

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

ROMÁRIO DE SOUZA LOPES

**ESTUDO DE UM GERADOR SÍNCRONO DE PÓLOS SALIENTES
ISOLADO DA REDE ELÉTRICA ALIMENTANDO CARGAS
RESISTIVAS VARIÁVEIS**

VIÇOSA
2017

ROMÁRIO DE SOUZA LOPES

**ESTUDO DE UM GERADOR SÍNCRONO DE PÓLOS SALIENTES
ISOLADO DA REDE ELÉTRICA ALIMENTANDO CARGAS
RESISTIVAS VARIÁVEIS**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. José Tarcísio de Resende

VIÇOSA
2017


ROMÁRIO DE SOUZA LOPES

**ESTUDO DE UM GERADOR SÍNCRONO DE PÓLOS SALIENTES
ISOLADO DA REDE ELÉTRICA ALIMENTANDO CARGAS
RESISTIVAS VARIÁVEIS**


Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 14 de julho de 2017.

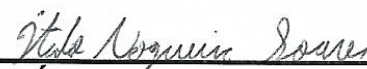
COMISSÃO EXAMINADORA



Prof. Dr. José Tarcísio de Resende - Orientador
Universidade Federal de Viçosa



Prof. Dr. Mauro de Oliveira Prates - Membro
Universidade Federal de Viçosa



Bsc. Ítalo Nogueira Soares - Membro
Universidade Federal de Viçosa

“Alguns homens veem as coisas como são, e dizem ‘Por quê?’ Eu sonho com as coisas que nunca foram e digo ‘Por que não?’” (Geroge Bernard Shaw).

*Dedico essa obra aos meus pais, Sérgio e Luzia, aos meus avós (in memoriam),
Alberto e Iracema e às minhas irmãs, Rosilane e Renata.*

Agradecimentos

Acima de tudo agradeço a Deus por ter me dado força e saúde para superar e contornar as dificuldades, não somente durante os anos de universidade, como também durante todos os anos da minha vida.

Aos meus pais, Sérgio e Luzia, e minhas irmãs, Renata e Rosilane, por ter fé em mim até quando eu mesmo não tive. Ao meu pai, que apesar de todas as dificuldades e trabalho duro me forneceu recursos para chegar onde cheguei.

À Universidade Federal de Viçosa e aos professores que me deram uma formação profissional. Em especial ao professor e orientador José Tarcísio de Rezende, pelo apoio e paciência concedidos para que esse trabalho fosse concluído.

Aos meus amigos de Viçosa, principalmente os da República Five and a Half Men e da Engenharia Elétrica, que foram minha família durante todos esses anos e espero que continuem presentes em minha vida.

E a todos que de qualquer forma, direta ou indireta, fizeram parte da minha vida e/ou da minha formação.

Resumo

Neste trabalho é feito um estudo da modelagem dinâmica da máquina síncrona de pólos salientes operando como gerador isolado da rede elétrica, alimentando cargas resistivas variáveis. O enfoque é dado para o gerador síncrono operando independentemente da rede de energia elétrica, onde a partir de várias alimentações de cargas resistivas são analisados os gráficos das tensões e correntes em função do tempo para várias variações de carga. Estas cargas são constituídas de impedâncias resistivas variáveis.

Para cada caso é analisado o comportamento do gerador quando operado isolado de qualquer rede elétrica. Fez-se um estudo em computador e os resultados de simulação são comparados com os obtidos em laboratório para confrontações teórico-experimentais.

A modelagem dinâmica é desenvolvida em variáveis “abc”, onde a partir das variáveis de equação de estado é possível fazer a simulação digital da mesma em computador, obtendo a sua solução numérica.

Abstract

This work is done a study of the dynamic modeling of synchronous salient-pole machine operating as generator isolated from the mains, feeding resistive loads. The focus is given to the synchronous generator operating independently of the electrical power network, where from multiple feeds of resistive loads are analyzed the graphics of the voltages and currents in function of time to several variations of load. These loads consist of resistive impedances.

For each case is analyzed the behavior of the generator when operated isolated from any power source. A study on computer and simulation results are compared with those obtained in the laboratory for theoretical-experimental confrontations.

The dynamic modeling is developed in "abc" variables, where from the equation of state variables is possible to do its digital computer simulation, getting its numerical solution.

Sumário

1	Introdução.....	13
1.1	Funcionamento e Construção da Máquina Síncrona.....	14
1.2	Os pólos salientes e seus efeitos.....	16
1.2.1	Introdução.....	16
1.2.2	Diagramas Fasoriais, Reatâncias e Correntes do eixo direto e eixo em quadratura.....	16
1.2.3	Determinação de X_d e X_q	19
1.3	Gerador Síncrono.....	20
1.3.1	Introdução.....	20
1.3.2	Funcionamento do gerador.....	20
1.3.3	Controle de um Gerador Síncrono.....	22
1.3.4	Gerador Síncrono operando isolado da rede elétrica.....	22
2	Teorias de controle e modelagem da máquina.....	24
2.1	Introdução.....	24
2.2	Conceitos fundamentais de modelagem.....	25
2.2.1	Considerações.....	25
2.3	Modelagem no espaço de estados.....	26
2.4	Representação da MS por modelo.....	29
3	Materiais e Métodos.....	38
3.1	Obtenção de dados e determinação de parâmetros.....	38
3.2	Modelagem do gerador.....	42
4	Resultados e Discussões.....	44
5	Conclusões.....	51
	Referências Bibliográficas.....	52

Lista de Figuras

Figura 1- Topologia de máquina síncrona de 4 pólos	14
Figura 2- Rotor de pólos salientes (à esquerda) e de pólos lisos(à esquerda)	15
Figura 3-Enrolamento amortecedor.....	16
Figura 4-Força eletromotriz(à esquerda) e fluxo (à direita) em uma máquina síncrona com pólos salientes	17
Figura 5-Circuito equivalente e diagramas fasoriais para o gerador e para pólos salientes, respectivamente.	18
Figura 6- Corrente em uma fase para teste de escorregamento[3].	19
Figura 7-Gerador elementar(à esquerda) e tensão trifásicas equilibradas e defasadas em 120°(à direita).....	20
Figura 8-Curva de magnetização para a máquina em vazio.....	21
Figura 9- Entradas e saídas de um gerador síncrono[9].	22
Figura 10- Gerador operando isoladamente	23
Figura 11- Entradas $b_n(t)$ e saídas $c_n(t)$ para um sistema de variáveis de estado.....	26
Figura 12- Diagrama de blocos para representação em Espaço de Estados	29
Figura 13- Topologia de uma máquina síncrona trifásica [9].	30
Figura 14- Resistências e indutâncias do estator e rotor[9].....	31
Figura 15-Indutância em função da posição angular para máquina de 2 pólos[9].....	34
Figura 16-Topologia de cargas ligadas em estrela	41
Figura 17-Curva de magnetização da máquina utilizada.....	41
Figura 18-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 100 Ω	46
Figura 19-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 50 Ω	47
Figura 20- Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 33,33 Ω	47
Figura 21-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 200 Ω	48
Figura 22-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 300 Ω	49
Figura 23- Corrente em um gerador operando com uma carga de 850 Ω	50

Lista de Tabelas

Tabela 1- Reatâncias de eixo direto, quadratura e zero[9].	17
Tabela 2-Dados das máquinas usadas no trabalho	38
Tabela 3-Valores medidos em cada fase no teste a vazio.....	44
Tabela 4-Comparação de valores simulados com experimentais.....	48

Abreviações

CC - Corrente contínua

CV- Cavalo Vapor

MS - Máquina Síncrona

n - Velocidade Mecânica (rpm)

p - Número de pólos presentes na Máquina

T - Torque (N.m)

V - Tensão (V)

L – Indutância (H)

Z - Impedância (Ω)

X- Reatância (Ω)

φ - Fluxo Magnético (Wb/m^2)

Rms - Real mean square (valor médio quadrático)

θ_e - ângulo elétrico(rad)

θ_m - ângulo mecânico(rad)

1 Introdução

A máquina síncrona é uma máquina elétrica de corrente alternada na qual a velocidade do rotor é proporcional à frequência da corrente que circula nos enrolamentos do estator. A velocidade do rotor, definida como velocidade síncrona, é a igual à velocidade do campo magnético girante do estator e do campo magnético criado pela corrente CC do enrolamento de campo do rotor [1].

Comparada com as demais máquinas de corrente alternada, sua grande vantagem é de funcionar com qualquer um dos fatores de potência: indutivo, capacitivo e resistivo. Isso se deve ao ajuste da corrente do enrolamento de campo. Para cada tipo de fator de potência há um modo de operação da MS, ou seja, indutor, capacitor ou indutor [2].

Assim como qualquer máquina elétrica, a máquina síncrona pode funcionar como motor e como gerador, mas sua maior utilização é como gerador, devido ao fato de gerar tanto potência ativa quanto reativa. Como motores, são utilizadas mais em situações que requer velocidade constante e correção do fator de potência. Máquinas síncronas a ímãs permanentes vem sendo utilizadas cada vez mais em baixas e médias potências, especialmente, quando se necessita de velocidade variável, alto rendimento e respostas dinâmicas rápidas. Tanto as máquinas síncronas tradicionais de rotor bobinado como as máquinas síncronas a ímãs permanentes necessitam em geral de um conversor para o seu acionamento e controle, caso seja necessário que elas operem como motor com velocidade variável.

