

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

VALENTIM ERNANDES NETO

**PROPOSTA E COMPARAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE
RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIAS PARA ROBÔS
MÓVEIS**

**VIÇOSA
2017**

VALENTIM ERNANDES NETO

**PROPOSTA E COMPARAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE
RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIAS PARA ROBÔS
MÓVEIS**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Santos Brandão

VIÇOSA
2017

VALENTIM ERNANDES NETO

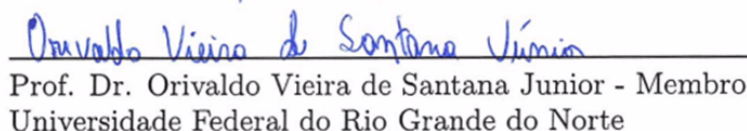
**PROPOSTA E COMPARAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE
RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIAS PARA ROBÔS MÓVEIS**

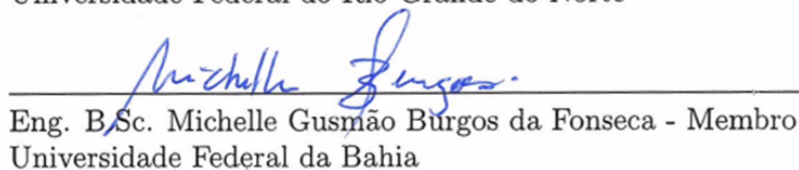
Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 08 de novembro de 2017.

COMISSÃO EXAMINADORA


Prof. Dr. Alexandre Santos Brandão - Orientador
Universidade Federal de Viçosa


Prof. Dr. Orivaldo Vieira de Santana Junior - Membro
Universidade Federal do Rio Grande do Norte


Eng. B.Sc. Michelle Gusmão Búrgos da Fonseca - Membro
Universidade Federal da Bahia

À minha família.

Agradecimentos

As primeiras pessoas a quem preciso agradecer são meus pais, Jaime e Lurdes, e minha irmã Mariana. Obrigado por todo o suporte, apoio, compreensão, paciência, conselhos, orações e amor. Agradeço também aos companheiros de República, brasileiros e estrangeiros, que hoje são mais que isso, os considero como irmãos. Ao Allan Fagner pela amizade, orientação e todo o conhecimento transmitido ao longo dos anos iniciais da graduação, você teve papel fundamental na minha trajetória. Ao meu orientador Alexandre Brandão, pela confiança, auxílio, dedicação e apoio, você também teve papel decisivo na minha vida acadêmica e no que vem a seguir, muitíssimo obrigado! A Deus, que nunca me desamparou, que me deu vida e saúde para chegar onde cheguei. A todos vocês, sou profundamente agradecido.

"É a obra da verdadeira educação desenvolver essa faculdade, ensinar os jovens para que sejam pensantes e não meros refletores do pensamento de outrem."

Ellen Gould White

Resumo

Este trabalho deseja propor e comparar controladores de rastreamento de trajetória para robôs móveis. Em primeiro lugar, foram apresentados os requisitos matemáticos para propor uma estratégia viável para um robô do tipo uniciclo, assim como, a condição necessária para garantir a estabilidade da candidata de Lyapunov. Em seguida, os controladores foram sintonizados por meio de simulações e, então, validados em experimentos reais. Os índices de performance IAE, ITAE e IASC foram usados para comparar as quatro estratégias, devidamente detalhadas no texto.

Abstract

This work aims to propose and compare trajectory tracking controllers for mobile robots. At first the mathematical requirements to propose a feasible strategy for a unicycle-like robot are presented, as well as the necessary condition to guarantee the stability in the sense of Lyapunov. In the sequence, the controllers are tuned in simulation and then validated in real experiments. The performance indexes IAE, ITAE and IASC are used to compare four strategies, detailed in the text.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	7
2	Materiais e Métodos	8
2.1	O Modelo Cinemático do Robô Móvel	8
2.2	Proposta e Análise de Estabilidade dos Controladores de Rastreamento de Trajetória	9
2.2.1	Tangente Hiperbólica	10
2.2.2	Função Inversa de x	10
2.2.3	Função Exponencial	11
2.2.4	Função Gaussiana	11
2.3	Análise da Performance	11
2.4	Ajuste dos Controladores	12
2.5	Comparação dos Controladores	14
3	Resultados e Discussões	15
4	Conclusões	19
	Referências	20

Lista de Figuras

1	Robô em busca de sua posição desejada.	8
2	Trajétoria usada para ajustar os ganhos dos controladores.	13
3	Distribuição normal dos parâmetros de desempenho.	15
4	Variação do erro e velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô. . .	17
5	Trajétoria percorrida para cada controlador.	18

Lista de Tabelas

1	Valores médios e desvio padrão dos indicadores de performance depois de sintonizar os ganhos usando o MobileSim.	13
2	Valores médios e desvio padrão dos indicadores de performance depois de resultados experimentais.	13
3	Valores médios e desvio padrão para cada controlador.	16

1 *Introdução*

A robótica é intrigante, pois abrange diversas áreas de conhecimento, como eletrônica, teoria de controle linear e não-linear, mecânica e programação [1]. Existem inúmeras aplicações da robótica móvel no mundo contemporâneo, que vão desde projetos artísticos até militares e industriais. Os robôs móveis estão sendo usados em apresentações de dança e performances com seres humanos [2]. Eles também são usados na indústria nuclear em situações que representam perigo [3]. Um uso semelhante ocorre em operações militares, como as dos Estados Unidos no Afeganistão e no Iraque.

