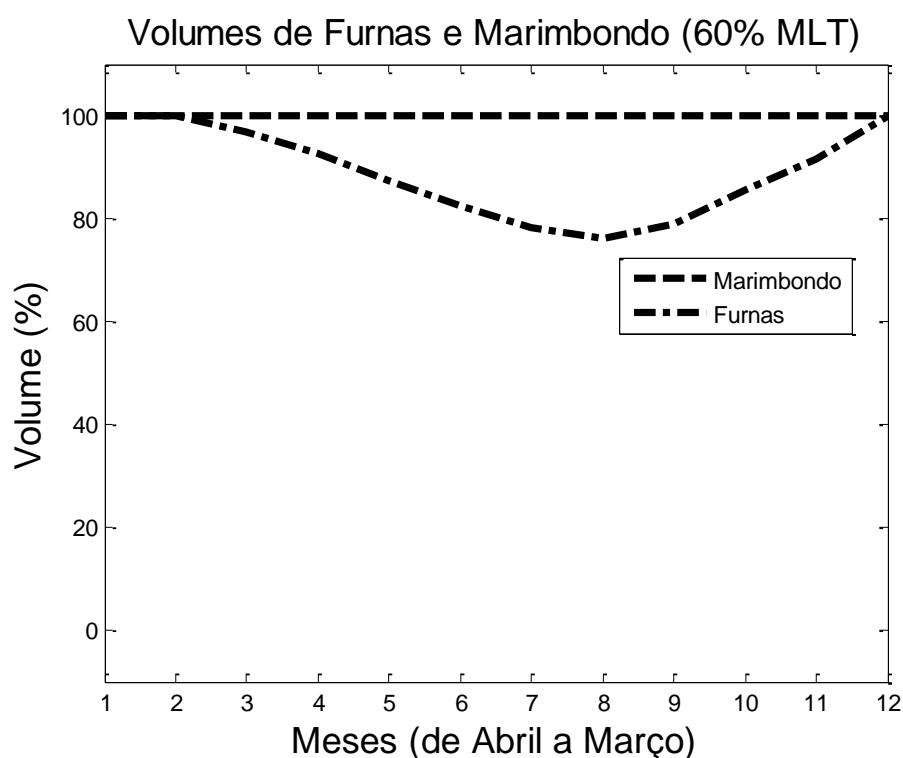


Figura 3. 1 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.

Observa-se da Figura 3.1 que o reservatório de Furnas inicia o período de planejamento cheio e diminui seu volume antes de começar o período de cheia, que se dá no mês de janeiro esvaziando o reservatório. Logo depois o reservatório é novamente cheio até o mês final de planejamento. Isso leva a diminuição de vertimentos futuros, ou seja, “desperdício de energia”. No caso do reservatório de Marimbondo, o volume permanece constante, pois a produtividade desta usina é maior e este fator depende do volume de água armazenada em seu reservatório, ou seja, é mais vantajoso manter esta usina com volume máximo.

Na Figura 3.2, observa-se a trajetória ótima das gerações térmica e hidráulica, onde a geração térmica é maior que a hidráulica na maior parte do ano. Isso se dá pelo baixo valor da vazão MLT que “obriga” a máxima geração hidráulica possível desde que não seja ineficaz. Isso quer dizer que mesmo gerando uma quantidade máxima possível de energia hidráulica não se pode gerar o seu máximo, pois no futuro poderá haver uma falta de oferta desta energia ocasionando uma maior geração de energia térmica, o que causa uma elevação dos custos da operação. Então, a Figura 3.2 mostra que a operação está correta com uma geração hidráulica num patamar em que não haverá tal consequência.

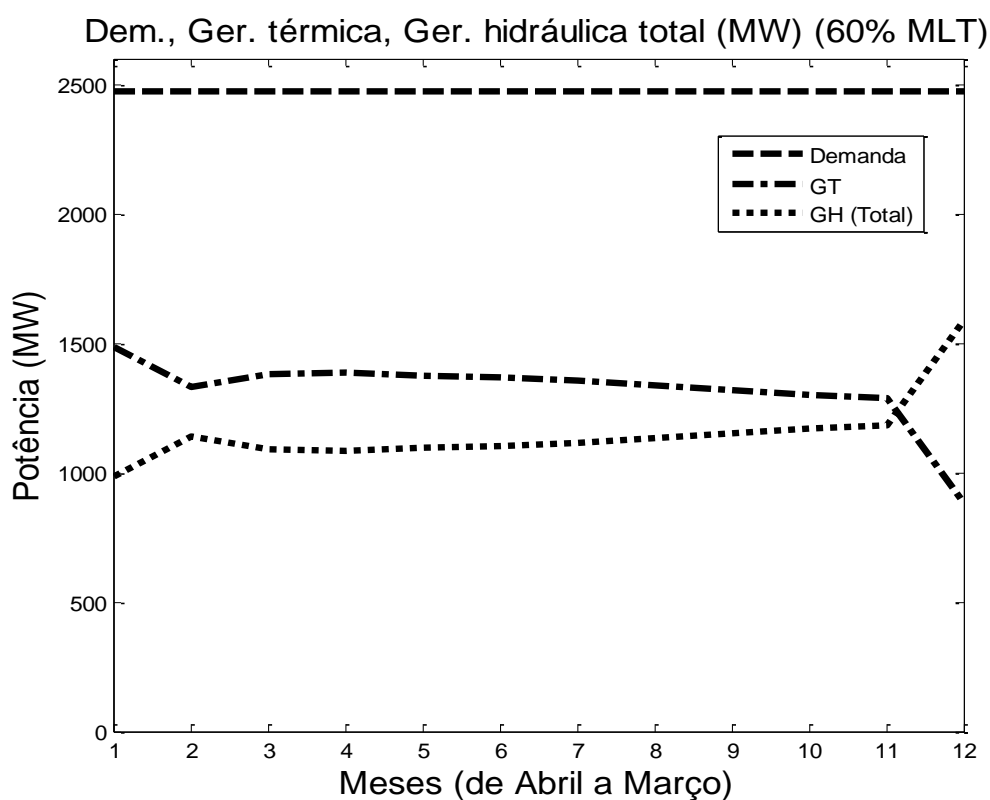
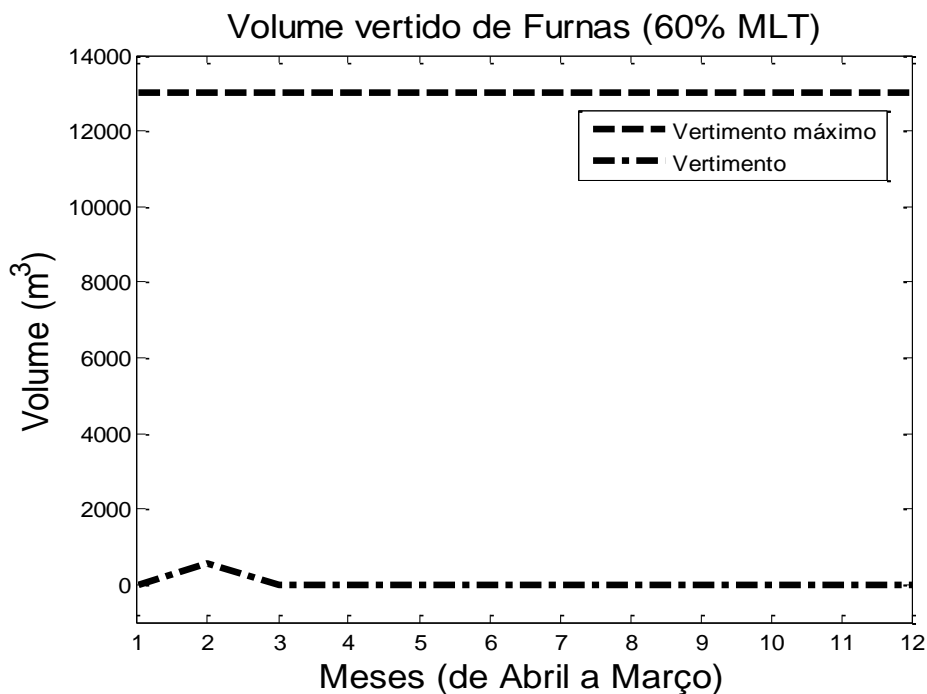


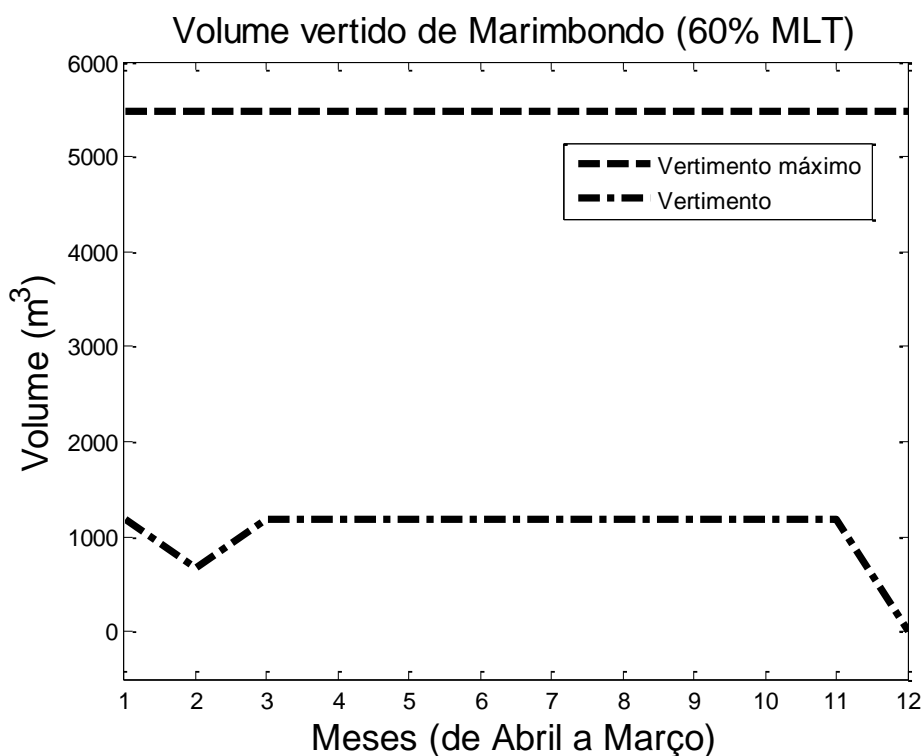
Figura 3. 2 - Trajetória Ótima das Gerações.

Na Figura 3.3 podemos ver que houve um pequeno volume vertido do reservatório de Furnas, isso ocorre porque foi iniciado como máximo o volume deste.



**Figura 3. 3 – Volume vertido do reservatório de Furnas.**

Podemos perceber na Figura 3.4 que houve, também, vertimento do reservatório de Marimbondo, e que no início do ano este foi um pouco menor, coincidindo com o período em que houve vertimento em Furnas.



**Figura 3. 4 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.**

### 3.1.2. Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 80% da MLT (Representação do período normal)

Neste caso foi considerada 80% da MLT calculada. Para fins de estudo do planejamento, 80% da MLT é considerado o período médio de vazões. Os volumes final e inicial dos reservatórios foram considerados os máximos de cada usina. A Figura 3.5 ilustra este fato.

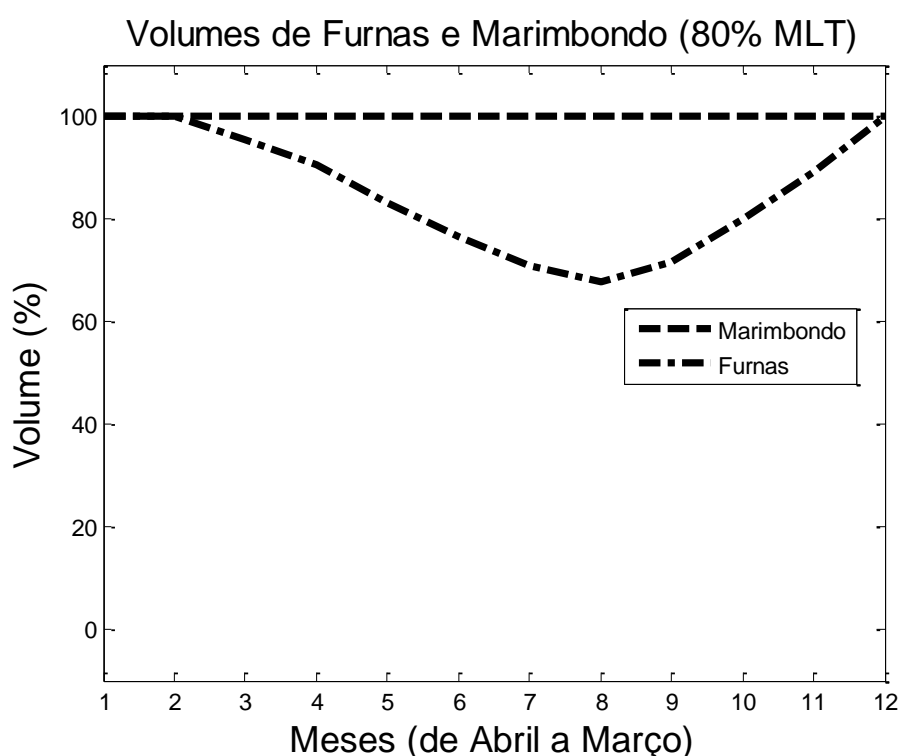


Figura 3.5 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.

Neste último gráfico, vimos que o volume de Furnas, ao longo do ano, foi menor que no caso de 60% de MLT, isso se deve ao fato de que o reservatório recebeu mais água, então se gerou mais energia, evitando que o reservatório ficasse cheio na época de cheia de modo a evitar vertimentos futuros.

Na Figura 3.6 são mostradas as trajetórias ótimas de geração hidráulica e térmica. Nesta podemos ver que a geração hidráulica já superou a térmica, durante todo o ano. Podemos ver, também, que existe uma tendência da geração térmica ser constante ao longo do horizonte de planejamento, isso porque está é modelada como uma função polinomial de segundo grau, portanto, quanto maior a oscilação, maior será o custo.