A máquina síncrona funcionando como gerador, também conhecida como alternador, tem seu uso maciço em centrais elétricas, tais como as hidrelétricas, termoeletricas, biomassa, à diesel (geração de emergência), etc. Os geradores síncronos, que transformam a energia mecânica em energia elétrica, são utilizados em grandes, médias e pequenas centrais elétricas e em grupos de geração emergencial, como hospitais, grandes supermercados, shoppings, etc. Neste tipo de aplicação o gerador atua de forma isolada, independente da rede principal de energia elétrica[3].

Para verificar melhor o seu desempenho no regime transitório e no regime permanente, da tensão e frequência, quando a carga varia, é de grande relevância um modelo matemático que contemple a sua dinâmica de funcionamento, tanto este isolado como interligado na rede elétrica. Esse modelo é feito por meio de uma modelagem do mesmo que

representa a máquina real e proporciona um estudo mais completo demonstrando melhor sua performance de funcionamento.

1.1 Funcionamento e Construção da Máquina Síncrona

Como partes integrantes da máquina síncrona, temos o estator e o rotor. No primeiro, é localizado um enrolamento trifásico ou monofásico, sendo induzida no mesmo uma tensão devido ao movimento relativo de um campo magnético girante produzido pelo enrolamento do rotor e este enrolamento. No segundo está situado o enrolamento do de campo bobinado, podendo ser também um ímã permanente, responsável pela geração do campo magnético principal da máquina; este normalmente é alimentado em tensão contínua[4]. Quando a carga é ligada nos terminais do estator, a corrente no enrolamento trifásico produz o campo magnético girante. O rotor alimentado em tensão contínua e acionado por uma máquina primária, produz um campo magnético girante dentro da máquina, que induz tensões trifásicas

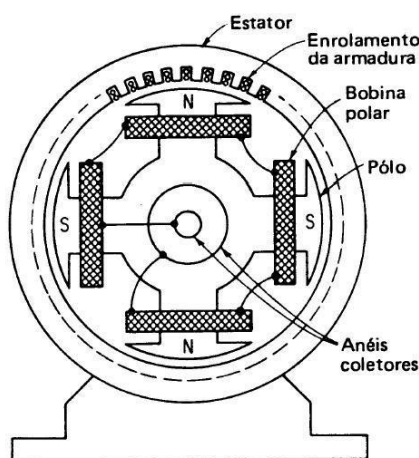


Figura 1- Topologia de máquina síncrona de 4 pólos equilibradas nos enrolamentos do estator[5].

Uma das vantagens do rotor ser móvel e o estator ser fixo é que o rotor possui um enrolamento de tensão mais baixa onde o número de espiras empregadas para gerar a força magnetomotriz(fmm) no circuito de campo, possui peso menor, menor inércia tendo assim menor complexidade, e não exigindo os enrolamentos de tensão maior, que apresentariam maior inércia caso o estator fosse móvel[6].

O estator é constituído de chapas laminadas de elevada permeabilidade magnética, que resulta em um caminho de baixa relutância para o fluxo, e conseqüentemente, menor fluxo de dispersão e também para reduzir as perdas provocadas por correntes de Foucault.

O enrolamento do estator é colocado em ranhuras do mesmo, localizadas na sua periferia interna, podendo ser monofásico ou trifásicos, sendo o trifásico dominante. Os monofásicos são utilizados em casos raros onde não há disponibilidade de uma tensão trifásica, ou para pequenas potências. Há diferentes tipos de construção do enrolamento do estator dependendo da tensão. Para a baixa tensão, os fios dos enrolamentos são esmaltados e de seção circular e as ranhuras são do tipo semiabertas, para a alta tensão, são de seção retangular com isolamento extra e as ranhuras são do tipo abertas. A forma de ligação dos enrolamentos pode ser em estrela ou triângulo, sendo a estrela mais utilizada[7].

O rotor também é constituído com chapas laminadas sobrepostas umas as outras. Existem dois tipos de rotores: rotores de pólos salientes(entreferro não uniforme) e rotores de pólos lisos, conforme pode ser observado na Figura 2. A forma como ambos funcionam é a mesma, diferenciando somente na topologia e construção.

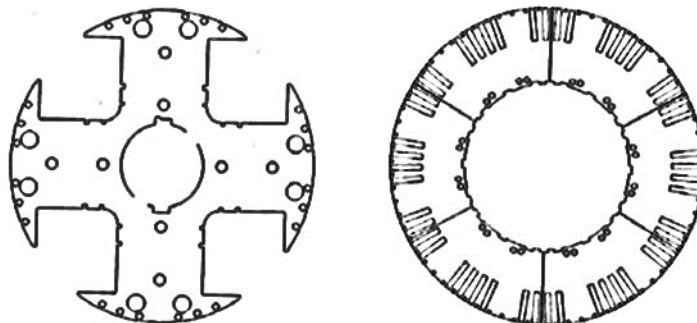


Figura 2- Rotor de pólos salientes (à esquerda) e de pólos lisos(à esquerda)

Rotores de pólos lisos são empregados geralmente em turbogeradores, normalmente são de 2 ou 4 pólos. Seu enrolamento de campo é instalado nas ranhuras na parte superficial do rotor. Estes rotores são mais robustos, sendo assim mais aptos a trabalharem em rotações mais elevadas, de 3600 e 1800 rpm. Rotores de pólos salientes são construídos com uma quantidade maior de pólos, geralmente 4 pólos, podendo atingir 72 pólos. Em alguns casos, o enrolamento de campo do rotor com pólos salientes é instalado entre os pólos. A escolha do número de pólos é de acordo com a rotação da máquina primária. Turbinas hidráulicas, por exemplo, trabalham com baixa rotação, sendo por isso necessário geradores com maior número de pólos onde a velocidade está na faixa de 50 a 600 rpm. Nestas rotações consegue maior rendimento da turbina.

A alimentação do rotor é feita por meio de anéis e escovas ou por excitatrizes adicionais que anexadas ao eixo da máquina[7].

O rotor pode apresentar ainda um enrolamento amortecedor, que tem como finalidade atenuar as oscilações no transitório, já que só há tensão induzida no enrolamento durante o transitório, dando uma maior estabilidade à máquina. E para a máquina funcionando como motor, o enrolamento amortecedor desempenha a função de dispositivo de arranque. Este enrolamento é instalado em ranhuras semiabertas como pode ser visto na Figura 3[7].

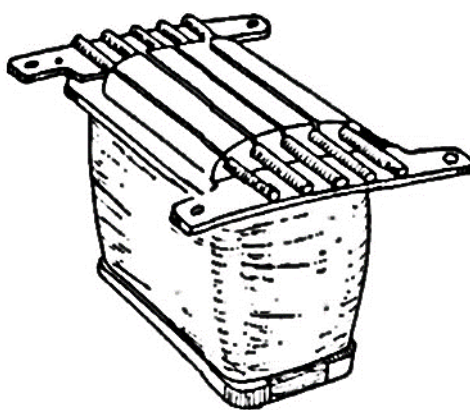


Figura 3-Enrolamento amortecedor

1.2 Os pólos salientes e seus efeitos

1.2.1 Introdução

Na máquina com pólos salientes, o entreferro não é uniforme, daí o fluxo magnético não é uniforme, existindo uma maior quantidade de fluxo ao longo do eixo axial, denominado eixo direto, do que ao longo da região entre pólos, denominado eixo em quadratura[1]. Já para a MS de pólos cilíndricos, o entreferro é uniforme, produzindo o mesmo fluxo magnético.

1.2.2 Diagramas Fasoriais, Reatâncias e Correntes do eixo direto e eixo em quadratura

Os eixos direto e em quadratura são eixos de decomposição da força magnetomotriz de eixo direto F_d e da força magnetomotriz de eixo em quadratura F_q , produzindo, respectivamente, a corrente de eixo direto, I_d e de eixo em quadratura, I_q , que geram os fluxos de eixo direto, Φ_{ad} e em quadratura, Φ_{aq} . As correntes e os fluxos destes eixos são mostrados

na Figura 4. Os fluxos são gerados em eixos com permeabilidade constante. A soma desses fluxos com os fluxos de dispersão dão as reatâncias síncronas de eixo direto e em quadratura X_d e X_q [1][3].

Admitindo uma carga com fator de potência atrasado e corrente de armadura I_a atrasada da tensão de excitação E_f .