Na literatura, o uso de robôs móveis tem os controles de postura e trajetória como problemas fundamentais. Inúmeras estratégias são apresentadas para resolver estas questões [4]. O controle da trajetória é definido como seguimento do caminho com restrição de tempo [5]. Novas técnicas são mostradas e implementadas para otimizar controladores de rastreamento de trajetórias em robôs móveis, mesmo considerando perturbações cinemáticas, incertezas e/ou discretização [6, 7, 8]. Além disso, o ajuste inteligente de ganhos para melhorar o controle de velocidade também pode ser considerado [9]. Portanto, isto motiva a proposta de novos controladores otimizados, usando leis de controle não-linear.

Este trabalho tem como objetivo propor quatro diferentes estratégias de rastreamento de trajetória e compará-las. Primeiro, o ajuste de ganho é realizado por simulação, e, então, experimentos práticos são executados para comparar os controladores. Finalmente, dados estatísticos indicam o desempenho de cada controlador.

Este trabalho está dividido nas seguintes seções: O Capítulo 2 descreve o modelo cinemático, em seguida, analisa a estabilidade dos controladores em relação a Lyapunov. O Capítulo também mostra os índices de desempenho (IAE, ITAE e IASC) utilizados para avaliar o experimento e descreve o ajuste dos controladores e os experimentos executados para coleta e validação de dados. O Capítulo 3 apresenta e discute os resultados. Por fim, o Capítulo 4 apresenta as discussões finais, as contribuições deste trabalho, bem como propostas que devem ser abordadas em estudos futuros.

2 *Materiais e Métodos*

2.1 O Modelo Cinemático do Robô Móvel

O robô móvel Pioneer P3-DX é uma plataforma de pesquisa amplamente difundida no campo da robótica móvel. É um robô do tipo uniclo com tração diferencial. A Fig. 1 ilustra sua velocidade linear v e angular ω , bem como sua posição atual.

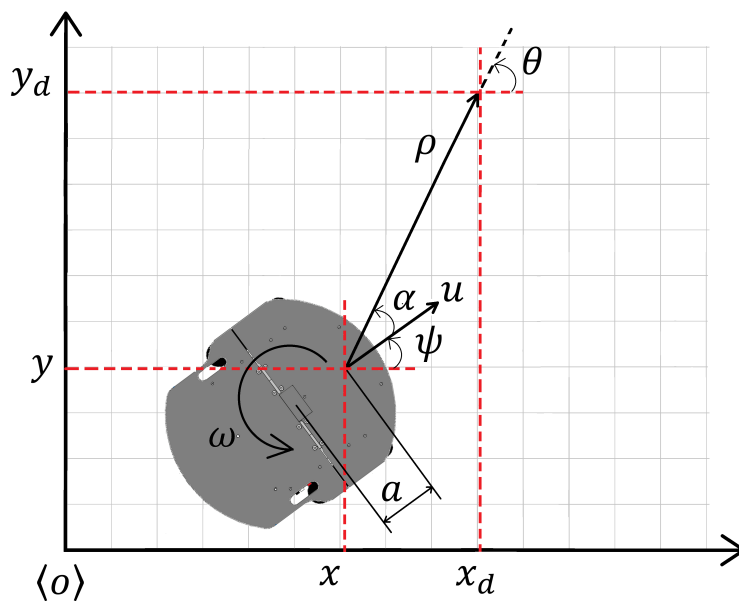


Figura 1: Robô em busca de sua posição desejada.

O ângulo ψ representa a orientação do robô em relação ao eixo- x , e o parâmetro a é a distância do ponto a ser controlado e o ponto médio do eixo virtual entre as rodas. A variável ρ é a distância entre o robô e a posição desejada. O ângulo θ indica a orientação desejada quando o robô chega ao objetivo. Portanto, o ângulo α é o erro angular do robô, definido como a diferença entre θ e a orientação atual ψ . A origem $\langle o \rangle$ do sistema de coordenadas inerciais é determinada a partir da posição inicial do robô.