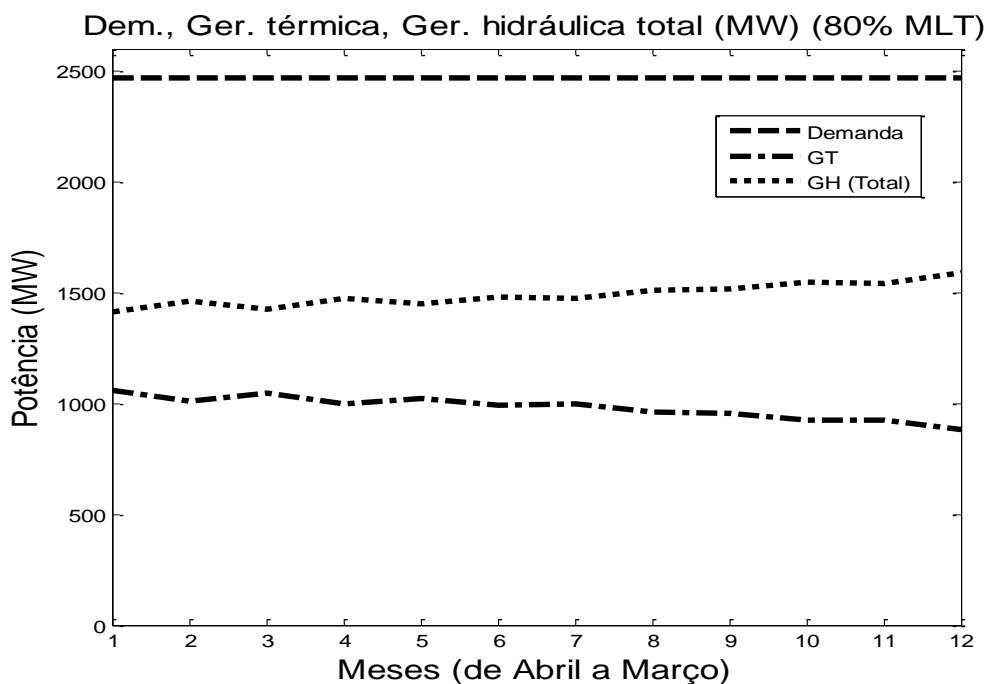


Figura 3. 6 - Trajetória Ótima das Gerações.

Na Figura 3.7 está mostrado o vertimento de Furnas. Novamente temos vertimento no início do período, sendo este semelhante ao caso anterior, porém com volume vertido maior, visto que foi considerado um ano normal, e não seco como antes.

E na Figura 3.8 também podemos ver uma tendência semelhante ao caso anterior, porém com volume vertido menor apenas no início do período, na usina de Marimbondo.

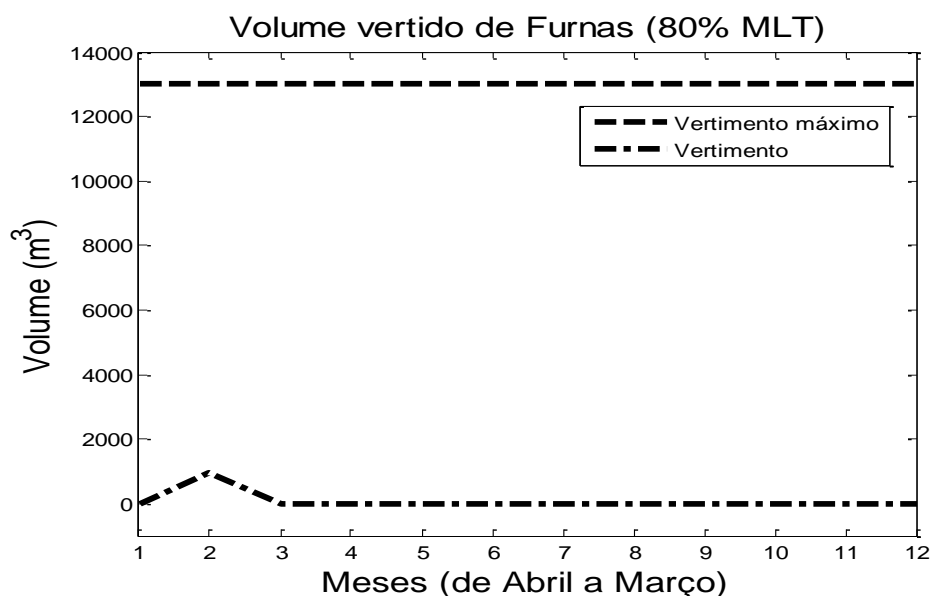
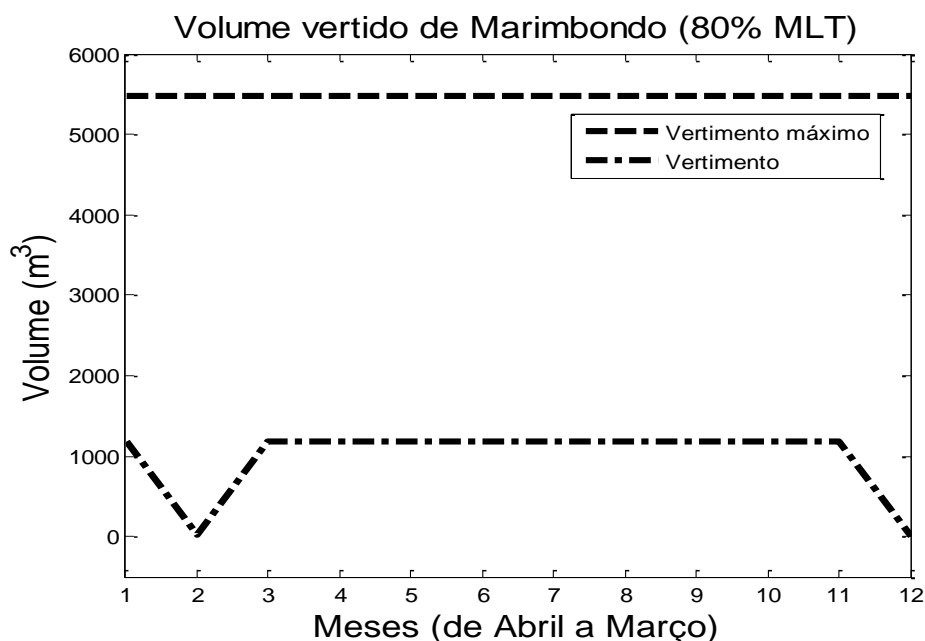


Figura 3. 7 – Volume vertido do reservatório de Furnas.

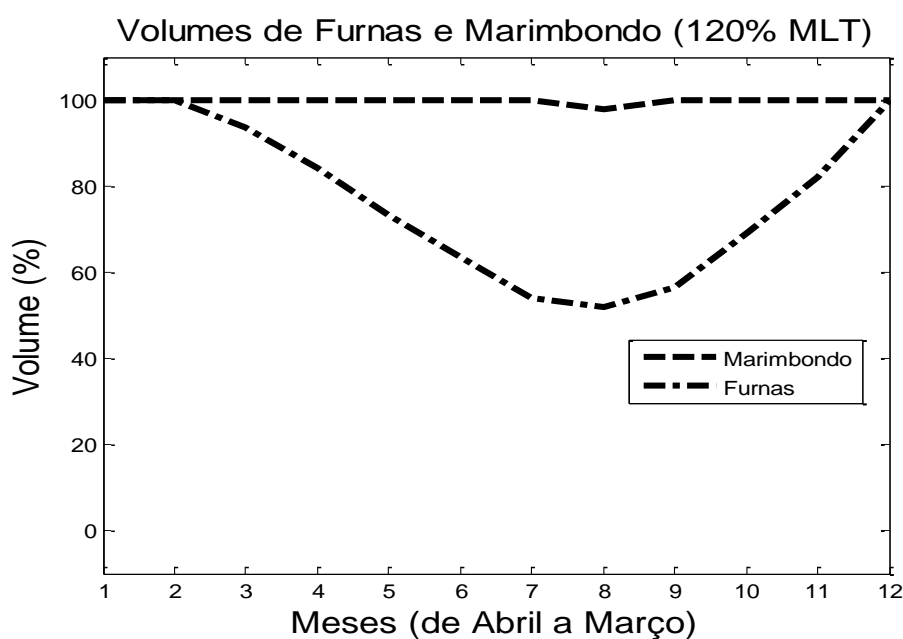


**Figura 3.8 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.**

### 3.1.2. Volumes inicial e final dos reservatórios máximos com 120% da MLT (Representação do período úmido)

Para este caso com 120% da MLT, volumes inicial e final máximos, tem-se que uma vazão afluyente abundante chega aos reservatórios.

Na Figura 3.9 vemos a trajetória de volume ótimo.



**Figura 3.9 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.**

Neste caso, o volume do reservatório de Furnas sofreu uma diminuição maior do que as observadas para as configurações anteriores, com a MLT menor que 100%. E que o reservatório de Marimbondo baixou um pouco, no mês onde o volume de Furnas foi mínimo. Isso porque precisou-se diminuir bastante o volume reservatório antes do período cheio para que as vazões afluentes pudessem ser armazenadas com redução da possibilidade de vertimento.

Analisando a Figura 3.10, tem-se que a trajetória de geração hidráulica superou ao de geração térmica com grande folga. Pelo fato das vazões MLT serem abundantes houve a necessidade de gerar energia hidráulica o máximo possível. Sendo assim observado.

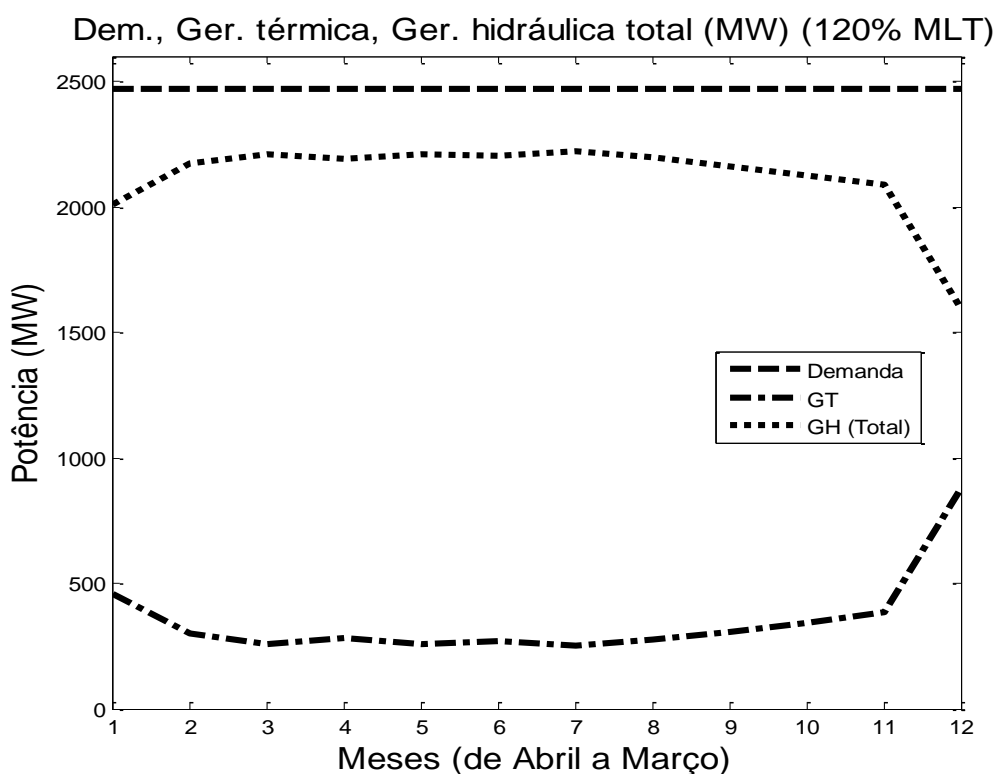


Figura 3. 10 – Trajetória Ótima das Gerações.

Houve, novamente, vertimento em Furnas apenas no início do período. Este fato podemos observar na Figura 3.11. E como já era esperado, devido ao grande volume de água que chegou aos reservatórios, houve também vertimento do reservatório de Marimbondo, porém com tendência diferente das observadas nos casos anteriores. O vertimento de Marimbondo pode ser visto na Figura 3.12.

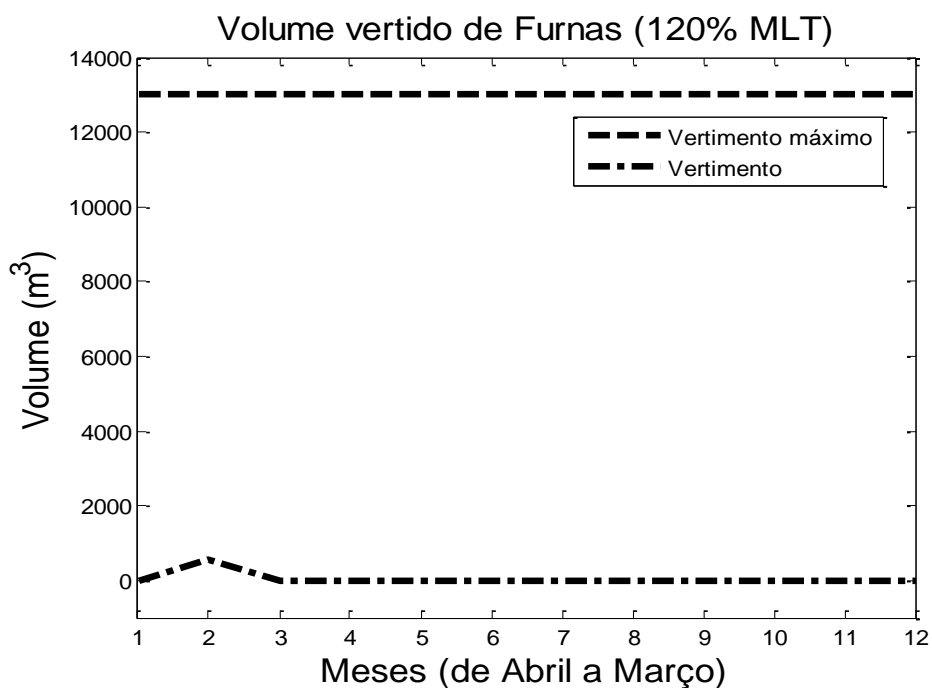


Figura 3. 11– Volume vertido do reservatório de Furnas.