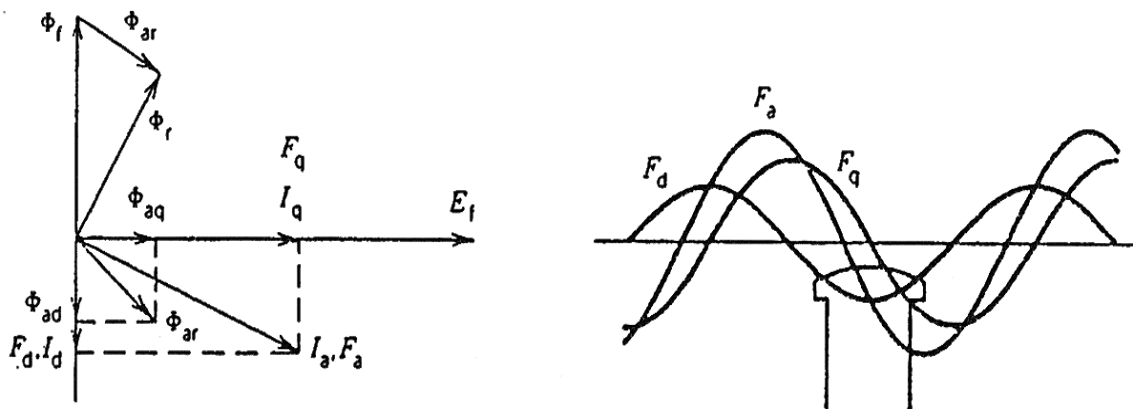


Figura 4-Força eletromotriz(à esquerda) e fluxo (à direita) em uma máquina síncrona com pólos salientes

A reatância de reação de armadura X_{dp} devido ao fluxo de reação de armadura independe do ângulo de posição do rotor, e é adicionada às reatâncias de reação de armadura de eixo direto e de eixo em quadratura, definida como a reatância síncrona de eixo direto e a reatância síncrona de eixo em quadratura. Como a reatância de dispersão está confinada apenas na estrutura do estator, ela é a mesma para as duas reatâncias. Já que a relutância do eixo em quadratura é maior que a do eixo direto, a reatância síncrona de eixo direto é maior que a de eixo em quadratura. A tabela 1 mostra os valores, em pu, das reatâncias síncronas de eixo direto, do eixo em quadratura e de sequência zero para uma máquina síncrona[5].

Tabela 1- Reatâncias de eixo direto, quadratura e zero[9].

Motores síncronos					
Reatâncias	Alta velocidade	Baixa velocidade	Capacitores síncronos	Hidro-geradores	Geradores à turbina
X_d	0,80	1,10	1,60	1,00	1,15
X_q	0,65	0,80	1,00	0,65	1,00
X_0	0,05	0,07	0,08	0,07	0,04

No circuito equivalente em regime permanente de pólos salientes, conforme a Figura 5. Para o caso de um gerador tem-se[1][3]:

$$E_f = V_t + I_a R_a + I_d j X_d + I_q j X_q \quad (1)$$

Onde I_a é dada pela equação 2

$$I_a = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \quad (2)$$

Este circuito é para o gerador síncrono alimentando uma carga com fator de potência atrasado (FP), onde a corrente de armadura I_a está atrasada em relação a tensão de excitação E_f por um ângulo ψ , denominado de fator de potência interno. Caso este ângulo entre E_f e I_a seja conhecido, as componentes de corrente I_d e I_q , podem ser obtidas respectivamente através da decomposição vetorial vertical e horizontal de I_a sobre E_f . Mas normalmente o ângulo que é conhecido é o fator de potência ϕ , entre V_t e I_a . E então o ângulo δ , chamado de ângulo de potência de ângulo de potência deve ser conhecido, para determinar I_d e I_q , entre E_f e V_t . O diagrama da Figura 5(c) é o mesmo da Figura 5(b) desprezando a resistência do estator.

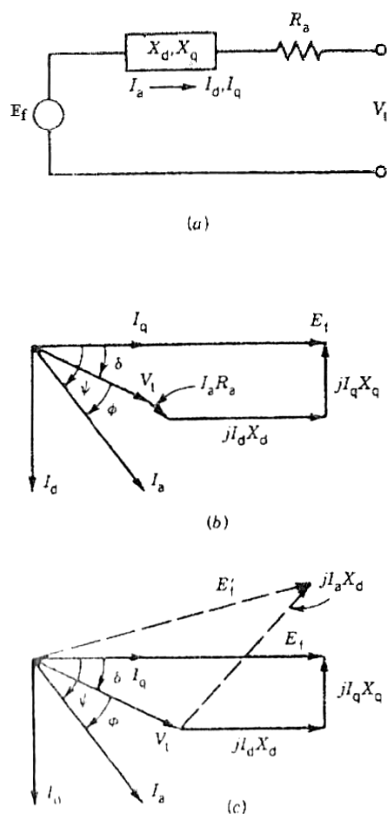


Figura 5-Circuito equivalente e diagramas fasoriais para o gerador e para pólos salientes, respectivamente.

1.2.3 Determinação de X_d e X_q

As reatâncias de eixo direto e de eixo em quadratura podem ser obtidas através de um teste, chamado teste de escorregamento. Neste teste o estator da máquina síncrona é alimentado através da rede elétrica com circuito de campo aberto, por uma tensão trifásica sem a mesma entrar em sincronismo. A partir de um osciloscópio são registrados a forma de onda da corrente no estator da máquina; o que pode ser visto na Figura 6[3].

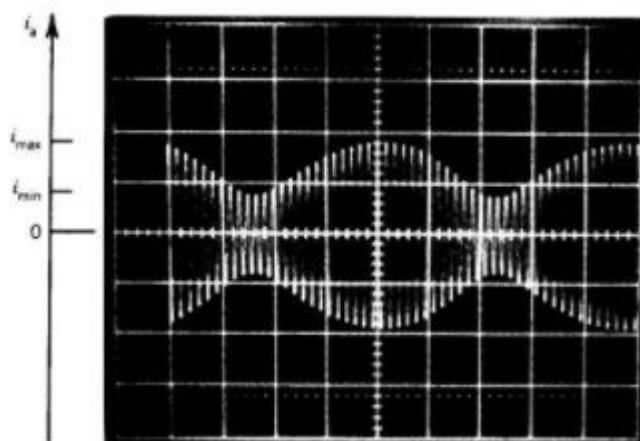


Figura 6- Corrente em uma fase para teste de escorregamento[3].

Da figura é possível observar os valores máximos e mínimos de oscilação da corrente. Esta oscilação se deve ao fato do entreferro não ser uniforme, ou seja, apresentar relutância variável. O valor mínimo corresponde a reatância de eixo direto, X_d , de relutância menor, e o valor máximo, a reatância de eixo em quadratura, com entreferro maior, X_q .

Dáí pode-se determinar X_d e X_q , conforme as equações 3 e 4.

$$X_d = \frac{V_t}{I_{min}/\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$X_q = \frac{V_t}{I_{max}/\sqrt{2}} \quad (4)$$

Onde V_t é o valor eficaz da tensão nos terminais do estator, e I_{min} e I_{max} valores de pico da corrente.

K_w – o fator de enrolamento

f – frequência da tensão gerada

Da Equação 5 a tensão de excitação E_f é proporcional à velocidade de rotação do eixo e do fluxo do enrolamento de campo, sendo dependente da corrente de excitação do enrolamento de campo (I_f). A Figura 8 mostra a variação da tensão de excitação com a corrente de campo, para uma velocidade do gerador constante. Devido ao fluxo magnético residual, mesmo para um corrente de campo I_f igual a zero, a tensão E_f é diferente de zero. A tensão de excitação cresce linearmente com I_f no início, em seguida, devido à saturação do circuito magnético, quando a corrente de campo aumenta o fluxo passa a aumentar menos, fazendo com que E_f tenda a se estabilizar, conhecido como saturação magnética.

A curva de magnetização em vazio do gerador síncrono, é obtida acionando a máquina em vazio na velocidade síncrona e variando gradativamente a corrente do enrolamento de campo, medindo os valores eficazes de tensão de excitação E_f (rms) induzidas nos enrolamentos do estator.

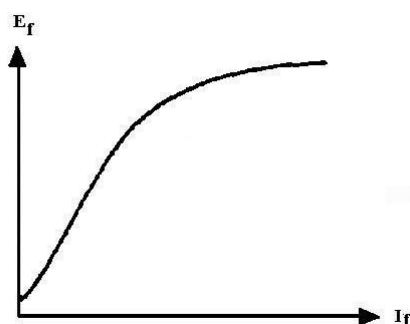


Figura 8-Curva de magnetização para a máquina em vazio

A relação entre o ângulo elétrico espacial do rotor e o ângulo mecânico, bem como a relação entre a velocidade elétrica e mecânica são dadas pelas equações 7 e 8 [8].

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m \quad (7)$$

$$W_e = \frac{p}{2} W_m \quad (8)$$

Da equação 8 pode-se escrever:

$$W_m = 2W_e = \frac{2 \cdot 2\pi f}{p} = \frac{4\pi f}{p} \quad (9)$$

A velocidade síncrona em rad/s é:

$$W_s = W_m = \frac{4\pi f}{p} \quad (10)$$

Em rpm tem-se:

$$W_s = \frac{120f}{p} \quad (11)$$

1.3.3 Controle de um Gerador Síncrono

As entradas de um gerador síncrono são a corrente do circuito do rotor i_f e o torque mecânico aplicado no eixo T_m , enquanto as saídas são a potência ativa P , a potência reativa Q , a tensão V e a frequência f . Como o controle é não iterativo, ao alterar uma entrada, mais de uma saída irá ser alterada. A Figura 9 mostra as duas entradas e as quatro saídas[9].

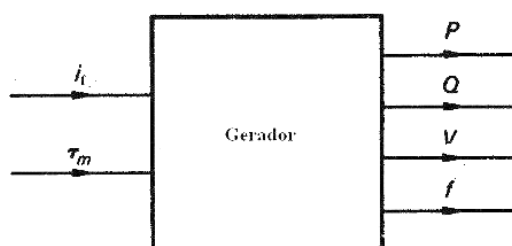


Figura 9- Entradas e saídas de um gerador síncrono[9].