O modelo cinemático [7] é descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

A forma compacta do modelo cinemático de posição pode ser representada por

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{K}\mathbf{U}. \quad (2.2)$$

2.2 Proposta e Análise de Estabilidade dos Controladores de Rastreamento de Trajetória

Baseado no modelo cinemático do robô, o erro de posição pode ser definido por

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_d - \mathbf{X}. \quad (2.3)$$

Assim sendo, o erro $\tilde{\mathbf{X}}$ consiste na diferença entre a posição desejada \mathbf{X}_d , e a atual \mathbf{X} . Para garantir a estabilidade do controlador, tem-se uma função candidata de Lyapunov, radialmente limitada, descrita por

$$V(\tilde{\mathbf{X}}) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}} > 0. \quad (2.4)$$

Tomando sua primeira derivada temporal, tem-se

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{X}}) = \tilde{\mathbf{X}}^T \dot{\tilde{\mathbf{X}}}. \quad (2.5)$$

Substituindo (2.2) e (2.3) em (2.5), encontra-se

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{X}}) = \tilde{\mathbf{X}}^T (\dot{\mathbf{X}}_d - \mathbf{K}\mathbf{U}). \quad (2.6)$$

Adotando o sinal de controle

$$\mathbf{U} = \mathbf{K}^{-1}(\dot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{C}), \quad (2.7)$$

finalmente obtém-se

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{X}}) = -\tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{C}. \quad (2.8)$$

Por conseguinte, a condição necessária para garantir a estabilidade do controlador é que \mathbf{C} precisa ser uma função ímpar.

Assim sendo, o objetivo é encontrar uma estratégia de controle \mathbf{C} tal que $\dot{V}(\tilde{\mathbf{X}}) < 0, \forall \|\tilde{\mathbf{X}}\| > 0$. Note que, se a função que descreve o controlador é ímpar, o critério de estabilidade é satisfeito. Desta maneira, são propostos quatro controladores de rastreamento de trajetória, definindo suas características de ganho e saturação.

2.2.1 Tangente Hiperbólica

O primeiro controlador proposto consiste, basicamente, em um controlador proporcional com uma função de saturação. A função tangente hiperbólica é uma função ímpar, delimitada superior e inferiormente, o que garante uma saturação analítica do sinal de controle. Além disso, tem um comportamento linear aproximado para pequenos erros, em uma área entre pontos de saturação. Esta estratégia será denominada a seguir \mathbf{u}_{\tanh} , descrita por:

$$\mathbf{u}_{\tanh} = \mathbf{K}^{-1} \left[\dot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{k}_1 \tanh(\mathbf{k}_2 \tilde{\mathbf{X}}) \right] \quad (2.9)$$

As matrizes diagonais positivas \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 , respectivamente, determinam o grau de saturação do sinal de controle e a inclinação da curva para erros pequenos.

2.2.2 Função Inversa de x

O segundo controlador, denominado $u_{1/x}$, é baseado no fato de que a função inversa possui valores altos quando o erro é pequeno e vice-versa. Assim, este controlador pode minimizar os pequenos erros e, aliado ao primeiro controlador, possui uma faixa mais ampla. Sua proposta é descrita matematicamente por

$$\mathbf{u}_{1/x} = \mathbf{K}^{-1} \left[\dot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{k}_1 \tanh(\mathbf{k}_2 \tilde{\mathbf{X}}) + \mathbf{k}_3 \tanh(\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{k}_4 \tilde{\mathbf{X}}^T) \tilde{\mathbf{X}}^\# \right] \quad (2.10)$$

onde $\tilde{\mathbf{X}}^\# = \tilde{\mathbf{X}}(\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^T$. Observe que existe um controlador proporcional saturado representado pela primeira tangente hiperbólica, com saturação \mathbf{k}_1 e ganho \mathbf{k}_2 , adicionado a outra tangente hiperbólica em que a saturação é variável, dependendo de \mathbf{k}_3 e inversamente proporcional ao valor do erro. Neste segundo termo, o argumento tangente hiperbólico tem um ganho \mathbf{k}_4 multiplicado pelo erro quadrático. As matrizes de ganho \mathbf{k}_i são positivas diagonais.

É importante enfatizar que a função inversa é ímpar. Se for multiplicado por uma função par $\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{k}_4 \tilde{\mathbf{X}}^T$, o sinal de controle pode ser considerado uma função inteiramente

impar e assim, a estabilidade é garantida.

2.2.3 Função Exponencial

O controlador de função exponencial, \mathbf{u}_{exp} , também visa fornecer um sinal de controle razoável para valores de erro pequenos. A função é indicada por:

$$\mathbf{u}_{exp} = \mathbf{K}^{-1} \left[\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_d + \mathbf{k}_1 (1 - e^{-k_2 \|\tilde{\mathbf{X}}\|}) \tilde{\mathbf{X}} \right] \quad (2.11)$$

Novamente, \mathbf{k}_1 é uma matriz diagonal definida positiva e k_2 é um número positivo. Note que, \mathbf{k}_1 ajusta os valores de saturação, enquanto k_2 otimiza o tempo de convergência.