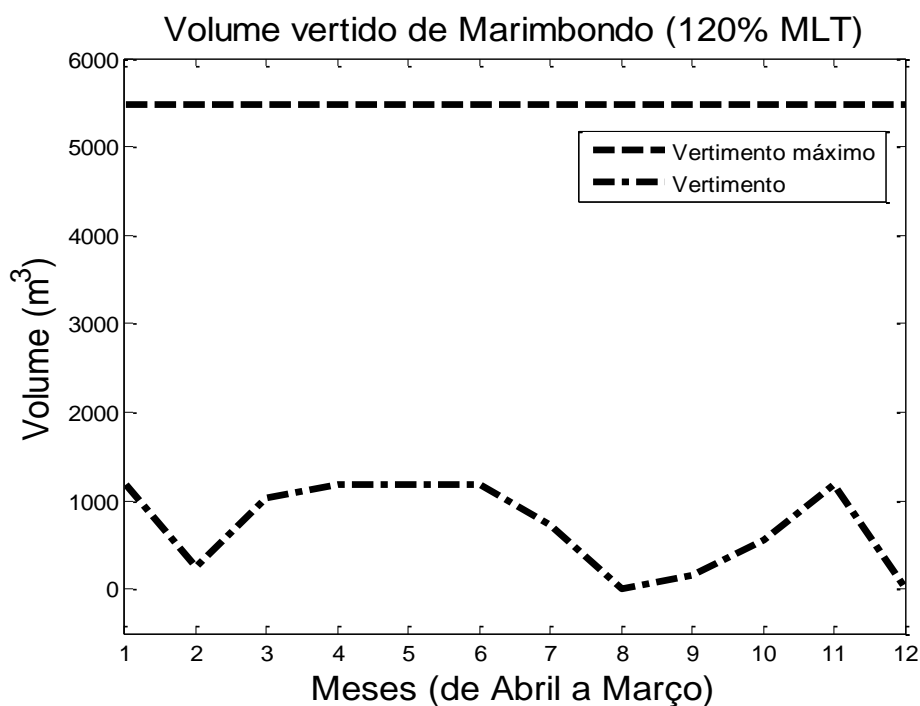
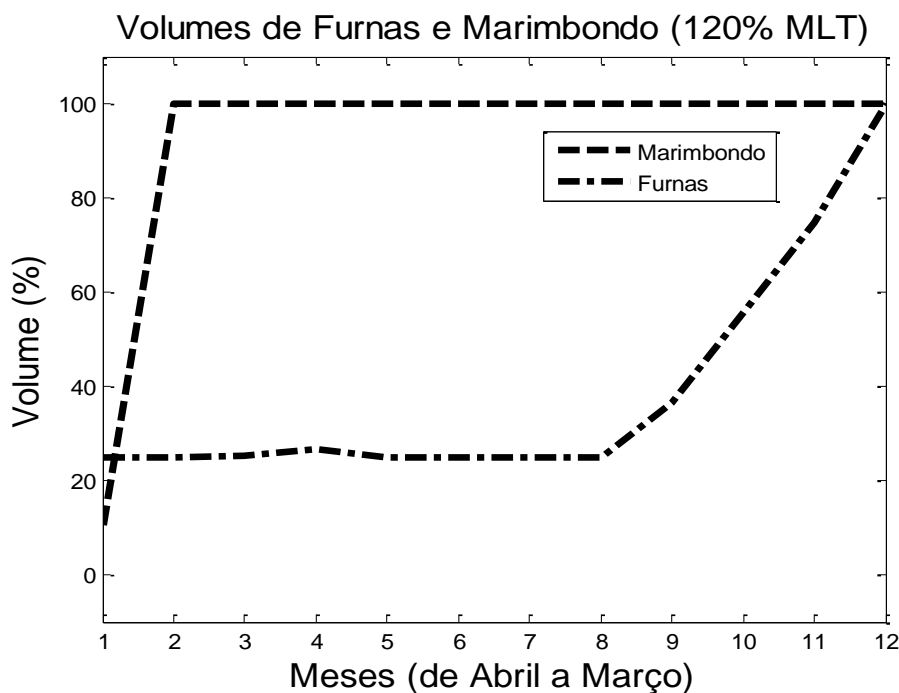


Figura 3. 12– Volume vertido do reservatório de Marimbondo.

### 3.1.3. Volumes iniciais mínimos e finais máximos com 120% da MLT

Nesta situação de vazões MLT a 120%, temos que o reservatório de Furnas operará, inicialmente, com o volume do reservatório mínimo tendo que armazenar água até o

reservatório atingir o seu nível máximo no final do planejamento. Isto ocorre para que se possa manter no máximo o volume de Marimbondo, que é a usina de jusante, que tem maior produtividade que a de montante. O gráfico das trajetórias dos volumes está ilustrado na Figura 3.13.



**Figura 3. 13 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.**

Verifica-se da Figura 3.13 que os reservatórios iniciam a operação em seus valores mínimos e vão armazenando água até seus níveis máximos, no caso de Furnas isso só ocorre no final do planejamento. No caso de Marimbondo, ocorre antes, pois esta, como já dito antes, tem maior produtividade. Observa-se que devido à alta taxa da vazão MLT, mesmo no período seco há um aumento dos volumes dos reservatórios. Diferentemente dos casos anteriores, não há diminuição dos volumes dos reservatórios até o período de cheias, pois o intuito desta operação é o enchimento dos reservatórios, mas sempre gerando o máximo de energia hidráulica possível.

Na Figura 3.14 observa-se que a trajetória da geração térmica é superior à geração hidráulica, até quase a metade do ano, isso porque as usinas tendem a gerar o máximo que podem com a disponibilidade de água dos reservatórios. Como há pouca água no início da operação, houve a necessidade de uma maior geração térmica. Porém, podemos ver que em mais da metade do ano há superação da geração hidráulica sobre a térmica, devido ao abundante volume de água que chega aos reservatórios. Essa operação não deve gerar

quantidades muito elevadas de energia, pois dessa maneira poderá diminuir o volume do reservatório, fato que vai contra a operação.

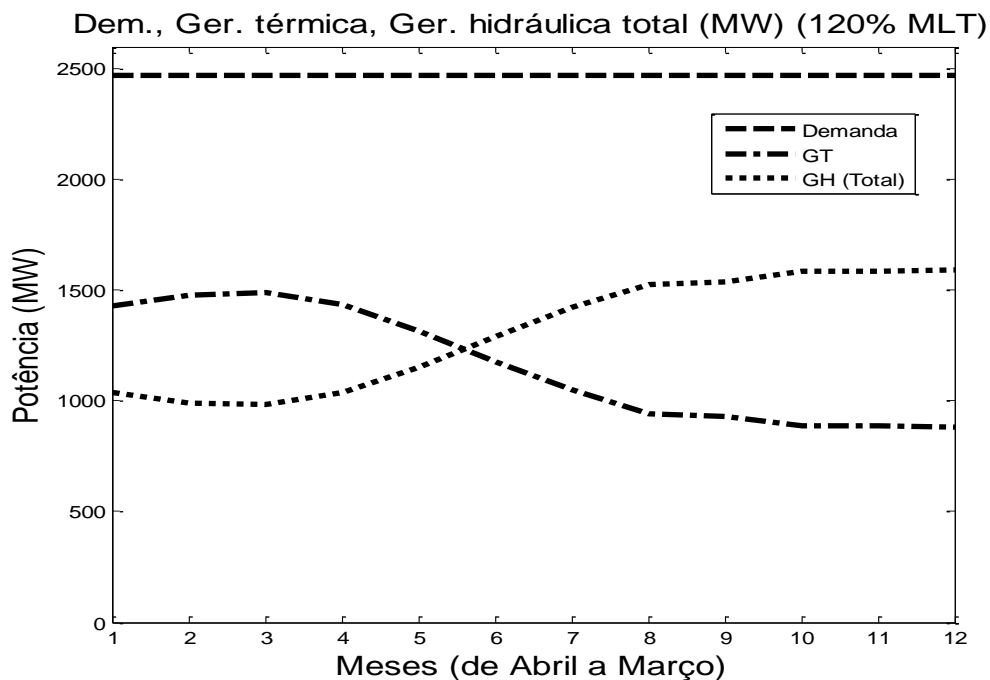


Figura 3. 14 – Trajetória Ótima das Gerações.

De acordo com a Figura 3.15, podemos ver que Furnas não verte em momento algum. E isso está de acordo com o que vimos nas figuras acima, ou seja, o volume de Furnas só atingiu seu máximo no fim do horizonte de planejamento. Diferente de Marimbondo, que verteu durante todo o ano. Isto faz parte da otimização, visto que é vantajoso manter Marimbondo em seu volume máximo, mesmo vertendo. Podemos verificar o vertimento de Marimbondo na Figura 3.16.

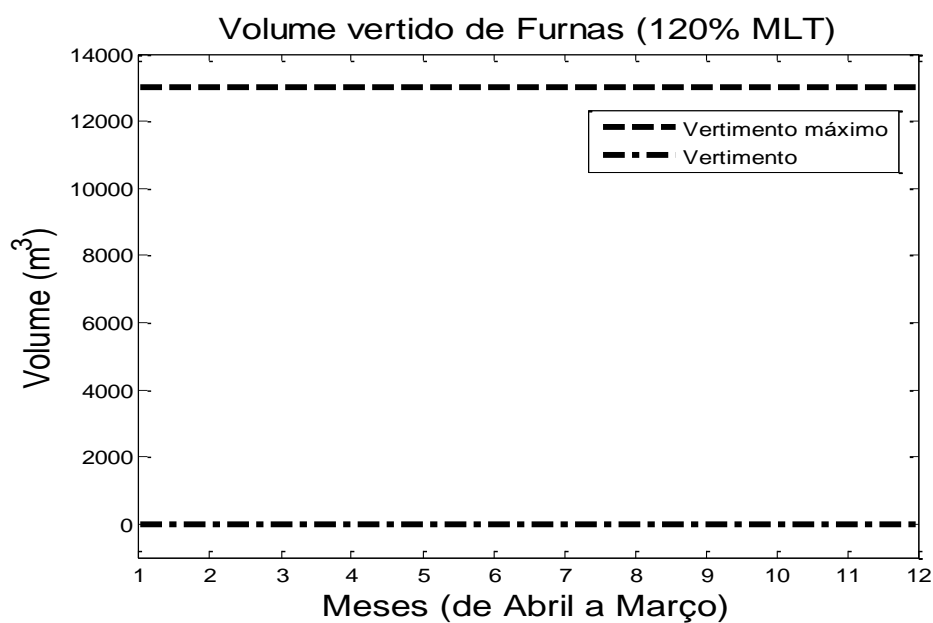


Figura 3. 15– Volume vertido do reservatório de Furnas.

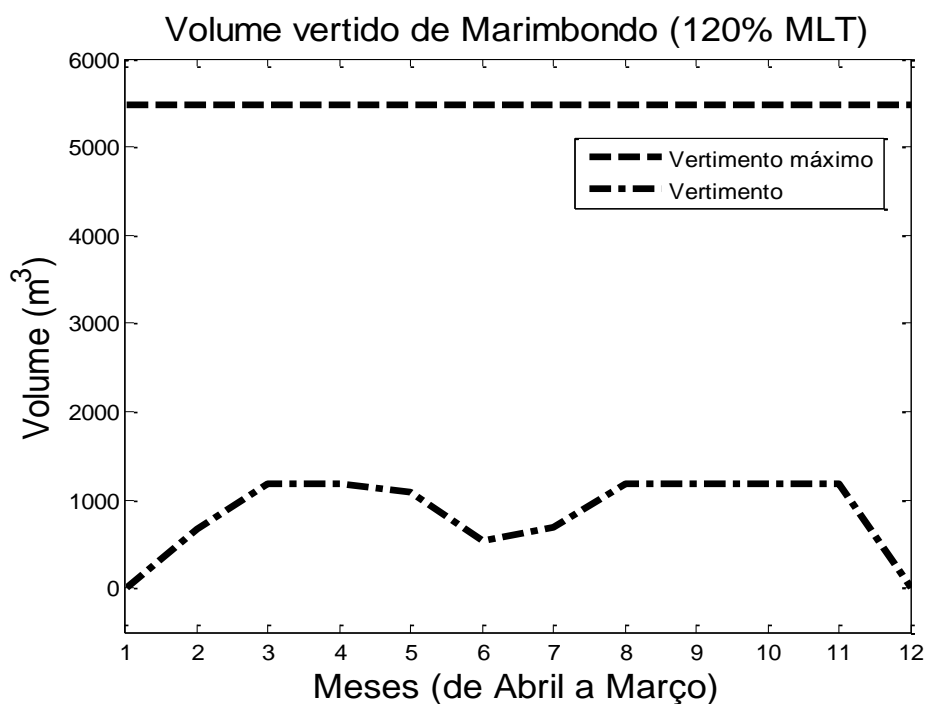


Figura 3. 16– Volume vertido do reservatório de Marimbondo.

### 3.1.4. Volumes iniciais mínimos e finais máximos com 60% e 80% da MLT

Para estes valores não foi possível encontrar as trajetórias de volumes ou gerações, pois os volumes que chegam são muito baixos para encher os reservatórios ao fim do planejamento, visto que os reservatórios iniciam suas operações em seus volumes mínimos.