1.3.4 Gerador Síncrono operando isolado da rede elétrica

Para um gerador operando isolado da rede elétrica, a tensão e frequência não são fixas. Elas dependem da excitação do enrolamento de campo e da velocidade de acionamento do eixo do gerador. Por outro lado, a tensão e a frequência dependem também da impedância da carga.

Quando um gerador opera isolado da rede de energia elétrica, acoplado a uma máquina primária, ele está funcionando isolado. Essa topologia de funcionamento é mostrada Figura 10.

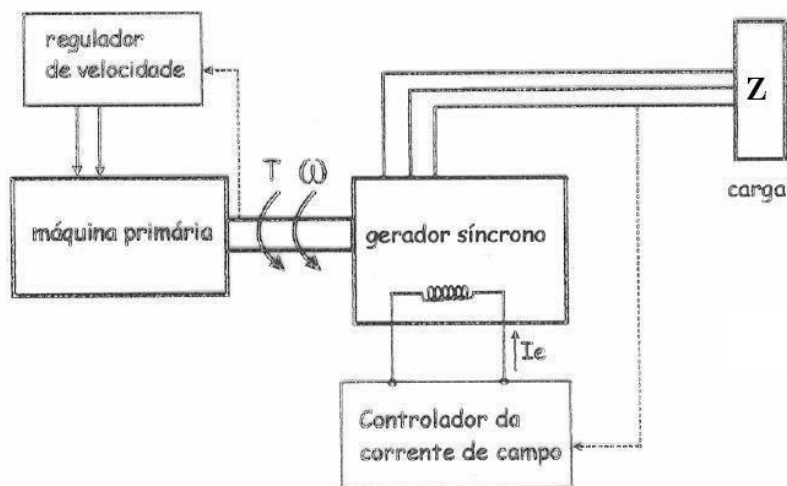


Figura 10- Gerador operando isoladamente

A máquina primária pode ser uma turbina hidráulica, por exemplo. Se um gerador é acionado por um motor CC sem carga nos seus terminais até atingir velocidade síncrona e a tensão de campo do gerador é ajustada até que a tensão nos terminais do gerador chegue ao valor nominal. Neste caso, o gerador tem nos seus terminais uma tensão V e uma frequência f . Quando está vazio, a máquina primária fornece conjugado mecânico ao eixo do gerador, que supre as perdas rotacionais e as perdas elétricas.

Uma potência maior é exigida do gerador, quando uma carga é conectada nos terminais do gerador, e o motor CC deve solicitar um maior conjugado mecânico em seu eixo, o que reduz sua velocidade. A velocidade é reduzida porque o motor sempre mantém o conjugado elétrico e mecânico iguais, ele se auto regula. Para manter a velocidade constante para qualquer variação de carga, seria necessário um controle em malha fechada.

A frequência será mantida em valor nominal com o controle da velocidade. Por outro lado a tensão não, pois a queda de tensão na impedância interna do gerador faz com que a excitação no campo tenha que ser ajustada para se obter tensão nominal no estator. O controle em malha fechada ligado ao circuito de campo permitiria que a carga conectada ao gerador sempre fosse alimentada nas condições nominais para tensão.

2 Teorias de controle e modelagem da máquina

2.1 Introdução

A modelagem de sistemas é importante para a implementação e desenvolvimento de modelos matemáticos para representar sistemas reais. Uma das técnicas de modelagem é a caixa branca, quando se conhece o sistema que será modelado e suas relações matemáticas. Esta também é conhecida como modelagem pela física ou natureza do processo ou modelagem fenomenológica ou conceitual. Esse tipo de modelagem, na maioria das vezes é inviável, devido ao fato de ser poder ser longo o tempo de modelagem a partir do equacionamento dos fenômenos envolvidos[10].

Uma forma de modelar um sistema linear é através do método da funções transferência, e outra, pelas variáveis de espaço de estado. As equações de espaço de estados podem ser aplicadas para sistemas lineares e não lineares. Para que o sistema possa ser caracterizado por um modelo matemático realístico linear, um modelo matemático deve descrever exatamente o sistema através de considerações e aproximações, caso necessárias[11].

Às vezes um modelo matemático é mais adequado e vantajoso que outros. Para a resposta transitória ou de frequência de sistemas lineares invariantes no tempo com uma entrada e uma saída, a representação por função de transferência pode ser mais adequada que outra, enquanto em casos de controle ótimo, é preferível usar representações em espaço de estados [12].

É importante e conveniente considerar a formulação no domínio do tempo de equações que representem os sistemas de controle. Essa formulação pode ser usada para sistemas que sejam não-lineares, variantes no tempo e multivariáveis[13]. Para o estudo em questão, é preferível haver um enfoque maior na modelagem no domínio do tempo e através do modelo espaço de estados, e fazer uma análise da modelagem da MS a partir da definição das equações do sistema, dos parâmetros e das considerações feitas para o modelo a ser elaborado.

2.2 Conceitos fundamentais de modelagem

2.2.1 Considerações

Um sistema real pode ser representado matematicamente fazendo uma analogia matemática com as características que esse sistema apresenta. E podem haver mais de uma forma de representação matemática para um mesmo sistema.

Para uma modelagem, o modelo a ser desenvolvido para um sistema será somente uma representação da forma aproximada. O que existe é uma família de modelos com características e desempenho variados e não um único modelo para o sistema, e cabe ao modelador escolher algum desses modelos, o que pode ser uma escolha difícil. Outro ponto importante é que o modelo é somente uma aproximação de algumas características do sistema real, sendo praticamente impossível desenvolver um sistema com uma grande quantidade de características do sistema.

Depois de finalizado o modelo, o mesmo é testado para validar o seu desempenho. Caso ele seja considerado insuficiente ou inadequado, devem-se reavaliar as considerações que foram feitas para o seu desenvolvimento. Serão apresentadas agora, algumas das considerações que geralmente são feitas para o desenvolvimento dos modelos aproximados.

Sistemas lineares – são sistemas em que podem ser aplicados o princípio da superposição. Esse princípio afirma que a resposta de duas excitações de características diferentes aplicadas simultaneamente, é a mesma que a soma das respostas individuais de cada uma das excitações. Por isso, em certos casos, a resposta a várias entradas é feita considerando uma entrada por vez e posteriormente fazem-se as somas dos resultados obtidos individualmente.

Sistemas lineares invariantes e variantes no tempo – quando os coeficientes de uma equação diferencial (ED) forem constantes ou funções somente de uma variável independente, diz-se que a equação é linear. Então, os sistemas lineares invariantes no tempo são os que podem ser descritos por ED lineares e invariantes no tempo, enquanto também existem os sistemas lineares variantes no tempo que são sistemas de equações diferenciais, nas quais os coeficientes são funções dependentes do tempo.

Simplicidade contra precisão – para aumentar a precisão de um modelo, inevitavelmente aumentaria a sua complexidade, o que em alguns casos não seria o melhor para o estudo em questão. Um sistema representado completamente, pode apresentar uma

quantidade exagerada de equações. Deve-se então analisar a necessidade de precisão do modelo e otimizar a relação entre simplicidade e precisão.

2.3 Modelagem no espaço de estados

Os valores de um conjunto de variáveis, conjunto este que é chamado de estado de um sistema, juntamente com as funções de entrada e as equações que descrevem a dinâmica do sistema, cedem a saída e os estados futuros do sistema. Para um sistema dinâmico, o estado do mesmo em um dado instante é feito por um conjunto de valores das variáveis de estado $[a_1(t), a_2(t), a_3(t), a_4(t), \dots, a_n(t)]$.

Essas variáveis determinam como será o comportamento de determinado sistema após um estado presente conhecido e conhecendo também os sinais de excitação. Tendo como exemplo um sistema com entradas $b_1(t)$ e $b_2(t)$, e saídas $c_1(t)$, $c_2(t)$, tendo o conhecimento dos valores iniciais das variáveis de estado $[a_1(t_0), a_2(t_0), a_3(t_0), a_4(t_0), \dots, a_n(t_0)]$, e também dos valores para entrada, é possível encontrar os valores das saídas após o instante inicial, assim como as variáveis de estado. Então, se for conhecido o estado presente da variável e for aplicada uma entrada também conhecida, será possível descobrir o estado futuro da variável. O esquema do sistema é mostrado na Figura 11.

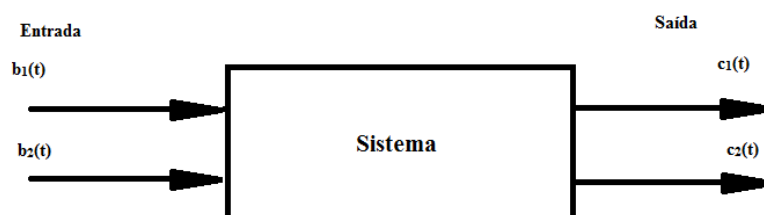


Figura 11- Entradas $b_n(t)$ e saídas $c_n(t)$ para um sistema de variáveis de estado

Como os integradores representam elementos de memória, as saídas dos integradores podem ser consideradas como as variáveis que definem o estado interno da dinâmica do sistema. O número de variáveis de estado que definem completamente a dinâmica do sistema é igual ao número de integradores presentes no sistema.