2.2.4 Função Gaussiana

O último controlador proposto baseia-se na função gaussiana, muito comum em análises estatísticas. A primeira parte do controlador usa a tangente hiperbólica, explicada anteriormente, para assegurar um ganho substancial, entretanto limitado por grandes erros. O termo Gaussiano maximiza o ganho de pequenos erros, que multiplicado pelo termo k_3 e pelo erro $\tilde{\mathbf{X}}$ atua como um controlador proporcional de ganho variável. Estes sinais de controle são dados por

$$\mathbf{u}_G = \mathbf{K}^{-1} \left[\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_d + \mathbf{k}_1 \tanh(\mathbf{k}_2 \tilde{\mathbf{X}}) + \mathbf{k}_3 e^{-\tilde{\mathbf{X}} \mathbf{k}_4 \tilde{\mathbf{X}}^T} \tilde{\mathbf{X}} \right] \quad (2.12)$$

A função Gaussiana é par e a função $\mathbf{k}_3 \tilde{\mathbf{X}}$ é ímpar, então, o sinal de controle deste controlador possui as características de uma função ímpar. Quanto mais elevado o valor de \mathbf{k}_3 , maior será a atuação do controlador para erros pequenos. Em contrapartida, aumentando \mathbf{k}_4 , a margem de influência para erros grandes diminui.

2.3 Análise da Performance

O desempenho dos controladores é avaliado de acordo com alguns índices amplamente conhecidos na literatura. O IAE (Integral do Erro Absoluto), do inglês Integral Absolute Error,

$$IAE = \int_0^{t_f} \|\tilde{\mathbf{X}}\| dt \quad (2.13)$$

fornece o acúmulo de erro ao longo do tempo.

O ITAE (Integral do Erro Absoluto multiplicado pelo Tempo), do inglês Integral

Time-weighted Absolute Error,

$$ITAE = \int_0^{t_f} t \|\tilde{\mathbf{X}}\| dt \quad (2.14)$$

avalia o valor do erro em relação ao tempo, minimizando os erros iniciais e quantificando em maior escala os erros de estado estacionário. Além disso, para valores de ITAE mais baixos, mais rápida é a resposta do sistema.

O terceiro índice IASC (Integral do Sinal de Controle Absoluto), do inglês Integral Absolute Signal Control,

$$IASC = \int_0^{t_f} \|\mathbf{U}\| dt \quad (2.15)$$

permite avaliar a quantidade de sinal enviada pelo controlador ao longo do tempo, informando o grau de atuação para a tarefa a ser executada.

2.4 Ajuste dos Controladores

Inicialmente, os ganhos do controlador \mathbf{u}_{tanh} são sintonizados para obter o IAE mais baixo, por sessenta segundos de rastreamento de trajetória na curva descrita por

$$\begin{cases} x = 3 \operatorname{sen} \frac{3\pi}{80} t \\ y = \operatorname{sen} \frac{6\pi}{80} t \end{cases}, \quad 0s < t < 60s$$

Os ganhos das outras estratégias de controle devem ser ajustados para que o valor da integral do erro absoluto esteja muito próximo do valor IAE da \mathbf{u}_{tanh} . Desta forma, seria possível ter um parâmetro fixo para avaliar os desempenhos dos controladores analisando outros índices (ITAE e IASC), bem como para outros tipos de trajetória.

Para facilitar e acelerar o ajuste de ganhos, usou-se o software MobileSim para simular o robô P3-DX antes de realizar testes práticos. Depois de definir os ganhos, dez simulações foram executadas para cada controlador, resultando nos valores estatísticos expressos na Tabela 1.

Então, para validar os ganhos através do experimento, as medições foram feitas em um ambiente plano e sem ondulações para garantir as mesmas condições do solo para cada controlador. A Fig. 2 ilustra a trajetória parametrizada, na qual cada controlador é testado.

A média dos índices de desempenho e seus respectivos desvios padrão são mostrados

Tabela 1: Valores médios e desvio padrão dos indicadores de performance depois de sintonizar os ganhos usando o MobileSim.

Controlador	IAE	ITAE	IASC
Tanh	1.62 ± 0.04	26.7 ± 0.8	22.5 ± 0.08
InvX	1.61 ± 0.04	25.5 ± 0.8	23.0 ± 0.16
Exp	1.61 ± 0.03	27.0 ± 0.9	22.2 ± 0.07
Gauss	1.60 ± 0.02	26.6 ± 0.9	22.8 ± 0.09