### 3.1.4. Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 60% da MLT

Para esta operação, considerou-se 60% da MLT na qual os reservatórios iniciarão a operação com seus volumes máximos e terminarão com seus volumes no mínimo operativo. Com isso, haverá uma tendência de gerar uma grande quantidade de energia hidráulica para aproveitar a água que diminuirá até o final dessa operação. A figura 3.17 ilustra a trajetória do volume.

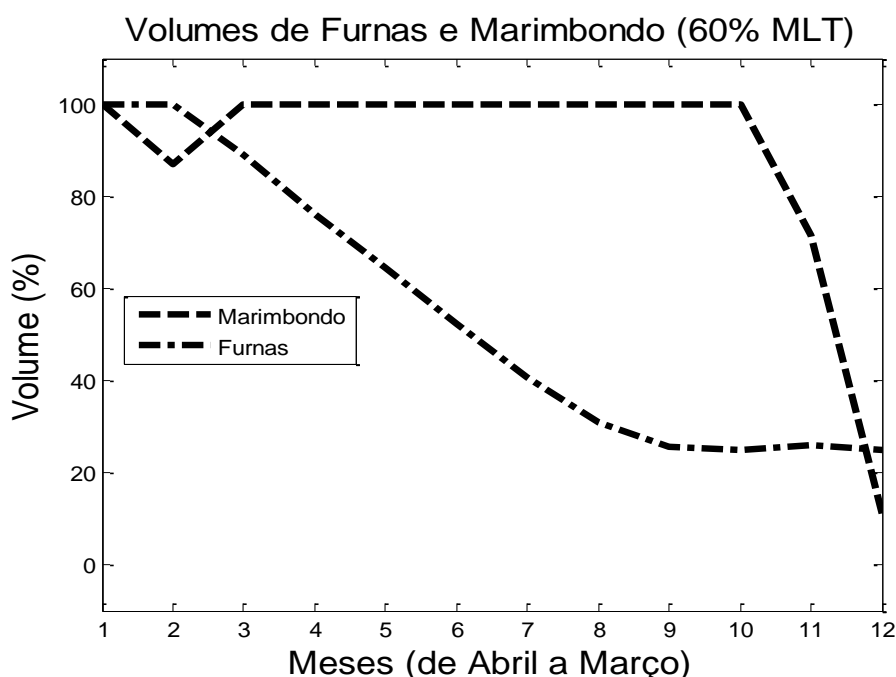


Figura 3. 17 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.

Podemos ver, no gráfica acima, que Marimbondo iniciou esvaziando seu reservatório. Isto ocorreu porque Furnas também estava no início de sua operação e ainda não tinha liberado água suficiente para manter o reservatório de Marimbondo cheio. Assim como nos outros casos vimos que Marimbondo tende a ficar com seu reservatório no máximo, pois esta é uma usina maior que aquela, com maior potencial de geração de energia elétrica.

Neste caso, mesmo sendo um ano seco, gerou-se muita energia nas hidrelétricas, pois o objetivo era chegar ao fim do planejamento com os resrvatórios nos seus mínimos valores de volume.

Este tipo de operação é aplicado quando se há previsão de cheias para o ano seguinte, e sendo assim, é necessário que os reservatórios estejam nos seus mínimos de volume para poder aproveitar ao máximo a água que chegará.



Na Figura 3.18 observa-se a trajetória ótima das gerações térmica e hidráulica, onde a geração hidráulica supera, com folga, a geração térmica.

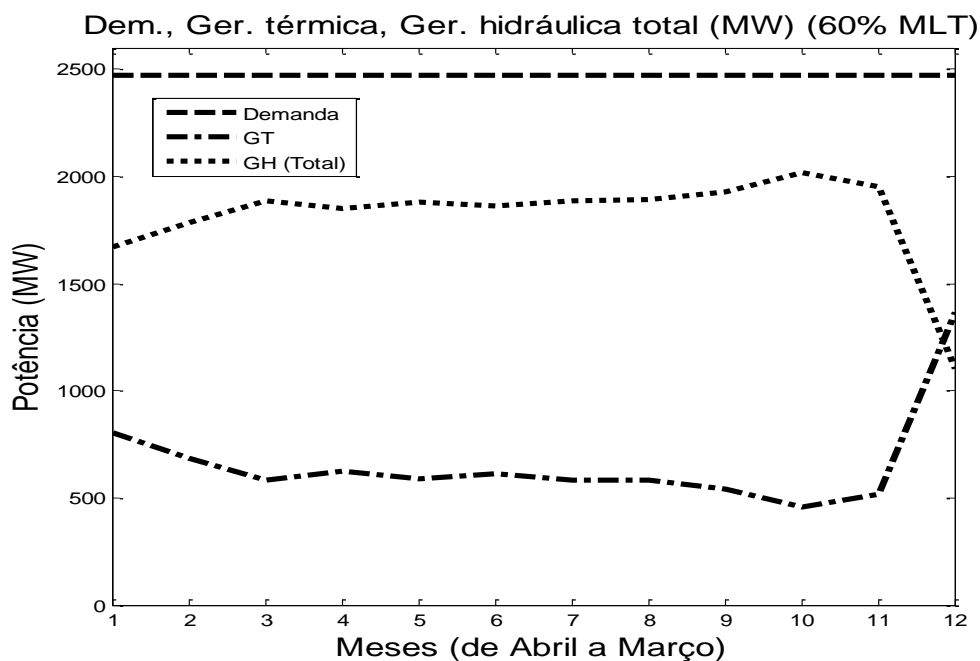


Figura 3. 18 – Trajetória Ótima das Gerações.

Como Furnas e Marimbondo iniciam seus volumes nos valores máximos, era esperado que houvesse vertimento. No caso de Furnas isto ocorre somente no início do planejamento. Quanto a Marimbondo verificamos que houve vertimento quase o ano todo. Vejamos os vertimentos de Furnas e de Marimbondo nas Figuras 3.19 e 3.20, respectivamente.

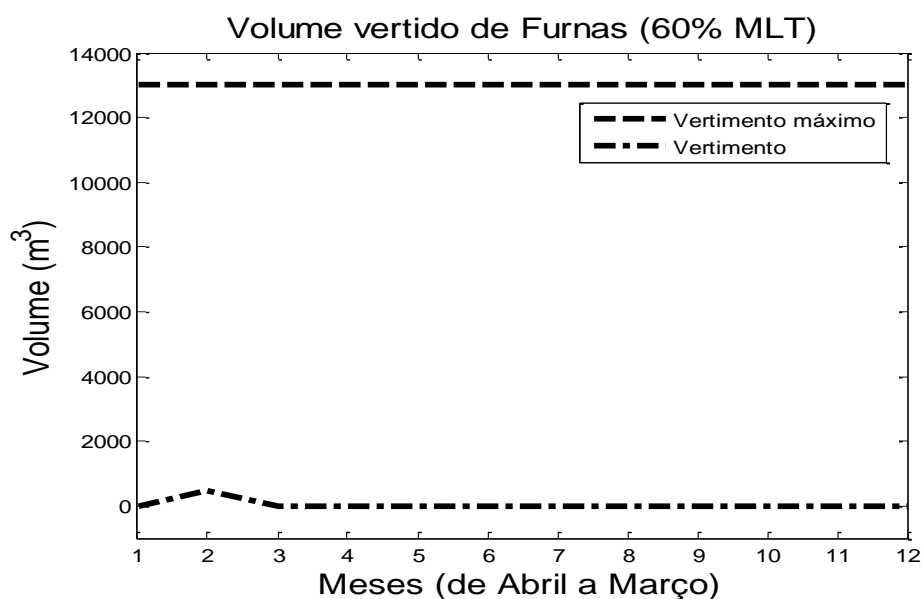


Figura 3. 19– Volume vertido do reservatório de Furnas.

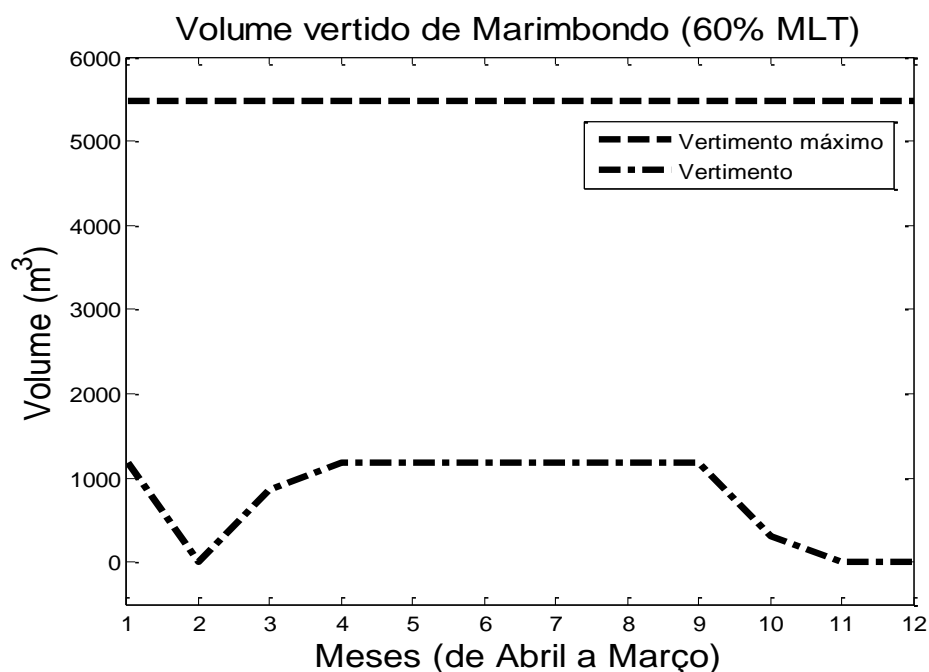


Figura 3. 20– Volume vertido do reservatório de Marimbondo.

### 3.1.5. Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 80% da MLT

Nesta operação foi considerado 80% da MLT, os reservatórios iniciarão nos seus máximos e terminarão nos seus mínimos operativos. Veremos a trajetória de volumes na Figura 3.21.

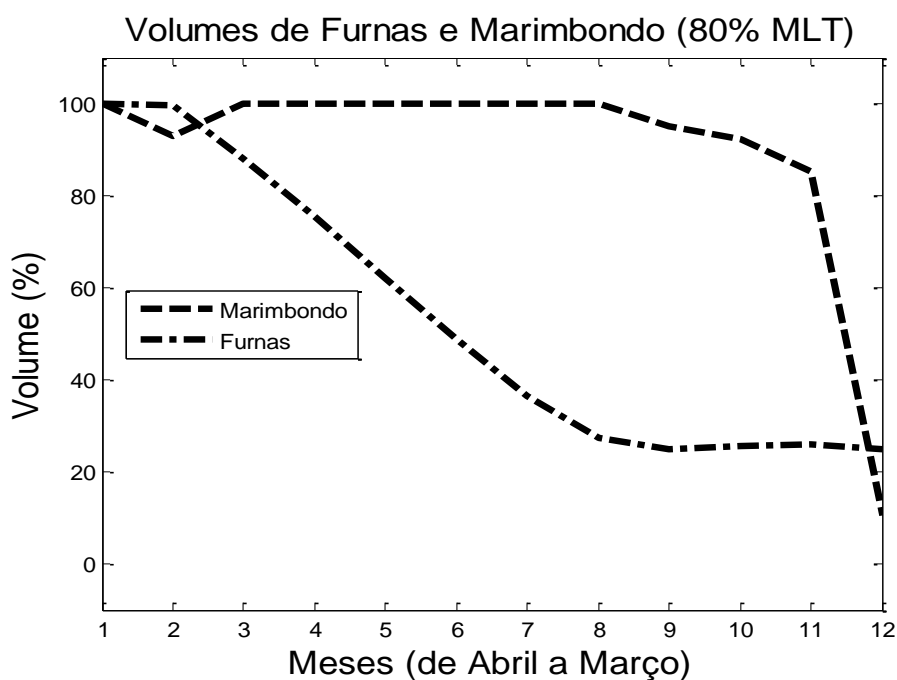
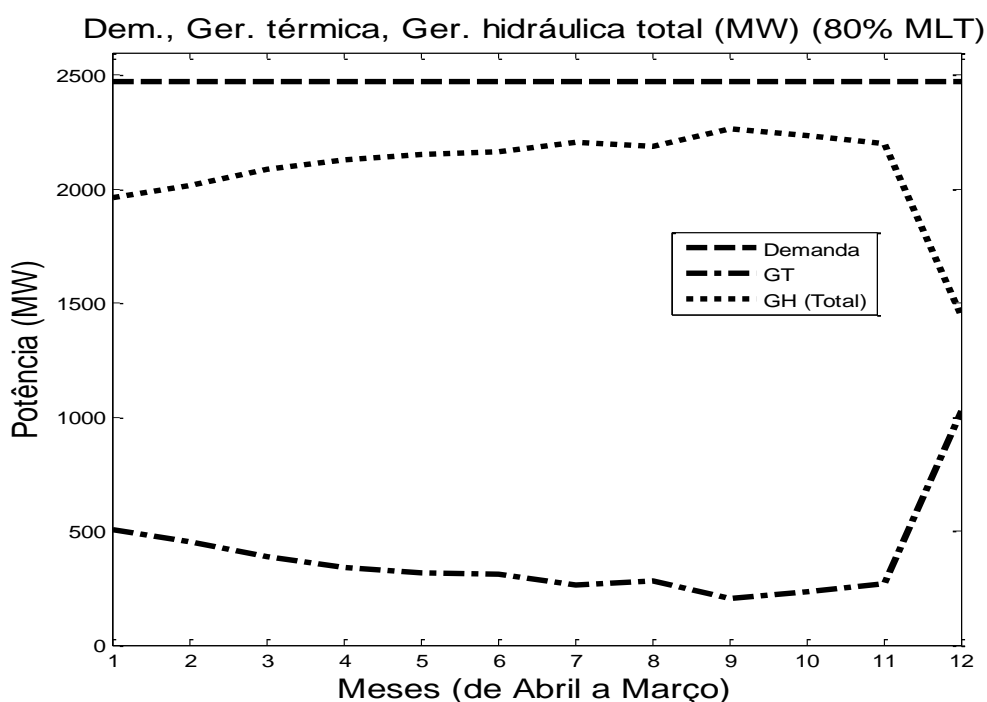


Figura 3. 21 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.