Considerando um sistema com múltiplas entradas e saídas com n integradores e com m sinais de entrada $b_1(t), b_2(t), b_3(t) \dots b_m(t)$ e z sinais de saída $c_1(t), c_2(t), c_3(t) \dots c_z(t)$. Descreve-se o sistema então da forma abaixo, com as n saídas dos integradores definidas como variáveis de estado e com os valores $[a_1(t), a_2(t), a_3(t), a_4(t), \dots, a_n(t)]$.

$$\begin{aligned}
 \dot{a}_1(t) &= f_1(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\
 \dot{a}_2(t) &= f_2(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 \dot{a}_n(t) &= f_n(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t)
 \end{aligned} \tag{12}$$

Agora para os valores de saída do sistema:

$$\begin{aligned}
 c_1(t) &= g_1(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\
 c_2(t) &= g_2(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 c_z(t) &= g_z(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t)
 \end{aligned} \tag{13}$$

Montando as os sistemas de equações de forma matricial, obtém-se:

$$a(t) = \begin{bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ \vdots \\ a_n(t) \end{bmatrix} \quad f(a, b, t) = \begin{bmatrix} f_1(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\ f_2(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\ \vdots \\ f_n(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \end{bmatrix}$$

$$c(t) = \begin{bmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \end{bmatrix} \quad g(a, b, t) = \begin{bmatrix} g_1(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\ g_2(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \\ \vdots \\ g_z(a_1, a_2 \dots a_n; b_1, b_2, b_3 \dots a_m; t) \end{bmatrix}$$

As equações 12 e 13 podem ser escritas da forma:

$$\dot{x}(t) = f(a, b, t) \quad (14)$$

$$y(t) = g(a, b, t) \quad (15)$$

A equação 14 é a equação para variáveis de estado e a equação 15 é a de saída. As funções são ditas variantes no tempo, caso as mesmas forem dependentes de forma explícita da variável t .

As equações abaixo são obtidas após as equações 14 e 15 serem linearizadas com relação ao estado de operação.

$$\dot{x}(t) = D(t)a(t) + E(t)b(t) \quad (16)$$

$$y(t) = F(t)a(t) + G(t)b(t) \quad (17)$$

As matrizes $D(t)$, $E(t)$, $F(t)$ e $G(t)$ representam respectivamente, a matriz de estado, a matriz de entrada a matriz de saída e a transmissão direta. O esquema em forma de diagrama é mostrado na Figura 12.

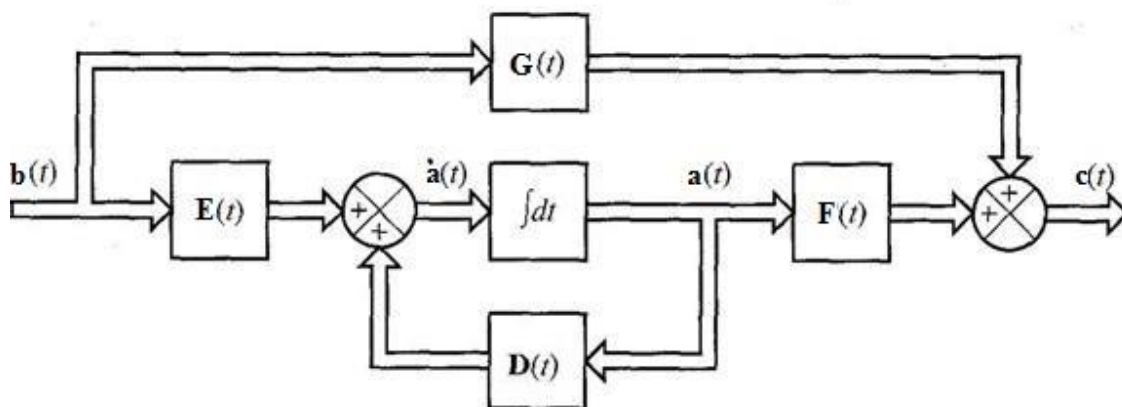


Figura 12- Diagrama de blocos para representação em Espaço de Estados

As funções f e g são ditas invariantes no tempo, caso as mesmas não forem dependentes de forma explícita da variável t . Dessa forma as equações 16 e 17 podem ser expressas da seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = Da(t) + Eb(t) \quad (18)$$

$$y(t) = Fa(t) + Gb(t) \quad (19)$$

Na qual a primeira (18) representa a equação de estados de um sistema linear invariante no tempo e a segunda, a saída do sistema.

2.4 Representação da MS por modelo

A presença de muitos enrolamentos em uma máquina síncrona, e todos com indutâncias próprias e mútuas que são dependentes do tempo, faz com que a mesma não seja um equipamento de fácil representação dificultando a compreensão do seu comportamento. Para um entendimento adequado desse comportamento da máquina, far-se-á necessário algumas simplificações[9].

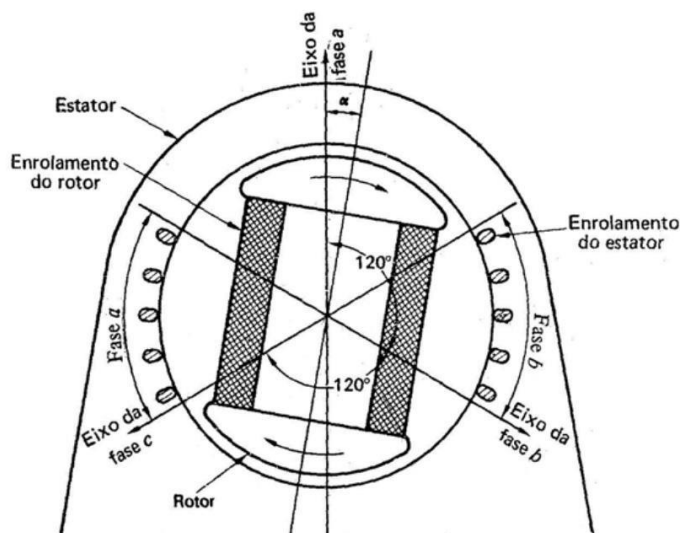


Figura 13- Topologia de uma máquina síncrona trifásica [9].

Parâmetros de uma máquina síncrona

Composta por quatro enrolamentos básicos, sendo eles:

- Três enrolamentos dispostos de forma simétrica no estator;
- Enrolamento de campo.

Considerando apenas os aspectos básicos da máquina, considera-se somente esses enrolamentos, descartando por exemplo, o enrolamento de amortecimento, que estaria presente em um modelo real.

Como foi dito que seriam considerados os aspectos básicos da máquina, as seguintes considerações são feitas:

1. Será desconsiderada a influência dos enrolamentos de amortecimento, considerando apenas os quatro ditos anteriormente e estes são compostos por uma resistência, indutância própria e indutância mútua.
2. Sendo a máquina linear, considera-se uma relação direta e proporcional entre as correntes e fluxos nas indutâncias.

Na Figura 14 são exibidos os enrolamentos a serem considerados na análise da máquina e suas resistências e indutâncias.

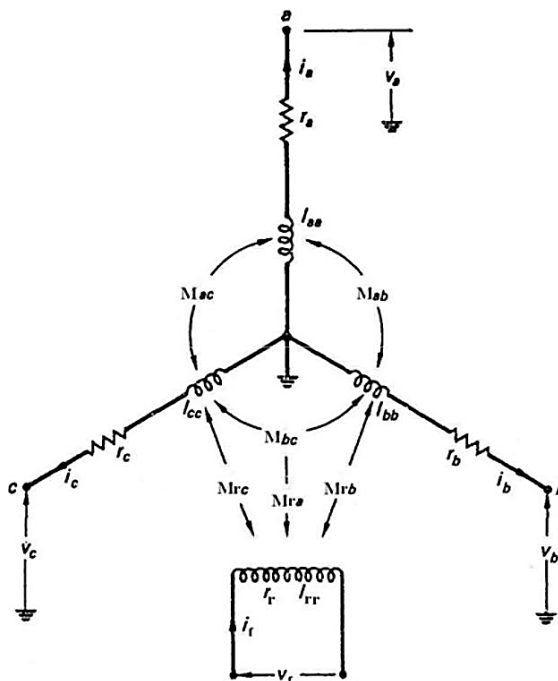


Figura 14- Resistências e indutâncias do estator e rotor[9].

Agora outras observações importantes são feitas nessa consideração:

- Exemplo para máquina síncrona de 2 pólos e o ângulo Θ sendo o ângulo elétrico.
- Resistencia do estator pequenas e iguais;
- Para rotor de pólos salientes, exceto a indutância do rotor não depende da posição do mesmo, e as outras são funções do ângulo mecânico variável com o tempo.
- Para rotor cilíndrico, as indutâncias são constantes, exceto as mútuas em relação ao rotor.
- O maior valor da indutância própria do enrolamento a (L_{aa}) do estator ocorre quando o ângulo elétrico Θ do rotor tem o valor nulo ou π (esquema da Figura 15). Essa indutância também varia conforme o número de pólos.

3. Na indutância L_{aa} , a variação é considerada harmônica sendo escrita como $L_{aa} = L_1 + L_2 \cos 2\Theta$. L_1 é a componente média do fluxo no entreferro mais a indutância de dispersão. L_2 é a componente da indutância relativa ao fluxo dependente da posição do rotor e é nulo para rotor de pólo cilíndrico. Caso haja a necessidade e desejo de eliminar as harmônicas altas, as superfícies dos pólos rotorais precisam ser fabricadas de forma a ter as relutâncias senoidais ao máximo. Observar a Figura 15.