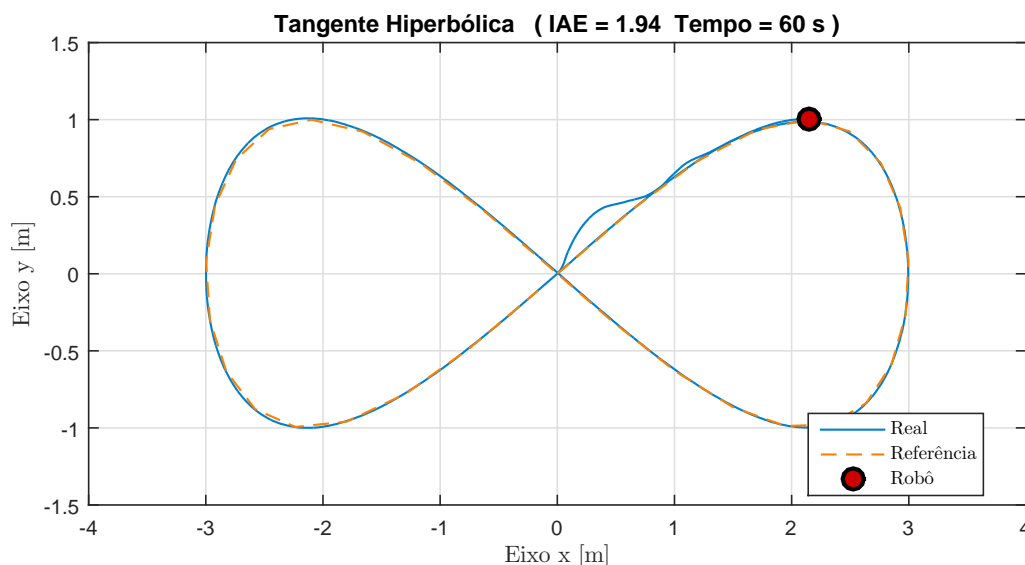


Figura 2: Trajetória usada para ajustar os ganhos dos controladores.

na Tabela 2. Observe que há uma proximidade dos valores encontrados no ambiente de simulação. Além disso, os valores médios de IAE dos controladores permaneceram aproximadamente os mesmos. Como resultado, pode-se afirmar que o software utilizado é altamente recomendado para ajuste de ganho e cálculo de indicadores de desempenho, visto que os resultados são próximos dos obtidos na prática, quando se trata de um ambiente plano sem ondulações.

Tabela 2: Valores médios e desvio padrão dos indicadores de performance depois de resultados experimentais.

Controlador	IAE	ITAE	IASC
Tanh	1.94 ± 0.05	27.3 ± 0.3	22.1 ± 0.05
InvX	1.87 ± 0.06	26.7 ± 0.3	22.5 ± 0.13
Exp	1.88 ± 0.05	26.8 ± 0.4	22.1 ± 0.04
Gauss	1.87 ± 0.06	26.3 ± 0.3	22.5 ± 0.12

A partir da Tabela 1 e 2, pode-se notar que o controlador \mathbf{u}_G possui o menor valor de ITAE, seguido por $\mathbf{u}_{1/x}$ e \mathbf{u}_{exp} . Aparentemente, o controlador \mathbf{u}_G tem uma convergência mais rápida, enquanto \mathbf{u}_{tanh} e \mathbf{u}_{exp} possuem uma menor exigência do controlador ao longo

do tempo, com valores menores de IASC.

2.5 Comparação dos Controladores

Para excitar os controladores nos experimentos reais outra forma de trajetória foi utilizada:

$$\begin{cases} x = 3 \operatorname{sen} \frac{3\pi}{80} t \\ y = \operatorname{sen} \frac{6\pi}{80} t \end{cases}, \quad 0s < t < 60s$$
$$\begin{cases} x = 5 \cos \frac{4\pi}{80} (t - 100) \\ y = 1.5 \operatorname{sen} \frac{4\pi}{80} (t - 100) \end{cases}, \quad 60s < t < 120s$$

O robô começa a executar uma lemniscata e, em seguida, ele muda abruptamente para uma referência de elipse. Essa proposta permite uma maior excitação dos controladores e uma análise de desempenho por um intervalo de tempo mais longo. Além disso, o robô moveu-se em velocidades significativas e teve que reverter completamente sua orientação durante essa mudança de referência. Foram realizadas dez repetições da trajetória para cada um dos quatro controladores, para coletar várias medidas de IAE, ITAE e IASC.

3 Resultados e Discussões

O caminho percorrido pelo robô para cada controlador é mostrado na Fig. 3. A posição inicial do robô é a origem do plano cartesiano e o círculo vermelho é a posição final do robô.

Todos os controladores conseguiram se estabilizar. No entanto, apenas verificando o caminho percorrido não é possível concluir qual controlador é melhor em relação ao erro acumulado ou à estabilização da resposta. É necessário estimar a média e desvio padrão dos índices de desempenho para um resultado mais conclusivo. Essas medidas estatísticas são mostradas na Tabela 3 e complementadas pelas curvas de distribuição normal dos valores coletados no experimento indicado na Fig. 4.