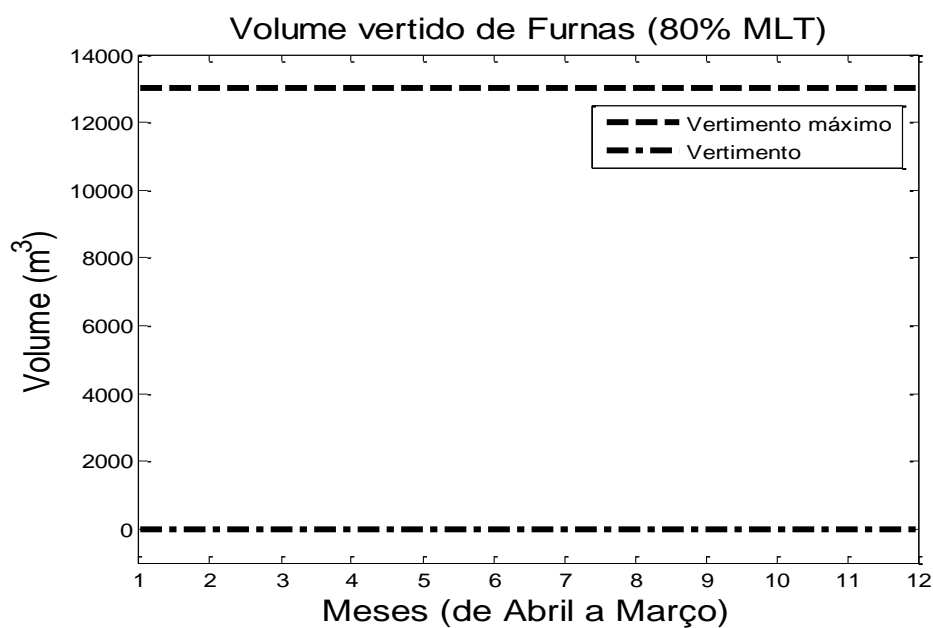
Analisando a Figura 3.21, pode-se ver que no início do planejamento houve redução menor no volume de Marimbondo, comparado ao caso anterior (60% de MLT). Isto ocorre, pois, mesmo com mais água chegando ao reservatório, este não opera sozinho, e isto podemos ver na trajetória de volume do reservatório de Furnas, que tem uma suave aceleração no processo de redução de seu volume. E quando este fica próximo a um valor estável, vemos que o volume de Marimbondo também começa a baixar. Se isso não ocorresse, não seria possível esvaziar o reservatório, pois esse processo (de esvaziamento) ocorre no início do período chuvoso. Então era esperado este tipo de comportamento para se atingir o objetivo de volumes finais mínimos.

Neste caso temos que a geração hidráulica supera com grande folga a geração térmica. Podemos ver isto na Figura 3.22. E neste caso, a geração hidráulica tem tendência ascendente durante quase todo o ano, sendo reduzido no final, devido ao esvaziamento dos reservatórios.

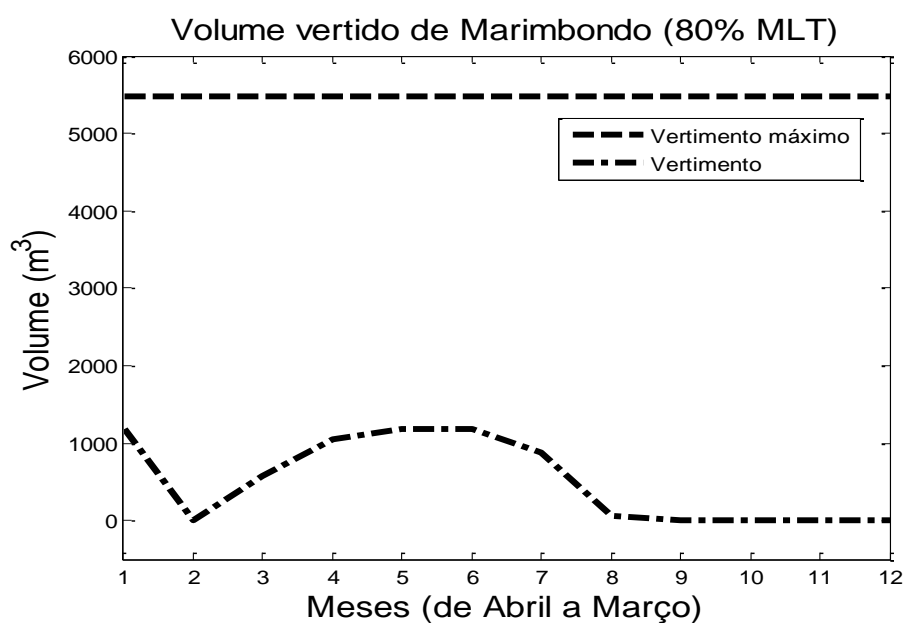


**Figura 3. 22 – Trajetórias Ótimas das Gerações.**

Não houve vertimento em Furnas, mesmo com maior vazão afluente, pois toda água foi utilizada na geração de energia elétrica. O mesmo não ocorre com Marimbondo, que verte por pouco mais da metade do ano, tendendo a mater o reservatório desta usina no máximo. As Figuras 3.23 e 3.24 representam, respectivamente, os vertimentos de Furnas e Marimbondo.



**Figura 3. 23– Volume vertido do reservatório de Furnas.**



**Figura 3. 24 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.**

### 3.1.6. Volumes iniciais máximos e finais mínimos com 120% da MLT

Considerando a entrada de 120% de MLT, os reservatórios iniciarão nos seus máximos e terminarão nos seus mínimos operativos. Este pode ser considerado como um dos casos extremos, pois começa-se o ano com os reservatórios em seus máximos, considera-se um ano chuvoso e deseja-se que os reservatórios terminem o ano em seus volumes mínimos. Veremos a trajetória de volumes na Figura 3.25.

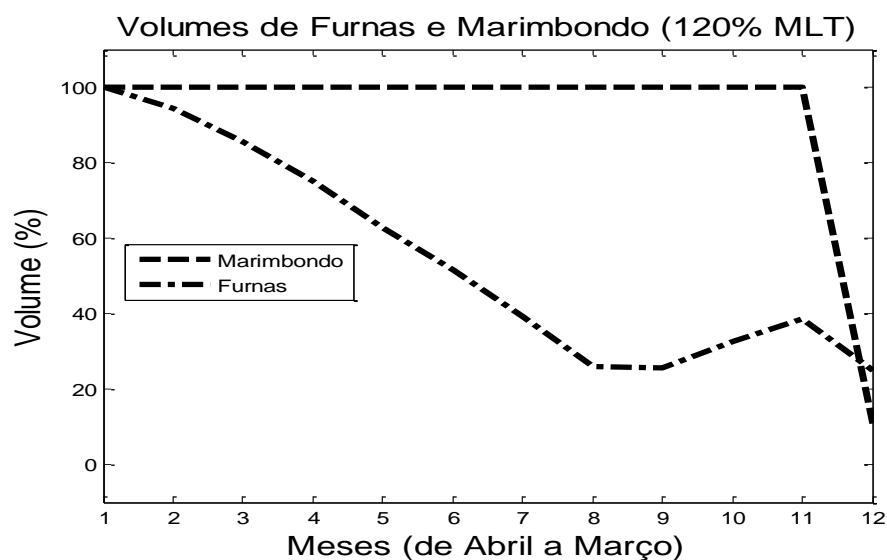


Figura 3.25 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.

Analisando a Figura 3.25, pode-se ver que no início do planejamento não houve redução do volume de Marimbondo, ao contrário do que aconteceu nos dois últimos casos. O que mostra que Marimbondo operou em seu volume máximo durante onze, dos doze meses, do horizonte de planejamento. E Furnas teve uma redução um pouco mais suave comparada aos casos anteriores, além de seu volume ter subido um pouco no fim do período, na época chuvosa, devido à grande quantidade de água que chegou ao reservatório desta.

Neste caso a geração hidráulica atenderá quase toda a demanda, durante quase todo o ano. Podemos ver isto na Figura 3.26.

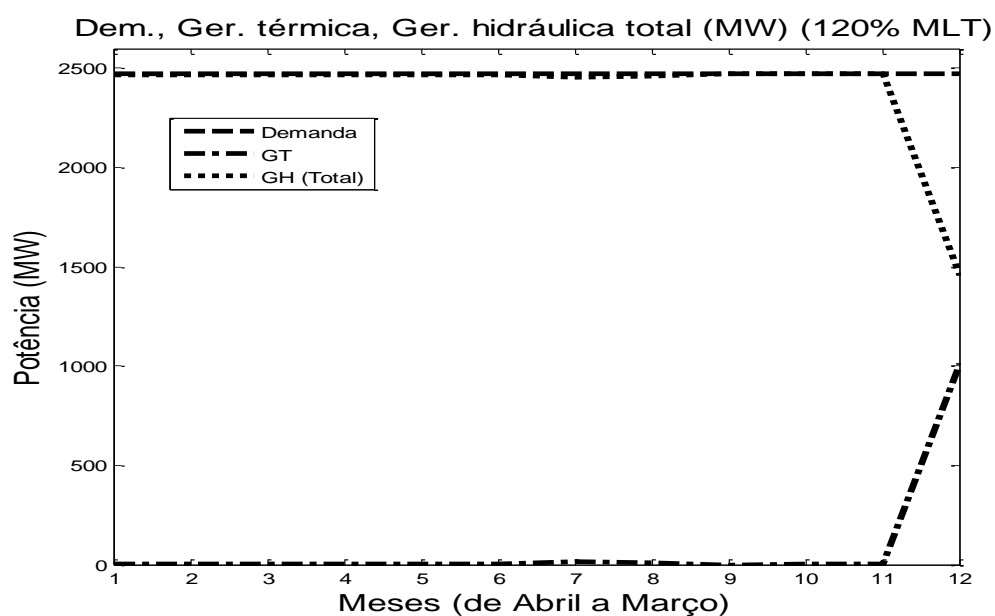


Figura 3.26 – Trajetórias Ótimas das Gerações.

Novamente não houve vertimento em Furnas, mesmo sendo considerado um ano chuvoso, pois toda água foi utilizada na geração de energia elétrica. Assim como no caso anterior, Marimbondo verte bastante água, principalmente no início do ano, tendendo a manter o reservatório desta usina no máximo. A Figura 3.27 representa o vertimento de Marimbondo, sendo o de Furnas não mostrado aqui por ser nulo.

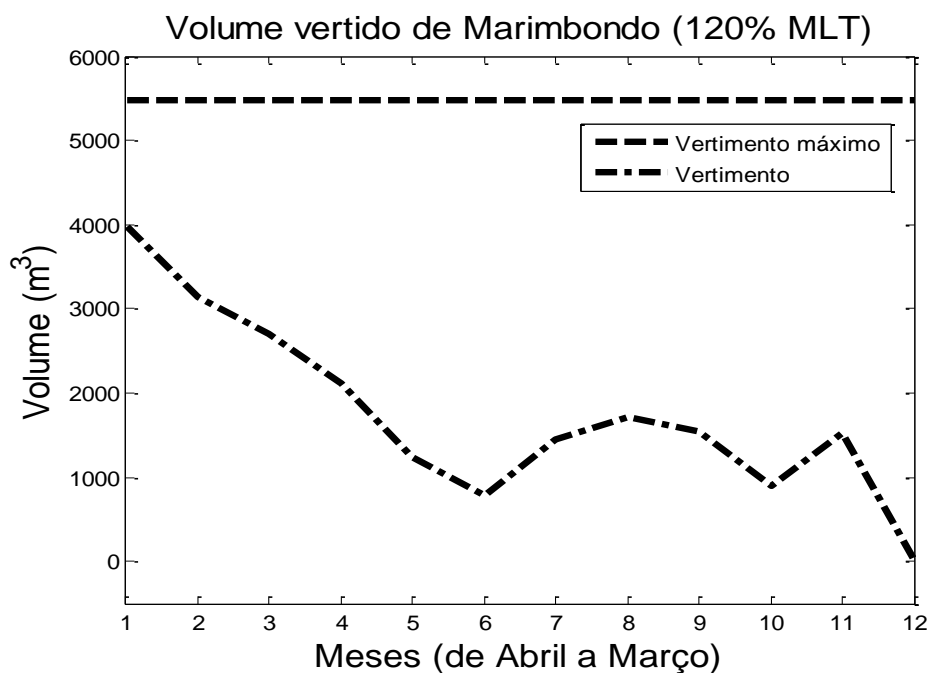


Figura 3. 27 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.

### 3.1.7. Volumes iniciais e finais em 50% e 60% da MLT

Neste tipo de operação os volumes iniciais e finais foram considerados a metade da capacidade máxima dos reservatórios com a vazão afluyente MLT em 60%. A figura 3.28 ilustra a trajetória do volume.