Outras observações:

- L_{bb} e L_{cc} são iguais a L_{aa} , mas espaçados $2\pi/3$ e $4\pi/3$ rads, nessa ordem em relação à a . Por isso na equação acima para L_{aa} , basta deslocar Θ nesses valores, e então obtém-se:

$$L_{bb} = L_1 + L_2 \cos 2(\Theta - 2\pi/3) \quad (20)$$

$$L_{cc} = L_1 + L_2 \cos 2(\Theta - 4\pi/3) \quad (21)$$

- A relação das indutâncias mútuas é $L_{ij} = L_{ji}$

A corrente no enrolamento i gera um fluxo concatenado com o j , de mesmo módulo e sentido que uma mesma corrente em j gera em i . Todas as indutâncias mútuas do gerador tem valores negativos, pois uma corrente positiva no enrolamento i gera um fluxo concatenado de componente negativa com as duas outras partes do estator.

- O rotor apresenta menos relutância, e o fluxo concatenado em b gerado por uma corrente em a apresentará valor máximo, quando o ângulo Θ for -30° ou 150° . E fluxo mínimo em 60° ou 240° . Essa indutância mútua é representada da forma:

$$L_{ab} = -L_3 - L_2 \cos 2(\Theta + \pi/6) \quad (22)$$

Na equação 22 o termo L_3 é a indutância relacionada a componente média de fluxo no entreferro.

- Agora para o fluxo gerado em b pelo enrolamento c e gerado em a pelo enrolamento c, apresentará valores máximos para os ângulos 90° ou 270° , para o primeiro, e 30° ou 210° , para o segundo. A indutância mútua irá ser:

$$L_{bc} = -L_3 - L_2 \cos 2(\Theta - \pi/2) \quad (23)$$

$$L_{ac} = -L_3 - L_2 \cos 2(\Theta - \pi/6) \quad (24)$$

- A indutância do rotor é constante e será chamada de L_4 . É a indutância devido ao percurso principal do fluxo somado a indutância de dispersão (Figura 15c). Já as indutâncias mútuas entre o rotor e o estator apresentam máximos positivos e negativos, e nomeia-se a componente de indutância relacionada à posição do rotor como L_5 (Figura 15d).. Essas indutâncias são representadas abaixo:

$$L_{ra} = L_5 \cos \Theta \quad (25)$$

$$L_{rb} = L_5 \cos(\Theta - 2\pi/3) \quad (26)$$

$$L_{rb} = L_5 \cos(\Theta - 4\pi/3) = L_5 \cos(\Theta + 2\pi/3) \quad (27)$$

- Todas as indutâncias podem ser representadas em termos do ângulo Θ de posicionamento do rotor e de L_1 , L_2 , L_3 , L_4 e L_5 , sendo os últimos positivos e sendo obtidos por ensaio ou mesmo como informação do fabricante.

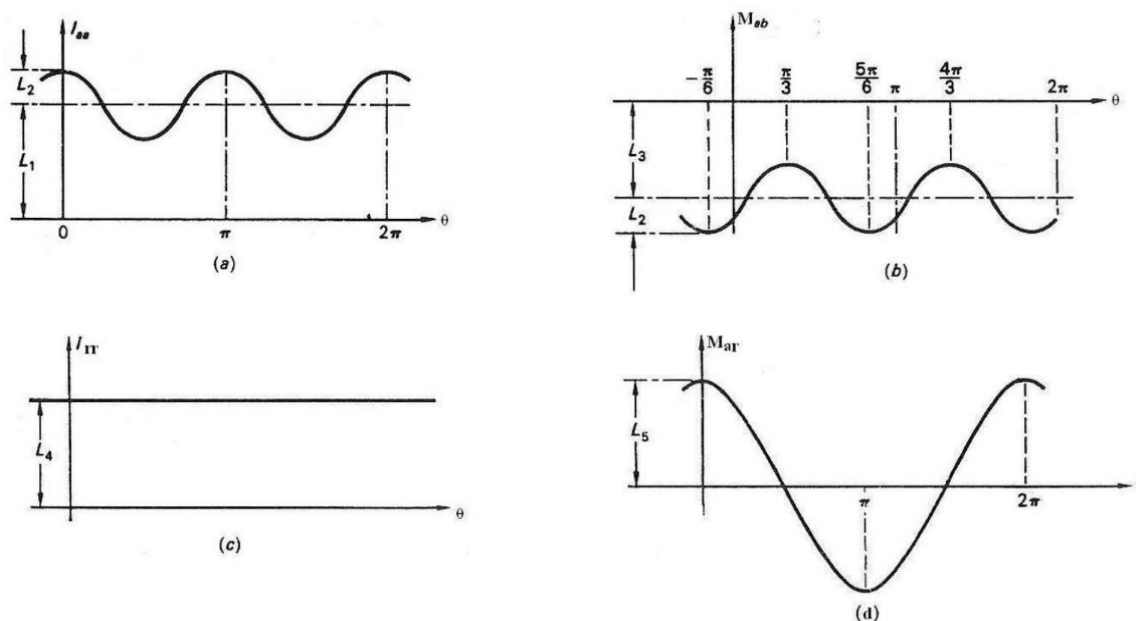


Figura 15-Indutância em função da posição angular para máquina de 2 pólos[9].

Equações gerais de circuito de uma máquina

Para uma análise de funcionamento e do comportamento em condição transitória de uma máquina, usa-se um modelo relacionando os parâmetros citados anteriormente com conceitos de circuitos elétricos. Esses circuitos estão em conjunto e acoplados magneticamente definidos por equações diferenciais parciais, com parâmetros variantes no tempo t .

Os circuitos do estator e rotor da Figura 14 são divididos em quatro partes e escrito em equações a partir das leis de Kirchhof, como visto na equação 28 abaixo. A corrente é positiva no estator, se elas fluem no sentido de gerador, que é o sentido do potencial positivo, já a corrente no rotor é considerada sendo positivo quando flui no sentido oposto, como pode ser notado, daí os sinais positivos e negativos na equação 28.

$$v_a = -R_S i_a - \frac{d}{dt}(L_{aa}i_a) - \frac{d}{dt}(L_{ab}i_b) - \frac{d}{dt}(L_{ac}i_c) + \frac{d}{dt}(L_{ar}i_r)$$

$$v_b = -R_S i_b - \frac{d}{dt}(L_{ba}i_a) - \frac{d}{dt}(L_{bb}i_b) - \frac{d}{dt}(L_{bc}i_c) + \frac{d}{dt}(L_{br}i_r)$$

$$v_c = -R_S i_c - \frac{d}{dt}(L_{ca}i_a) - \frac{d}{dt}(L_{cb}i_b) - \frac{d}{dt}(L_{cc}i_c) + \frac{d}{dt}(L_{cr}i_r)$$

$$v_r = R_r i_r - \frac{d}{dt}(L_{ra}i_a) - \frac{d}{dt}(L_{rb}i_b) - \frac{d}{dt}(L_{rc}i_c) + \frac{d}{dt}(L_{rr}i_r)$$

Agora transformando a equação acima em matrizes:

$$v = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_r \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$i = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_r \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_S \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$L = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{ar} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{br} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cr} \\ L_{ra} & L_{rb} & L_{rc} & L_{rr} \end{bmatrix} \quad (32)$$

E a matriz L pode ser reescrita da seguinte forma:

$$L = \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos 2\alpha & -L_3 - L_2 \cos 2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) & -L_3 - L_2 \cos 2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) & L_5 \cos \alpha \\ -L_3 - L_2 \cos 2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) & L_1 + L_2 \cos 2\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & -L_3 - L_2 \cos 2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ -L_3 - L_2 \cos 2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) & -L_3 - L_2 \cos 2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) & L_1 + L_2 \cos 2\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \\ L_5 \cos \alpha & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & L_4 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Depois de algumas simplificações de caráter trigonométrico:

$$L = \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos 2\alpha & -L_3 + L_2 \cos\left(2\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & -L_3 + L_2 \cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & L_5 \cos \alpha \\ -L_3 + L_2 \cos\left(2\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & L_1 + L_2 \cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & -L_3 + L_2 \cos 2\alpha & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ -L_3 + L_2 \cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & -L_3 + L_2 \cos 2\alpha & L_1 + L_2 \cos\left(2\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & L_5 \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_5 \cos \alpha & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & L_5 \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & L_4 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Para o rotor cilíndrico todas as indutâncias do estator independem do ângulo do rotor, e o parâmetro L_2 é nulo. Então a matriz L fica da seguinte forma:

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & -L_3 & -L_3 & L_5 \cos \alpha \\ -L_3 & L_1 & -L_3 & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ -L_3 & -L_3 & L_1 & L_5 \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_5 \cos \alpha & L_5 \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & L_5 \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & L_4 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Pode-se notar que esses sistemas de equações e matriciais são do tipo de uma equação diferencial simples.

$$v = -Ri - \frac{d(Li)}{dt} \quad (36)$$

Agora fazendo certas considerações sobre a equação 36.