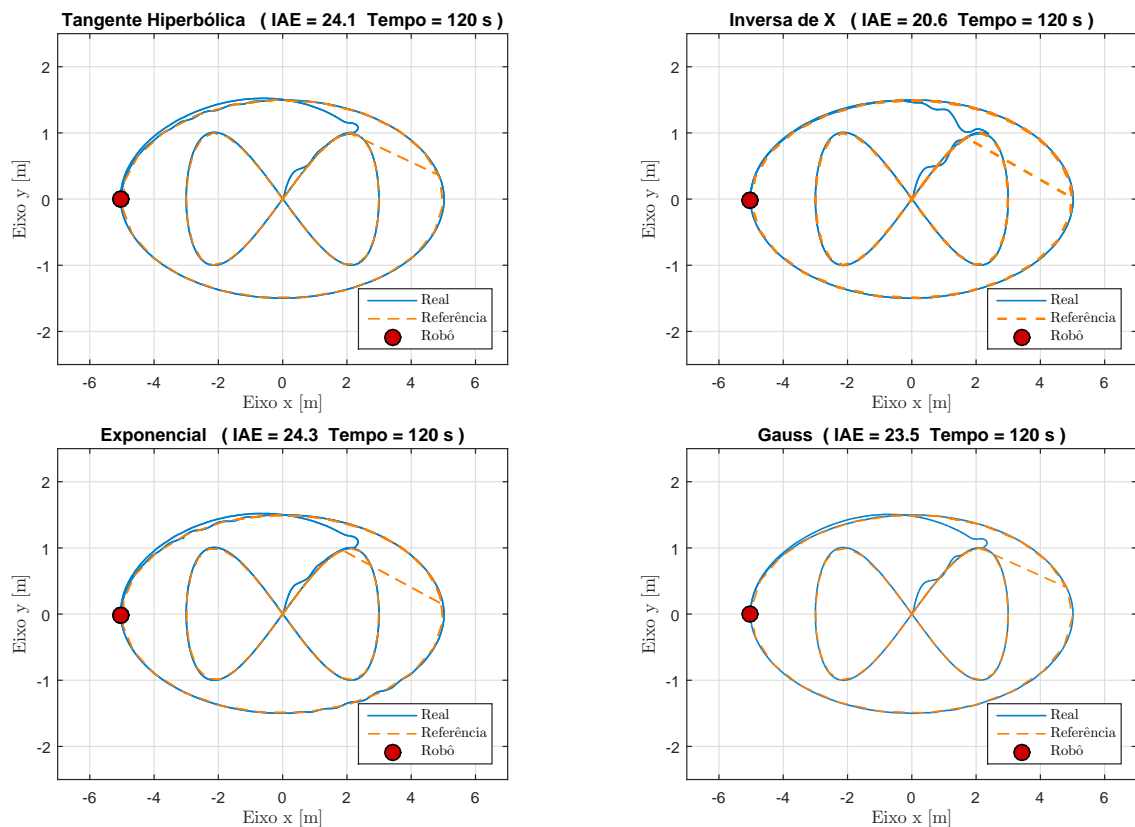


Figura 3: Distribuição normal dos parâmetros de desempenho.

Tabela 3: Valores médios e desvio padrão para cada controlador.

Controlador	IAE	ITAE	IASC
Tanh	24.06 \pm 0.09	1515 \pm 4	57.51 \pm 0.09
InvX	20.56 \pm 0.10	1275 \pm 5	59.68 \pm 0.52
Exp	24.33 \pm 0.08	1534 \pm 2	57.52 \pm 0.19
Gauss	23.50 \pm 0.05	1472 \pm 4	58.37 \pm 0.40

Visivelmente, o controlador $\mathbf{u}_{1/x}$ se destaca em comparação aos demais, tendo tanto um menor IAE (ou seja, um erro menor acumulado ao longo do tempo) e como também um pequeno ITAE (ou seja, uma convergência mais rápida). O segundo melhor controlador, considerando esses parâmetros, é o \mathbf{u}_G .

Tendo em vista o consumo de energia, os dois melhores controladores também são aqueles que exigiram mais energia, pois possuem os valores IASC mais altos. Os controladores \mathbf{u}_{tanh} e \mathbf{u}_{exp} têm valores menores e extremamente próximos.

É importante notar que mesmo com um valor de IASC 3.7% maior em relação ao menor valor obtido para este índice, o controlador $\mathbf{u}_{1/x}$ provê uma redução aproximada de 15% no IAE e 17% para o ITAE, se comparado aos demais.

A Fig. 5 mostra o gráfico do erro apresentado pelos controladores em função do tempo, bem como a variação das velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô durante o experimento. É notório, a partir da variação do erro, que todos os controladores podem convergir para a trajetória desejada e apresentar um erro próximo de zero. O controlador $\mathbf{u}_{1/x}$ tende mais rapidamente para a trajetória desejada do que os outros. Ao avaliar as velocidades lineares e angulares do robô para os diferentes controladores, pode-se inferir que ocorre um maior pico na curva referente ao controlador $\mathbf{u}_{1/x}$ em relação aos demais, mostrando que ele desenvolve uma maior velocidade para minimizar o erro em um curto período de tempo.

Todos os experimentos podem ser vistos em youtu.be/8mRsEFxjALQ. O vídeo está em velocidade 4x. Pode-se notar que todas as estratégias se comportam de forma semelhante, no entanto, suas diferenças podem ser melhor apuradas através dos índices de desempenho.