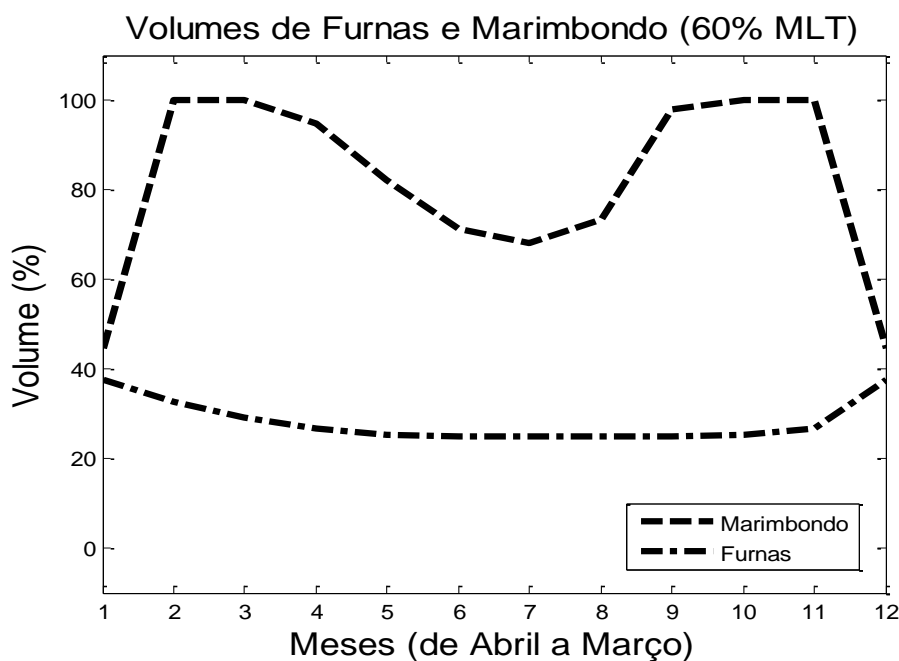


Figura 3. 28– Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.

O volume de Furnas tende a ficar baixo para atender à necessidade de manter no máximo, sempre que possível, o reservatório de Marimbondo. Este, inicialmente, aumenta e atinge o máximo por pouco tempo e diminui. Isto ocorre no fim do período seco, e é como se Marimbondo 'drenasse' toda a água de Furnas, sendo isso válido no período de cheia, quando Marimbondo volta a ter volume máximo, mas por pouco tempo também.

Com a MLT em 60% e os volumes na metade de suas capacidades, não há vazão MLT suficiente para que o sistema esvazie os reservatórios de forma a gerar grandes quantidades de energia hidráulica antes do período de cheias. Isso quer dizer que a diminuição do volume é relativamente pequena, que pode ser observado pelo vale da trajetória da figura 3.28. Portanto, o poder de “enchimento” do reservatório é pequeno e não há possibilidade de grandes gerações hidráulicas. Esse fato justifica-se com a análise da figura 3.29. Observa-se que a geração térmica é predominante em boa parte do tempo, e neste tempo há diferença considerável entre geração térmica e hidráulica.

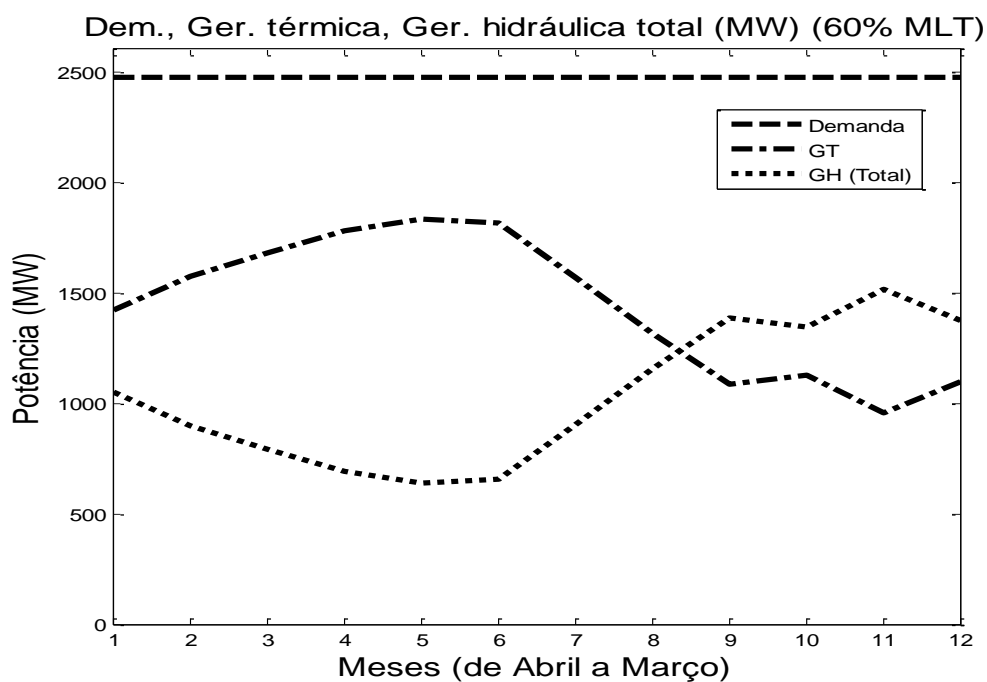


Figura 3. 29 – Trajetórias Ótimas das Gerações.

Não houve vertimento em Furnas, pois o reservatório desta usina esteve sempre abaixo de 50%. Nos casos onde Marimbondo atingiu o máximo de volume, houve vertimento nesta usina, sempre mantendo a tendência de manter o reservatório desta cheio. A Figuras 3.30 representa o vertimento de Marimbondo.

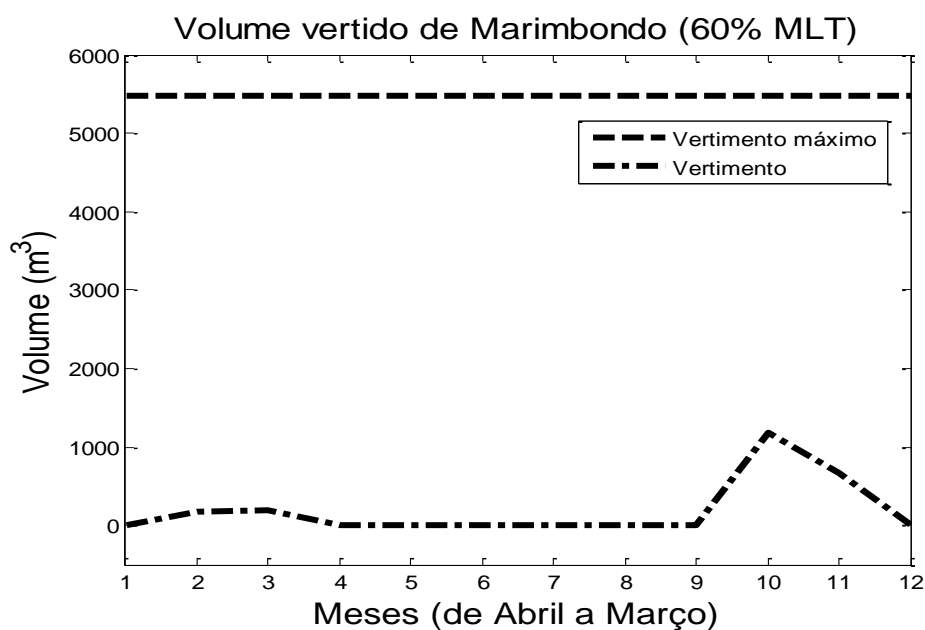


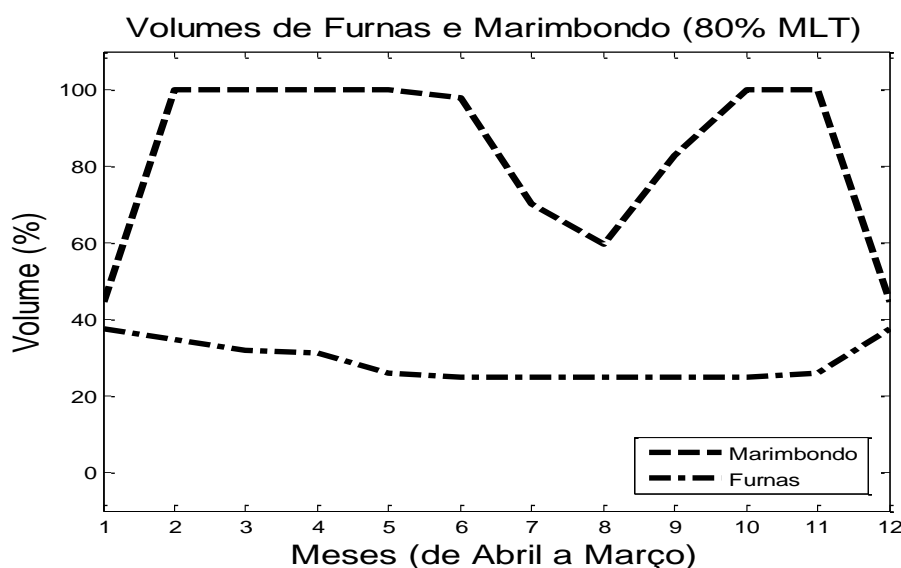
Figura 3. 30 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.



### 3.1.8. Volumes iniciais e finais em 50% e 80% da MLT

Temos aqui um caso análogo ao anterior, porém considerando que mais água chega ao reservatório, caracterizando um ano hidrológico normal.

As trajetórias de volumes para este caso é mostrada na Figura 3.31;



**Figura 3. 31 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios**

O volume de Furnas chegou ao mínimo operativo por volta do sexto mês e assim permaneceu até o décimo. A trajetória dos volumes foi semelhante ao caso anterior, diferindo muito pouco. O volume de Marimbondo atingiu o máximo mais rápido que no caso anterior, e durante o período (um ano) esteve por mais tempo no seu máximo.

Essa figura mostra que a vazão MLT influencia bastante na operação do sistema hidrotérmico. Com essa vazão acentuada, a usina hidrelétrica terá uma maior possibilidade de geração, pois haverá uma maior quantidade de água no reservatório. Então, a operação esvaziará o reservatório de Furnas na forma de geração hidráulica antes do período cheio, se preparando para receber as grandes vazões. E Marimbondo mantém seu reservatório cheio sempre que possível, aumentando o rendimento do sistema.

Essa operação é vista na figura 3.32. Inicialmente, no período seco, a geração térmica se sobressai da geração hidráulica, visto que nesse período há uma tendência de armazenamento de água no reservatório de Marimbondo. Após esse período, observa-se que a operação é de esvaziamento desta usina, sendo que a de Furnas praticamente se mantém, e consequentemente de crescimento da geração hidráulica. Este crescimento prossegue até o final da operação sendo que a geração hidráulica supera a geração térmica no período de

cheias. Isso é decorrente de maiores vazões afluentes neste período. Além disso, a meta de volumes finais da operação é a metade da capacidade dos reservatórios, isto é, não há a necessidade de armazenar grandes quantidades de água. Este fato ajuda no aumento da geração hidráulica.

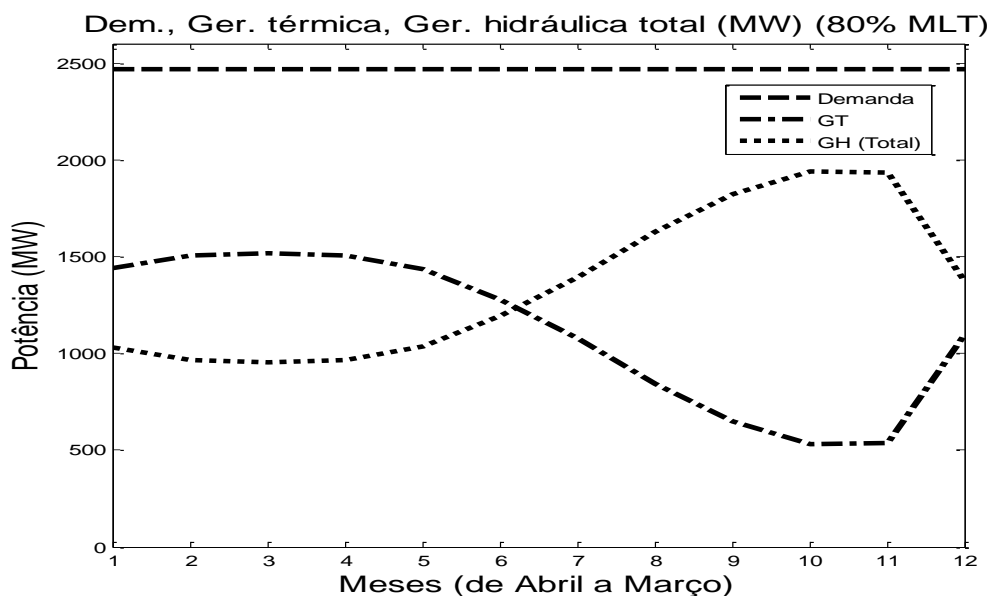


Figura 3. 32 – Trajetórias Ótimas das Gerações

Novamente o vertimento de Furnas é nulo, visto que o reservatório desta nem chega a ultrapassar 50% de seu volume. Ocorre vertimento em Marimbondo nos períodos onde o volume desta chega ao máximo, que é em uma considerável parte do primeiro semestre e no fim do segundo. O vertimento de Marimbondo pode ser visto na Figura 3.33.