- Como L não é constante, não é possível resolver a equação por Laplace nem escrevê-la da forma, :

$$\frac{d(Li)}{dt} = \frac{Ld(i)}{dt} \quad (37)$$

- Considerando um termo da equação geral (equação 28):

$$\frac{d}{dt} (L_{aa} i_a) = L_{aa} \frac{d}{dt} i_a + i_a \frac{d}{dt} L_{aa} \quad (38)$$

E agora fazendo as derivações necessárias:

$$L_{aa} = L_1 + L_2 \cos 2\alpha \quad (39)$$

$$L_{aa} \frac{d}{dt} i_a = (L_1 + L_2 \cos 2\alpha) \frac{d}{dt} i_a \quad (40)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dt} &= w, \text{ sendo } w \text{ constante} \\ \int d\alpha &= \int w dt, \quad \alpha = wt + \alpha_0\end{aligned}\quad (41)$$

Considerando $\alpha_0 = 0$ na condição inicial, temos como resultado da integral $\alpha=wt$

$$\alpha = \alpha_{el} = \frac{p}{2} \alpha_{me} \quad (42)$$

$$w_{me} = \frac{2\pi n}{60} \quad (43)$$

$$\alpha_{me} = \frac{2\pi n}{60} t \quad (44)$$

$$\alpha_{el} = \frac{p\pi n}{60} t \quad (45)$$

$$L_{aa} = L_1 + L_2 \cos 2 \frac{p\pi n}{60} t \quad (46)$$

$$i_a \frac{d}{dt} L_{aa} = -L_2 \cos \left(\frac{p\pi n}{30} \right) i_a \operatorname{sen} \left(\frac{p\pi n}{30} t \right) \quad (47)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} (L_{aa} i_a) &= -L_2 \cos \left(\frac{p\pi n}{30} \right) i_a \operatorname{sen} \left(\frac{p\pi n}{30} nt \right) + \left[L_1 + L_2 \cos \left(\frac{p\pi n}{30} \right) \right] \frac{d}{dt} i_a \\ (48)\end{aligned}$$

As funções matemáticas que regem o comportamento de uma máquina não são lineares, pois apresentam os coeficientes variantes no tempo.

3 *Materiais e Métodos*

A partir da modelagem apresentada anteriormente é feita a simulação digital do gerador.

3.1 *Obtenção de dados e determinação de parâmetros*

A partir da implementação da modelagem em computador é feita uma comparação dos resultados da simulação com os valores experimentais.

Foram usadas, para o desenvolvimento do trabalho, uma máquina síncrona trifásica de pólos salientes, neste caso gerador, e uma máquina de corrente contínua, como máquina primária. Alguns ensaios foram realizados no laboratório de Máquinas Elétricas da Universidade Federal de Viçosa, com o intuito de obter parâmetros necessários na simulação da modelagem. A tabela 2 mostra os dados de placa das máquinas utilizadas.

Tabela 2-Dados das máquinas usadas no trabalho

Máquina de Corrente Contínua	Máquina Síncrona
$P_{mec}(CV) = 3$	$P_{mec}(CV) = 2$
Rpm = 1800	Rpm = 1800
	60 Hz
220 V	230/133/440/266 V
9 A	5/8.7/2.5/4.4 A
2 KW	1.6 KW 2KVA FP=0.8 Ip/In=6
Campo: 220V/0.6A	Campo: 220V/0.6A

A máquina de corrente contínua foi ligada como motor shunt sendo acoplada no eixo do gerador. O gerador síncrono foi operado isolado da rede elétrica, acionado pelo motor CC na velocidade síncrona, com os terminais do estator ligados em estrela. O seu circuito de campo foi alimentado por uma fonte CC.

Primeiramente excitou-se o campo da máquina CC com uma corrente de 0,37A e a sua armadura alimentada por uma fonte de tensão. Pela variação da corrente de campo da máquina CC sua rotação foi ajustada em 1780 rpm. O estator da MS foi alimentado, com seu circuito de campo em aberto, em 80V.

Multímetros foram conectados aos terminais do trifásicos do estator, e foram tomadas as medidas de corrente e tensão de cada fase. Como estes valores de tensão e corrente oscilam, extraíram-se os valores mínimos e máximos da tensão e corrente em cada fase a partir da leitura visual do instrumento. A partir desses valores foram obtidos as reatâncias síncronas X_d e X_q por meio das equações 49 e 50, respectivamente.

$$X_d = \frac{\frac{\text{média do valor máximo da tensão}}{\sqrt{3}}}{\text{média do valor mínimo da corrente}} \quad (49)$$

$$X_q = \frac{\frac{\text{média do valor mínimo da tensão}}{\sqrt{3}}}{\text{média do valor máximo da corrente}} \quad (50)$$

onde “média do valor máximo da tensão” e “média do valor mínimo da tensão” é a soma dos valores da tensão máxima e tensão mínima em cada fase dividido pela quantidade de fases, respectivamente. E “média do valor máximo da corrente” e “média do valor mínimo da corrente” é a soma dos valores da corrente máxima e corrente mínima em cada fase dividido pela quantidade de fases.

Em seguida obtém-se o valor de X_0 a partir da Tabela 1 e multiplicando pelo valor de base da impedância Z_b que é 26 Ω .

Para determinar a resistência do estator do rotor mede-se ela normalmente utilizando um multímetro, diretamente.

Para obter a indutância do rotor, alimentou-se o mesmo com uma tensão de 20V e mediu-se a corrente. De posse desses valores é possível calcular a impedância usando a equação 51.

$$Z_r = \frac{V}{I} \quad (51)$$

Após isso, é usada a equação 52, onde Z_r é obtido da equação 51 e R_r é o valor medido da resistência do rotor.

$$X_4 = \sqrt{Z_r^2 - R_r^2} \quad (52)$$

Para encontrar os valores das indutâncias L_d , L_q , L_0 e L_4 utiliza-se a equação 53.

$$L_n = \frac{X_n}{W} \quad (53)$$

onde W é constante e igual à $2 \cdot \pi \cdot f$. A frequência nesse caso é 60Hz.

Utilizando as equações 54, 55 e 56, obtém-se o valor dos parâmetros L_1 , L_2 e L_3 a partir dos parâmetros L_d , L_q e L_0 obtidos anteriormente.

$$L_d = L_1 + L_3 + \frac{3}{2} \cdot L_2 \quad (54)$$

$$L_q = L_1 + L_3 - \frac{3}{2} \cdot L_2 \quad (55)$$

$$L_0 = L_1 - 2L_3 \quad (56)$$

Para determinar o parâmetro L_5 utiliza-se a equação 57 para obter a reatância e em seguida a equação 53, para obter as indutâncias.

$$X_5 = \frac{E_a \sqrt{2}}{i_r} \quad (57)$$

Onde E_a é a tensão de armadura em regime permanente e i_r é a corrente no estator.

Para os testes com cargas conectadas aos terminais do estator, foram utilizadas cargas resistivas. Aciona-se a máquina síncrona como gerador e a máquina de corrente contínua em shunt, como máquina primária, da mesma forma da primeira parte. O campo da máquina foi alimentado em 220V. As cargas foram ligadas em estrela, através de uma chave, nos terminais do gerador, de forma equilibrada (a mesma carga em cada fase). A Figura 16 mostra como as cargas foram ligadas aos terminais abc do gerador. Para todos os ensaios, a rotação do gerador foi mantida em 1800 rpm, que é sua velocidade síncrona mantendo a frequência constante.

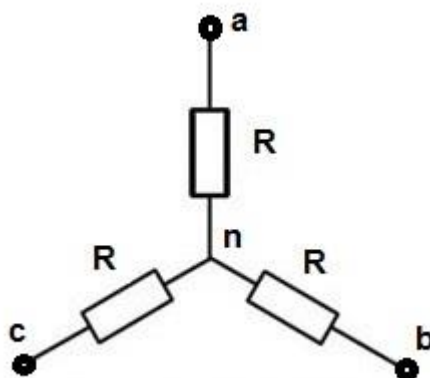


Figura 16-Topologia de cargas ligadas em estrela

Para os ensaios com carga, antes de alimentar o campo da máquina síncrona mediu-se a tensão devido ao magnetismo residual que existe no campo e é de 5,17 V.

Foi obtida, antes da adição de cargas e com a máquina em vazio, a curva de magnetização do gerador, variando a tensão de excitação de campo e medindo a corrente de campo e a tensão em cada fase. A velocidade foi mantida em 1800 rpm. A curva obtida pode ser vista na Figura 17.

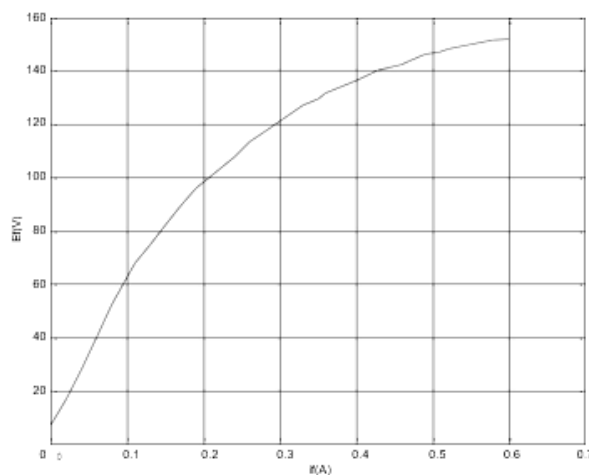


Figura 17-Curva de magnetização da máquina utilizada

Para fazer o controle, ao adicionar cada carga a rotação vai variar, então varia-se o campo da máquina CC para manter a rotação em 1800 rpm. De qualquer forma há uma queda de tensão de fase no gerador, que é corrigida ao final da etapa de adição (depois de adicionar as três resistências) de carga aumentando a excitação do enrolamento de campo da máquina síncrona, para manter a tensão fase-neutro em 127 V no terminal do estator.