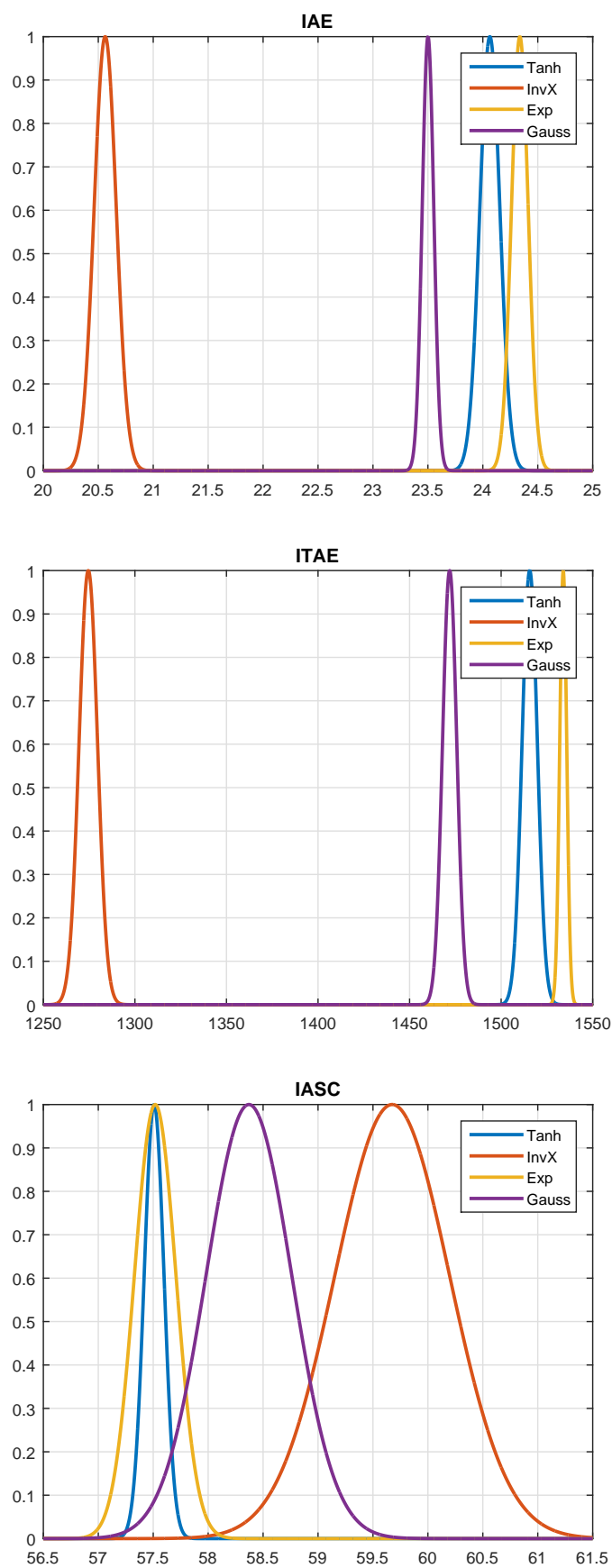


Figura 4: Variação do erro e velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô.