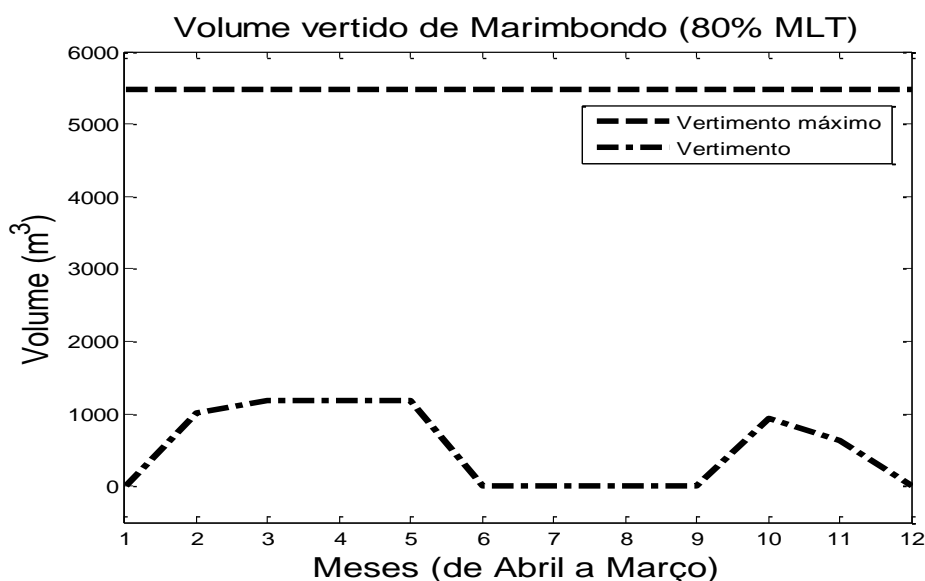


Figura 3. 33 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo

### 3.1.9. Volumes iniciais e finais em 50% e 120% da MLT

Neste caso foi considerada vazão afluyente correspondente a 120% da MLT, ou seja, um grande volume de água chega aos reservatórios. Assim como nos casos anteriores, o volume de Furnas sempre tende a ser mais baixo que o de Marimbondo, para deixar este cheio. Mas o gráfico da trajetória de Marimbondo tem um vale, que está mais acentuado nesta situação, isso ocorre porque se pode gerara mais energia da fonte hidráulica, pois virá um grande volume posteriormente, e a proposta é que, no fim do período, os reservatórios estejam na metade de sua capacidade. A trajetória de volumes para este caso é mostrada na Figura 3.34.

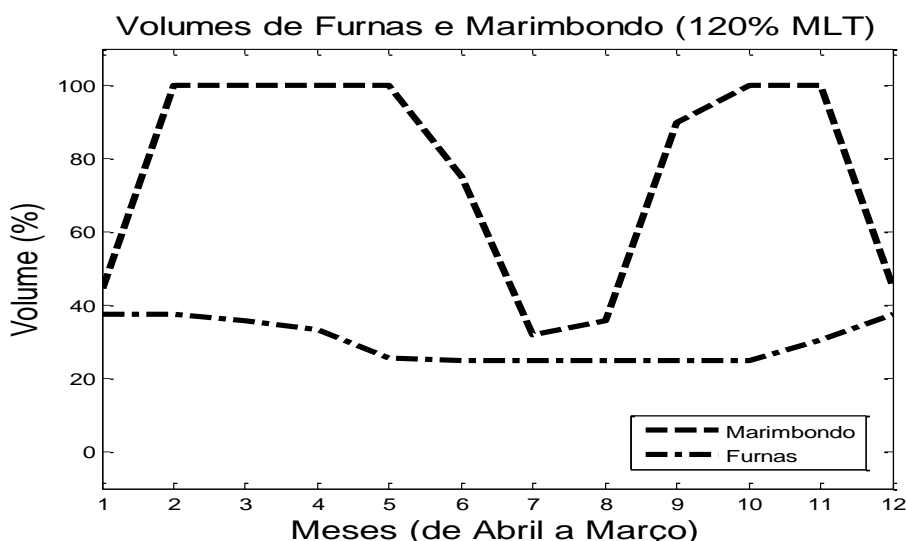


Figura 3. 34 – Trajetórias Ótimas de Volumes dos Reservatórios.

Seria esperado que houvesse grande geração de fonte hidráulica o ano todo. Porém, como podemos ver na Figura 3.35, a geração no primeiro semestre do ano não é significativamente maior que a geração térmica, porque há sempre uma tendência de encher o reservatório de Marimbondo, e isto é observado na Figura 3.34, e enquanto isso se gera mais energia da fonte térmica. A partir do momento que o reservatório da usina a jusante está cheio, começa-se a gerar mais energia da fonte hidráulica, mesmo que o reservatório fique vazio depois, mas isso se deve ao fato de anteceder a época de chuvas. Com isso, temos as trajetórias das gerações hidráulica e térmica, como mostradas na figura a seguir.

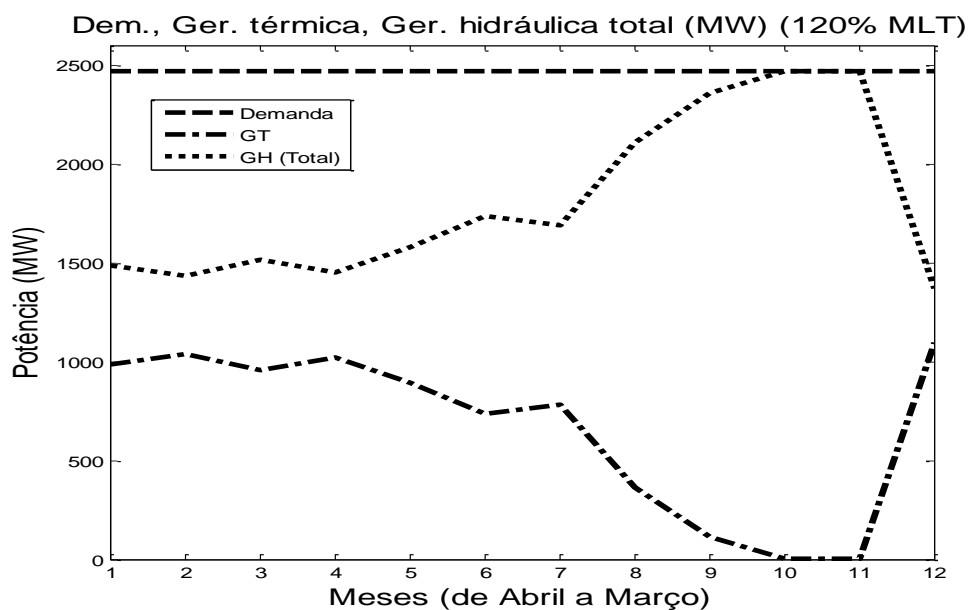


Figura 3. 35 – Trajetórias Ótimas das Gerações.

No auge da época de cheia, tem-se a situação de 100% de atendimento à demanda pela fonte hidráulica, durante um mês.

Não há vertimento em Furnas, conforme esperado. Porém Marimbondo continua a verter, como mostrado na Figura 3.36, caracterizando a importância de manter cheio o reservatório desta usina.

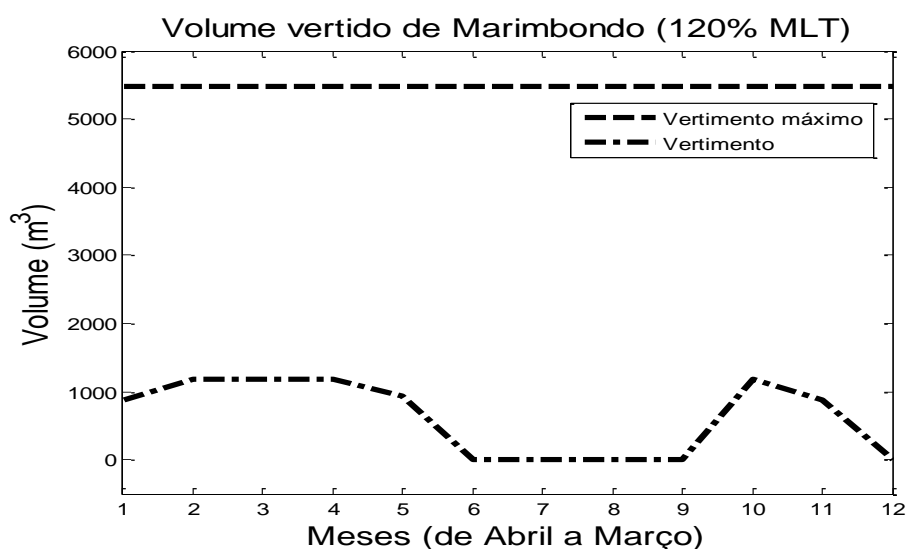


Figura 3. 36 – Volume vertido do reservatório de Marimbondo.

## 4 *Conclusões*

Através do estudo realizado neste trabalho, pode-se ver o comportamento do sistema hidrotérmico frente às condições adversas de operação.

Em vários casos, pôde-se perceber que a curva de geração térmica tende a uma reta. Como a função de custo é aproximada de um polinômio de segundo grau, quanto maior a oscilação desta, maior será o custo. Isso explica o fato da tendência da curva a uma reta, pois o objetivo do problema é minimizar o custo de geração térmica.

Pôde-se ver, também, nas trajetórias de volume, que existe a tendência de ‘economizar’ água em períodos secos, para evitar falta de água no fim do período de planejamento, e de esvaziar os reservatórios nos períodos de cheia, para evitar vertimentos no fim do período, o que é um desperdício de energia.

No caso dos vertimentos, pôde-se observar que nem sempre este é algo ruim. Às vezes é vantajoso verter para se manter um reservatório em seu volume máximo, a fim de retirar o máximo de proveito do sistema.

Sugere-se, para trabalhos futuros, que se aumente a quantidade de usina em cascata, para se ter um estudo mais aprofundado de sensibilidade do sistema. As cascatas sugeridas podem ser diretas, onde apenas uma usina estará imediatamente acima de outra, ou em ‘y’, onde mais de uma usina estará imediatamente acima de outra.

## *Referências Bibliográficas*

- [01] SILVA, M.G.; CASTRO, M.A.A. *Análise do custo marginal de operação frente às condições de operação de um sistema hidrotérmico de potência*. Simpósio da UFV: XIX de Iniciação Científica – SIC; IX Mostra Científica da Pós-Graduação – SIMPÓS; VII de Extensão Universitária - SEU E III de Ensino - SEn, Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 21 a 24 de outubro de 2009.
- [02] NAZARENO, J.S. *Um algoritmo de otimização avançado para o planejamento e estudo da operação de sistemas hidrotérmicos de potência*. Exame de Qualificação (Mestrado em Engenharia Elétrica). São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004. 84p.
- [03] MME, Ministério de Minas e Energia. *BEN, Balanço Energético Nacional – 2010*, Disponível em: <http://www.mme.gov.br>.
- [04] ANEEL, Agência Nacional da Energia Elétrica, *Atlas da Energia Elétrica do Brasil/2002*, Brasília, DF
- [05] SOARES, S. *Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos*. SBA - Controle e Automação, 1987. 1(2): p. 122-131.
- [06] PEREIRA, M.V.F. *Optimal scheduling of hydrothermal systems - an overview*. In IFAC - Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems. 1985. Rio de Janeiro, RJ.
- [07] ONS, Operador Nacional do Sistema. *Planejamento anual da operação energética ano 2001*. Sistema Interligado Nacional, 2001, Rio de Janeiro, RJ.
- [08] ONS, Operador Nacional do Sistema. *Procedimentos de Rede, Submódulo 7.1: Planejamento da Operação Energética*. 2001, Rio de Janeiro, RJ. p.7.
- [09] MACEIRA, M.E.P.; COSTA, A.P.C.; MARCATO A.L.M. *Programação dinâmica dual estocástica aplicada ao planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos com representação do processo estocástico de afluências por modelos autoregressivos periódicos - NEWAVE - Especificação funcional*. 1999, CEPEL - Centro de Pesquisa de Engenharia Elétrica: Rio de Janeiro, RJ
- [10] MULLER, C. A., *Hidroelétricas, Meio Ambiente e Desenvolvimento*, MAKRON Books, São Paulo, 1995.
- [11] ONS, Operador Nacional do Sistema. *Vazões Médias Mensais nos Aproveitamentos Hidroelétricos – Período 1931 a 1998*. Rio de Janeiro, RJ.
- [12] SOARES, S.; CARNEIRO, A.A.F.M., *Optimal operation of reservoirs for electric generation*. IEEE Transactions on Power Delivery, 1991. 6(3): p. 1101-1107

# Anexos

## Anexo I:

### Códigos auxiliares.

#### Código da função a ser minimizada:

```
function f = funcaoFurMar(x) % função da geração térmica
f = 0.5*(x(1)^2+x(2)^2+x(3)^2+x(4)^2+x(5)^2+x(6)^2+x(7)^2+x(8)^2+
x(9)^2+x(10)^2+x(11)^2+x(12));
```