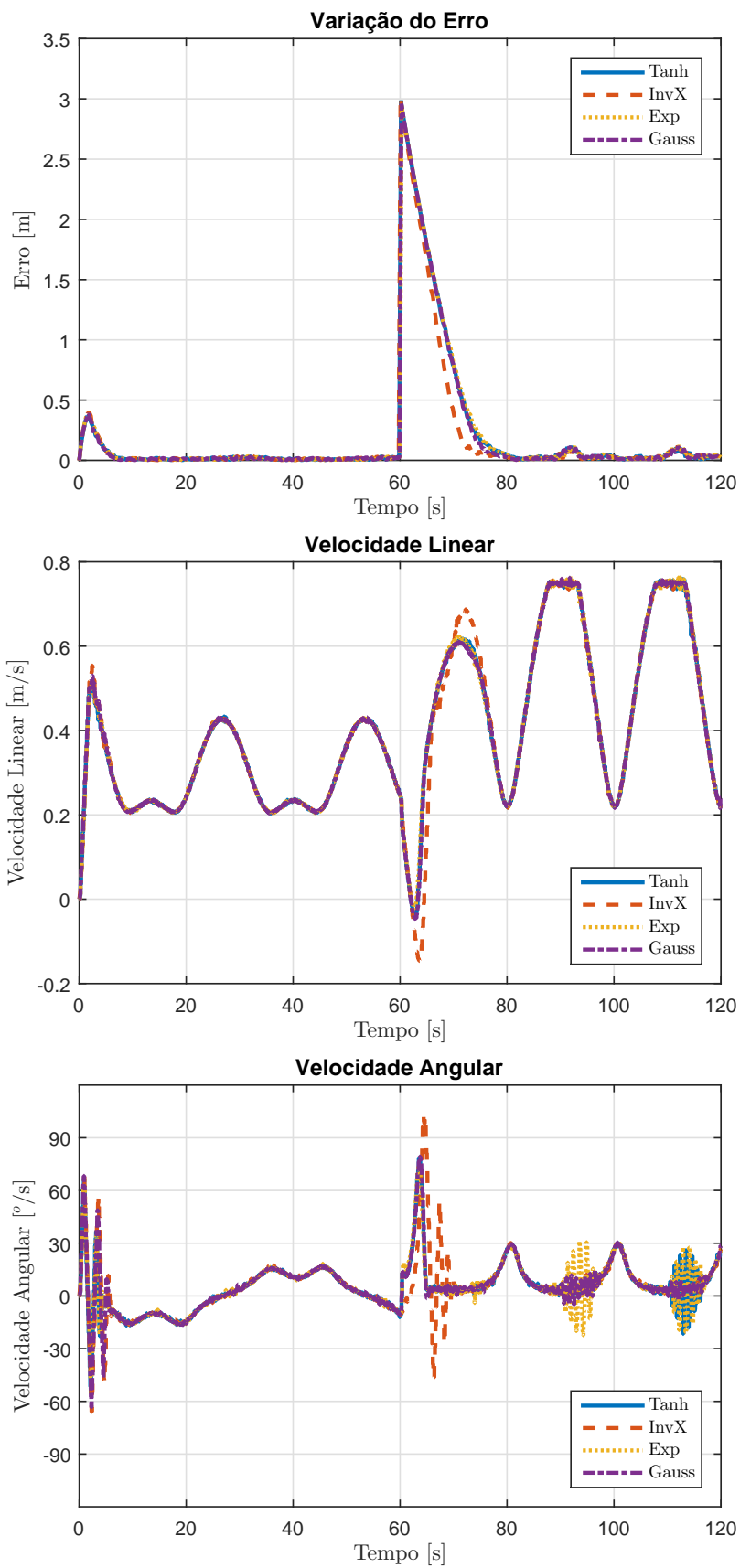


Figura 5: Trajetória percorrida para cada controlador.

4 *Conclusões*

Este trabalho propõe quatro diferentes estratégias de controle não-linear de rastreamento de trajetória. Através de simulações e experimentos, usando o robô Pioneer 3D-DX, foi possível ajustar os ganhos dos controladores e provar sua aplicabilidade. Todos os controladores podem seguir a trajetória desejada. Repetitivos experimentos foram executados, possibilitando concluir que o controlador $\mathbf{u}_{1/x}$ é o mais eficiente em termos de minimização de erro e velocidade de resposta, quando comparado com os demais.

Os dados adquiridos pelas simulações, usando o software MobileSim, são próximos dos valores encontrados na prática, em um ambiente plano e sem ondulações. Portanto, ganhos ajustados em simulação são viáveis e podem ser usados em experimentos reais.

Para trabalhos futuros é necessário implementar estratégias para evitar obstáculos aos controladores da trajetória, de modo que a navegação do robô móvel esteja mais próxima de um cenário real não estruturado. Também é sugerido verificar a aplicabilidade da proposta em velocidades mais altas, com diferentes dinâmicas.

Referências

- [1] HUANG, H.-H. et al. Hands-on intelligent mobile robot laboratory with support from the industry. In: IEEE. *Education Engineering (EDUCON), 2010 IEEE*. [S.l.], 2010. p. 457–463.
- [2] TSUCHIDA, S.; TERADA, T.; TSUKAMOTO, M. A dance performance environment in which performers dance with multiple robotic balls. In: ACM. *Proceedings of the 7th Augmented Human International Conference 2016*. [S.l.], 2016. p. 12.
- [3] DONG, P. et al. Design and control of a tracked robot for search and rescue in nuclear power plant. In: IEEE. *Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM), International Conference on*. [S.l.], 2016. p. 330–335.
- [4] BESSAS, A.; BENALIA, A.; BOUDJEMA, F. Integral sliding mode control for trajectory tracking of wheeled mobile robot in presence of uncertainties. *Journal of Control Science and Engineering*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2016, 2016.
- [5] LI, Z. et al. Trajectory-tracking control of mobile robot systems incorporating neural-dynamic optimized model predictive approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, IEEE, v. 46, n. 6, p. 740–749, 2016.
- [6] HWANG, E.-J. et al. Robust backstepping control based on a lyapunov redesign for skid-steered wheeled mobile robots. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 10, n. 1, p. 26, 2013.
- [7] CAPITO, L. et al. Experimental comparison of control strategies for trajectory tracking for mobile robots. *International Journal of Automation and Control*, Inderscience Publishers (IEL), v. 10, n. 3, p. 308–327, 2016.
- [8] MARTINS, N. A. et al. Trajectory tracking of a nonholonomic mobile robot with kinematic disturbances: a variable structure control design. *IEEE Latin America Transactions*, IEEE, v. 9, n. 3, p. 276–283, 2011.
- [9] RESENDE, C. Z.; CARELLI, R.; SARCINELLI-FILHO, M. A nonlinear trajectory tracking controller for mobile robots with velocity limitation via fuzzy gains. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 21, n. 10, p. 1302–1309, 2013.