#### Código com as restrições não-lineares:

```
function [c,ceq] = nonlconF_M(x)

load dados_Furnas % carrega as constantes kF, cfmF, phF, a0F, a1F, a2F,
a3F, a4F
load dados_Marimbondo % carrega as constantes kM, cfmM, phM, a0M, a1M, a2M,
a3M, a4M
load VolumesFurMar % carrega x71, x82 (volumes máximos de Furnas e
Marimbondo, respectivamente)

c = [];
ceq = [x(13) - kF * (a0F + a1F*x(61) + a2F*x(61)^2 + a3F*x(61)^3 +
a4F*x(61)^4 - cfmF - phF) * x(37);
x(14) - kF * (a0F + a1F*x(62) + a2F*x(62)^2 + a3F*x(62)^3 +
a4F*x(62)^4 - cfmF - phF) * x(38);
x(15) - kF * (a0F + a1F*x(63) + a2F*x(63)^2 + a3F*x(63)^3 +
a4F*x(63)^4 - cfmF - phF) * x(39);
x(16) - kF * (a0F + a1F*x(64) + a2F*x(64)^2 + a3F*x(64)^3 +
a4F*x(64)^4 - cfmF - phF) * x(40);
x(17) - kF * (a0F + a1F*x(65) + a2F*x(65)^2 + a3F*x(65)^3 +
a4F*x(65)^4 - cfmF - phF) * x(41);
x(18) - kF * (a0F + a1F*x(66) + a2F*x(66)^2 + a3F*x(66)^3 +
a4F*x(66)^4 - cfmF - phF) * x(42);
x(19) - kF * (a0F + a1F*x(67) + a2F*x(67)^2 + a3F*x(67)^3 +
a4F*x(67)^4 - cfmF - phF) * x(43);
x(20) - kF * (a0F + a1F*x(68) + a2F*x(68)^2 + a3F*x(68)^3 +
a4F*x(68)^4 - cfmF - phF) * x(44);
x(21) - kF * (a0F + a1F*x(69) + a2F*x(69)^2 + a3F*x(69)^3 +
a4F*x(69)^4 - cfmF - phF) * x(45);
x(22) - kF * (a0F + a1F*x(70) + a2F*x(70)^2 + a3F*x(70)^3 +
a4F*x(70)^4 - cfmF - phF) * x(46);
x(23) - kF * (a0F + a1F*x(71) + a2F*x(71)^2 + a3F*x(71)^3 +
a4F*x(71)^4 - cfmF - phF) * x(47);
x(24) - kF * (a0F + a1F*x71 + a2F*x71^2 + a3F*x71^3 +
a4F*x71^4 - cfmF - phF) * x(48);
x(25) - kM * (a0M + a1M*x(72) + a2M*x(72)^2 + a3M*x(72)^3 +
a4M*x(72)^4 - cfmM - phM) * x(49);
x(26) - kM * (a0M + a1M*x(73) + a2M*x(73)^2 + a3M*x(73)^3 +
a4M*x(73)^4 - cfmM - phM) * x(50);
x(27) - kM * (a0M + a1M*x(74) + a2M*x(74)^2 + a3M*x(74)^3 +
a4M*x(74)^4 - cfmM - phM) * x(51);
```

```

x(28) - kM * (a0M + a1M*x(75) + a2M*x(75)^2 + a3M*x(75)^3 +
a4M*x(75)^4 - cfmM - phM) * x(52);
x(29) - kM * (a0M + a1M*x(76) + a2M*x(76)^2 + a3M*x(76)^3 +
a4M*x(76)^4 - cfmM - phM) * x(53);
x(30) - kM * (a0M + a1M*x(77) + a2M*x(77)^2 + a3M*x(77)^3 +
a4M*x(77)^4 - cfmM - phM) * x(54);
x(31) - kM * (a0M + a1M*x(78) + a2M*x(78)^2 + a3M*x(78)^3 +
a4M*x(78)^4 - cfmM - phM) * x(55);
x(32) - kM * (a0M + a1M*x(79) + a2M*x(79)^2 + a3M*x(79)^3 +
a4M*x(79)^4 - cfmM - phM) * x(56);
x(33) - kM * (a0M + a1M*x(80) + a2M*x(80)^2 + a3M*x(80)^3 +
a4M*x(80)^4 - cfmM - phM) * x(57);
x(34) - kM * (a0M + a1M*x(81) + a2M*x(81)^2 + a3M*x(81)^3 +
a4M*x(81)^4 - cfmM - phM) * x(58);
x(35) - kM * (a0M + a1M*x(82) + a2M*x(82)^2 + a3M*x(82)^3 +
a4M*x(82)^4 - cfmM - phM) * x(59);
x(36) - kM * (a0M + a1M*x82 + a2M*x82^2 + a3M*x82^3 +
a4M*x82^4 - cfmM - phM) * x(60)];

```

## Código para criar arquivos de dados:

```

% - - - F U R N A S & M A R I M B O N D O - - - vertimento

potnomF = 1304; potnomM = 1441.2; % MW - potências instaladas de Furnas e
Marimbondo, respectivamente
pF = potnomF; pM = potnomM; % simplificação para utilização no
programa
d = (pF + pM)*.9; % MW, 90% da soma das potências nominais
das duas usinas
dem = [d d d d d d d d d d d]; % a potência instalada é considerada
como demanda
qminF = 196; qmaxF = 1516; % m3/s - defluências mínima e máxima de
Furnas, respectivamente
qminM = 441; qmaxM = 2637; % m3/s - defluências mínima e máxima de
Marimbondo, respectivamente
qMF = qmaxF; qmF = qminF; qMM = qmaxM; qmM = qminM; % simplificação para
utilização no programa
vol_minF = 5733; vol_maxF = 22950; % m^3/s - volumes mínimo e máximo
operativos de Furnas, respectivamente
vol_minM = 627; vol_maxM = 5887; % m^3/s - volumes mínimo e máximo
operativos de Marimbondo, respectivamente
vmF = vol_maxF; vmF = vol_minF; % simplificação para utilização no
programa
vmM = vol_maxM; vmM = vol_minM; % simplificação para utilização no
programa
vertMaxF = 13000; vertMaxM = 5485; % m^3/s - vertimento máximo , vertimento
mínimo = 0
alfa = 2.628; % constante de ajuste de unidade
a = alfa; % simplificação para utilização no
programa

load Furnas_MLT; load Marimbondo_MLT; % carrega as MLT's de Furnas e
Marimbondo, respectivamente
yFF = fur_mlt2; yMMM = mar_mlt2; % MLT's de Furnas e Marimbondo,
respectivamente
yMM = yMMM - yFF; % correção da afluência de Marimbondo

% Restrições:
% A*x <= b
A = [];

```





```

qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM vm1
vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2
vm2 vm2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0];
% Limite superior das variáveis 'x':
ub = [d d d d d d d d d d d d qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmF
qmF qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmF qmF qmF qmF qmF qmF
qmF qmF qmF qmF qmF qmF qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM qmM
vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm1 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2 vm2
vm2 vm2 vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF
vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxM vertMaxM vertMaxM
vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM
vertMaxM];

% Chute inicial de solução
x0 = ub;

% dados de Furnas:
kF = 0.008633; % produtibilidade
cfmF = 672.9; % cota média do canal de fuga
phF = 1.03; % perdas hidráulicas
% coeficientes de hmon - altura a montante
a0F = 7.352460E+02;
a1F = 3.496580E-03;
a2F = -1.974370E-07;
a3F = 6.917050E-12;
a4F = -9.773650E-17;

% dados de Marimbondo:
kM = 0.008535; % produtibilidade
cfmM = 382.8; % cota média do canal de fuga
phM = 0.95; % perdas hidráulicas
% coeficientes de hmon - altura a montante
a0M = 4.178940E+02;
a1M = 1.117140E-02;
a2M = -2.293770E-06;
a3M = 2.909950E-10;
a4M = -1.482600E-14;

save dados_fmincon_Furnas_Marimbondo pF pM d dem qmF qmF qmM qmM vm1 vm1
vm2 vm2 vmF vMF vmM vMM a yFF yMM A b Aeq lb ub x0 vertMaxF vertMaxM
save dados_Furnas kF cfmF phF a0F a1F a2F a3F a4F
save dados_Marimbondo kM cfmM phM a0M a1M a2M a3M a4M

```

## Anexo II:

### Código da função principal:

```
% - - - F U R N A S    &    M A R I M B O N D O - - - vertimento

close all; clear all; clc;

% x( 1:12) - gt - geração térmica
% x(13:24) - ghF - geração hidráulica de Furnas
% x(25:36) - ghM - geração hidráulica de Marimbondo
% x(37:48) - qF - defluência de Furnas
% x(49:60) - qM - defluência de Marimbondo
% x(61:71) - vF - volume armazenado no reservatório de Furnas - o décimo
segundo termo é constante e pré-definido como volume máximo
% x(72:82) - vM - volume armazenado no reservatório de Marimbondo - o
décimo segundo termo é constante e pré-definido como volume máximo

% fur_mlt2 = yF - afluência de Furnas
% mar_mlt2 = yM - afluência de Marimbondo

% x61, x71 - volumes inicial e final do horizonte de planejamento
(Furnas)
% x72, x82 - volumes inicial e final do horizonte de planejamento
(Marimbondo)

load dados_fmincon_Furnas_Marimbondo % Carrega os dados: pF pM d dem qmF
qmF qmM qmM vmF vMF vmM vMM a yFF yMM A b Aeq lb ub x0

zxI = menu('Escolha os volumes iniciais:', 'Volume mínimo', '50% do volume
útil', 'Volume máximo');

if zxI == 1
    x61 = vmF;
    x72 = vmM;
elseif zxI == 2
    x61 = (vMF - vmF)/2;
    x72 = (vMM - vmM)/2;
else
    x61 = vMF;
    x72 = vMM;
end

zxF = menu('Escolha os volumes finais:', 'Volume mínimo', '50% do volume
útil', 'Volume máximo');

if zxF == 1
    x71 = vmF;
    x82 = vmM;
elseif zxF == 2
    x71 = (vMF - vmF)/2;
    x82 = (vMM - vmM)/2;
else
    x71 = vMF;
    x82 = vMM;
end

save VolumesFurMar x71 x82
```

```

zy = menu('Escolha a porcentagem de MLT:', '60%', '80%', '120%');

if zy == 1
    py = .6;
elseif zy == 2
    py = .8;
else
    py = 1.2;
end

yF = py*yFF; yM = py*yMM; % cálculo da porcentagem da afluência (100% MLT
de Furnas (yFF) e Marimbondo (yMM))
% Em todos os casos, foram considerados os volumes iniciais e finais dos
reservatórios como volume máximo.
% A matriz 'beq' contém as constantes das restrições lineares
%
%           1         2         3         4         5         6         7         8
9           10        11        12        13        14        15        16
17          18        19        20        21        22        23        24        25
26          27        28        29        30        31        32        33        34        35        36
beq = [x61+a*yF(1) a*yF(2) a*yF(3) a*yF(4) a*yF(5) a*yF(6) a*yF(7) a*yF(8)
a*yF(9) a*yF(10) a*yF(11) a*yF(12)-x71 x72+a*yM(1) a*yM(2) a*yM(3) a*yM(4)
a*yM(5) a*yM(6) a*yM(7) a*yM(8) a*yM(9) a*yM(10) a*yM(11) a*yM(12)-x82
dem(1) dem(2) dem(3) dem(4) dem(5) dem(6) dem(7) dem(8) dem(9) dem(10)
dem(11) dem(12)];

options = optimset('LargeScale','off'); % run medium-scale algorithm
% 'LargeScale' 'off' serve pra rodar em média escala (já tentei com larga
escala mas não funciona.

% Função principal da ferramenta 'fmincon':
[x,fval] = fmincon(@funcaoFurMar,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,@nonlconF_M,options);

gt = x(1:12); % geração térmica
ghF = x(13:24); % geração hidráulica de Furnas
ghM = x(25:36); % geração hidráulica de Marimbondo
qF = x(37:48); % defluência de Furnas
qM = x(49:60); % defluência de Marimbondo

%% Vertimento:
vF = zeros(1,12); % volume do reservatório de Furnas
vertF = zeros(1,12); % vertimento de Furnas
for k = 61:71 % acerto do vertimento
    if x(k) > vMF
        vF(k - 59) = vMF;
        vertF(k - 59) = x(k) - vMF;
    else
        vF(k - 59) = x(k);
    end
end
vF(1) = x61; vF(12) = x71;

vM = zeros(1,12); % volume do reservatório de Marimbondo
vertM = zeros(1,12); % vertimento de Marimbondo
for k = 72:82 % acerto do vertimento
    if x(k) > vMM
        vM(k - 71) = vMM;
        vertM(k - 71) = x(k) - vMM;
    else
        vM(k - 71) = x(k);
    end
end

```

```

    end
end
vM(1) = x72; vM(12) = x82;

% Vetores para serem utilizados nos gráficos, com os volumes máximos:
vertMaxFur = [vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF
vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF vertMaxF];
vertMaxMar = [vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM
vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM vertMaxM];

%%
t = (1:12); % vetor auxiliar de tempo
ghT = ghF + ghM; % ghT = geração hidrelétrica total
F = 1/(vMF); vFporc = 100*F*vF; % Volume percentual de Furnas
M = 1/(vMM); vMporc = 100*M*vM; % Volume percentual de Marimbondo

%% Gráficos:

figure(1); plot(t,dem,'r',t,gt,'k',t,ghT,'b','LineWidth',3.0); axis([1 12 0
2600]);
legend('Demanda','GT','GH (Total)'); xlabel('Meses (de Abril a
Março)','FontSize',15); ylabel('Potência (MW)','FontSize',15);
if zy == 1
    title('Dem., Ger. térmica, Ger. hidráulica total (MW) (60%
MLT)','FontSize',15);
elseif zy == 2
    title('Dem., Ger. térmica, Ger. hidráulica total (MW) (80%
MLT)','FontSize',15);
else
    title('Dem., Ger. térmica, Ger. hidráulica total (MW) (120%
MLT)','FontSize',15);
end

figure(2); plot(vMporc,'m','LineWidth',3.0); hold;
plot(vFporc,'b','LineWidth',3.0); axis([1 12 -10 110]);
legend('Marimbondo','Furnas','FontSize',15); xlabel('Meses (de Abril a
Março)','FontSize',15); ylabel('Volume (%)','FontSize',15);
if zy == 1
    title('Volumes de Furnas e Marimbondo (60% MLT)','FontSize',15);
elseif zy == 2
    title('Volumes de Furnas e Marimbondo (80% MLT)','FontSize',15);
else
    title('Volumes de Furnas e Marimbondo (120% MLT)','FontSize',15);
end

figure(3); plot(vertMaxFur,'r','LineWidth',3.0); hold;
plot(vertF,'b','LineWidth',3.0); axis([1 12 -1000 14000]);
legend('Vertimento máximo','Vertimento'); xlabel('Meses (de Abril a
Março)','FontSize',15); ylabel('Volume (m^3)','FontSize',15);
if zy == 1
    title('Volume vertido de Furnas (60% MLT)','FontSize',15);
elseif zy == 2
    title('Volume vertido de Furnas (80% MLT)','FontSize',15);
else
    title('Volume vertido de Furnas (120% MLT)','FontSize',15);
end

figure(4); plot(t,vertMaxMar,'r','LineWidth',3.0); hold;
plot(vertM,'b','LineWidth',3.0); axis([1 12 -500 6000]);

```

```
legend('Vertimento máximo','Vertimento'); xlabel('Meses (de Abril a  
Março)','FontSize',15); ylabel('Volume (m^3)','FontSize',15);  
if zy == 1  
    title('Volume vertido de Marimbondo (60% MLT)','FontSize',15);  
elseif zy == 2  
    title('Volume vertido de Marimbondo (80% MLT)','FontSize',15);  
else  
    title('Volume vertido de Marimbondo (120% MLT)','FontSize',15);  
end
```