Etapa de adição de cargas – são adicionadas cargas resistivas de valor 100Ω aproximadamente. Primeiro adiciona-se uma carga em cada fase, de forma a manter as cargas equilibradas, e em seguida adiciona-se uma segunda paralelamente à primeira, e por último, uma terceira carga em paralelo com as duas anteriores.

3.2 Modelagem do gerador

Para dar início a modelagem da máquina síncrona toma-se a equação 28 como base, e à partir dela, com algumas substituições e manipulações, chega-se ao modelo da equação de espaço de estados, conforme equação 58.

$$\dot{y} = A \cdot y + B \quad (58)$$

Abrindo a equação 28 em termos das derivadas das correntes, tem-se:

$$\begin{aligned} v_a &= -R_S i_a - i_a \frac{d}{dt}(L_{aa}) - L_{aa} \frac{d}{dt}(i_a) - i_b \frac{d}{dt}(L_{ab}) - L_{ab} \frac{d}{dt}(i_b) - i_c \frac{d}{dt}(L_{ac}) - L_{ac} \frac{d}{dt}(i_c) + \\ &\quad i_r \frac{d}{dt}(L_{ar}) + L_{ar} \frac{d}{dt}(i_r) \\ v_b &= -R_S i_b - i_a \frac{d}{dt}(L_{ba}) - L_{ba} \frac{d}{dt}(i_a) - i_b \frac{d}{dt}(L_{bb}) - L_{bb} \frac{d}{dt}(i_b) - i_c \frac{d}{dt}(L_{bc}) - L_{bc} \frac{d}{dt}(i_c) + \\ &\quad i_r \frac{d}{dt}(L_{br}) + L_{br} \frac{d}{dt}(i_r) \\ v_c &= -R_S i_c - i_a \frac{d}{dt}(L_{ca}) - L_{ca} \frac{d}{dt}(i_a) - i_b \frac{d}{dt}(L_{cb}) - L_{cb} \frac{d}{dt}(i_b) - i_c \frac{d}{dt}(L_{cc}) - L_{cc} \frac{d}{dt}(i_c) + \\ &\quad i_r \frac{d}{dt}(L_{cr}) + L_{cr} \frac{d}{dt}(i_r) \\ v_r &= R_r i_r - i_a \frac{d}{dt}(L_{ra}) - L_{ra} \frac{d}{dt}(i_a) - i_b \frac{d}{dt}(L_{rb}) - L_{rb} \frac{d}{dt}(i_b) - i_c \frac{d}{dt}(L_{rc}) - L_{rc} \frac{d}{dt}(i_c) + \\ &\quad i_r \frac{d}{dt}(L_{rr}) + L_{rr} \frac{d}{dt}(i_r) \end{aligned} \quad (59)$$

Manipulando algebricamente a equação 59, chega-se a equação 60:

$$L_{aa} \frac{d}{dt}(i_a) + L_{ab} \frac{d}{dt}(i_b) + L_{ac} \frac{d}{dt}(i_c) - L_{ar} \frac{d}{dt}(i_r) = \left(-R_S - R_L - \frac{d}{dt}(L_{aa}) \right) i_a - i_b \frac{d}{dt}(L_{ab}) - i_c \frac{d}{dt}(L_{ac}) + i_r \frac{d}{dt}(L_{ar})$$

$$L_{ba} \frac{d}{dt}(i_a) + L_{bb} \frac{d}{dt}(i_b) + L_{bc} \frac{d}{dt}(i_c) - L_{br} \frac{d}{dt}(i_r) = -i_a \frac{d}{dt}(L_{ba}) + \left(-R_S - R_L - \frac{d}{dt}(L_{bb}) \right) i_b - i_c \frac{d}{dt}(L_{bc}) + i_r \frac{d}{dt}(L_{br}) \quad (60)$$

$$L_{ca} \frac{d}{dt}(i_a) + L_{cb} \frac{d}{dt}(i_b) + L_{cc} \frac{d}{dt}(i_c) - L_{cr} \frac{d}{dt}(i_r) = -i_a \frac{d}{dt}(L_{ca}) - i_b \frac{d}{dt}(L_{cb}) + \left(-R_S - R_L - \frac{d}{dt}(L_{cc}) \right) i_c + i_r \frac{d}{dt}(L_{cr})$$

$$L_{ra} \frac{d}{dt}(i_a) + L_{rb} \frac{d}{dt}(i_b) + L_{rc} \frac{d}{dt}(i_c) - L_{rr} \frac{d}{dt}(i_r) = -i_a \frac{d}{dt}(L_{ra}) - i_b \frac{d}{dt}(L_{rb}) - i_c \frac{d}{dt}(L_{rc}) + \left(\frac{d}{dt}(L_{rr}) + R_r \right) i_r - v_r$$

A partir das equações 60, utilizando equações de espaço de estados da forma da equação 58 pode-se montar matrizes fazendo uma analogia com esta; as derivadas das correntes seriam equivalentes ao termo \dot{y} , as constantes que acompanham a corrente equivale ao termo A, e as correntes à incógnita y . Os outros termos equivalem à B.

4 Resultados e Discussões

Os parâmetros utilizados na simulação foram obtidos experimentalmente, como detalhado no capítulo anterior. Para a simulação são obtidos os parâmetros no laboratório. Na tabela 3 são mostrados os valores medidos das correntes e tensões máximas e mínimas em cada fase para o teste do gerador em vazio, com o objetivo de determinar X_d e X_q .

Tabela 3-Valores medidos em cada fase no teste a vazio

Fase	Correntes mínimas	Correntes máximas	Tensões mínimas	Tensões máximas
A	2,06 A	2,38 A	93,2 V	94,4 V
B	1,82 A	2,39 A	94,2 V	95,0 V
C	2,04 A	2,54 A	92,5 V	93,1 V

Em posse desses valores da tabela 3, e usando a equação 49 pode-se calcular os valores de X_d :

$$X_d = \frac{\frac{\text{média do valor máximo da tensão}}{\sqrt{3}}}{\frac{\text{média do valor mínimo da corrente}}{3}} = \frac{\frac{94,4 + 95,0 + 93,1}{3}}{\frac{2,06 + 1,82 + 2,04}{3}} = 27,55 \Omega$$

E o mesmo pode ser feito só que utilizando a equação 50:

$$X_q = \frac{\frac{\text{média do valor mínimo da tensão}}{\sqrt{3}}}{\frac{\text{média do valor máximo da corrente}}{3}} = \frac{\frac{93,2 + 94,2 + 92,5}{3}}{\frac{2,38 + 2,39 + 2,54}{3}} = 22,17 \Omega$$

Para a obtenção dos parâmetros restantes foi medida a resistência do estator e também a resistência do rotor.

$$R_s = 3,1 \Omega$$

$$R_r = 232 \Omega$$

Pela aplicação de uma tensão contínua de 20V e corrente de 3,7mA no rotor foi obtida a impedância do rotor usando a equação 51.

$$Z_r = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} = \frac{20}{3,7 * 10^{-3}} = 5405,40\Omega$$

Com isso foi obtida a reatância X_4 usando a equação 52.

$$X_4 = X_r = \sqrt{Z_r^2 - R_r^2} = \sqrt{5405,4^2 - 232^2} = 5400,42\Omega$$

Por último para a obtenção de X_5 foi aplicada a equação 57, para uma tensão E_a de 127V e corrente i_r de 0,37A.

$$X_5 = \frac{E_a \sqrt{2}}{i_r} = \frac{127\sqrt{2}}{0,37} = 485,42\Omega$$

Dáí são obtidos L_4 e L_5 a partir da equação 53:

$$L_4 = \frac{X_4}{\omega} = \frac{5400,42}{2\pi * 60} = 14,32 H$$

$$L_5 = \frac{X_5}{\omega} = \frac{485,42}{2\pi * 60} = 1,28 H$$

Para a obtenção do valor L_0 foi utilizado o valor da tabela 1, em pu, multiplicado pelos valores bases nominais da máquina, tensão base e potência aparente base sendo,

$$L_0 = 4,91mH$$

Substituindo L_d , L_q e L_0 nas equações 54, 55 e 56 e resolvendo o sistema, obtém-se:

$$L_1 = 45,60 mH$$

$$L_2 = 4,76 mH$$

$$L_3 = 20,03 mH$$

Para os testes com carga, foram obtidos os dados de corrente no estator em regime permanente e a tensão entre fase e neutro no estator para cada adição de cargas. E no final foi mantida a tensão entre fase e neutro no estator em 127 V e adquirida a corrente na carga para esse valor. A topologia de ligação das cargas foi mostrada na Figura 16.

Cargas resistivas: Foi ligada uma lâmpada incandescente para simular a carga resistiva em cada fase fornecendo uma resistência de 100Ω , a corrente eficaz do estator do gerador foi

1,19A e a tensão entre a fase e neutro 123 V. Acrescentando uma carga resistiva em paralelo com a primeira, a corrente de estator do gerador foi 2,31A e a tensão entre a fase e neutro 118 V. Acrescentando mais uma carga resistiva em paralelo com a primeira e segunda, a corrente de estator do gerador foi 3,33A e a tensão entre a fase e neutro foi de 109 V.

Com a terceira lâmpada, como a tensão gerada diminui bastante, por haver um aumento da corrente de carga (como também foi notado) o que leva há uma queda de tensão na impedância interna do gerador, a excitação do enrolamento de campo do gerador foi aumentada para a tensão voltar a 127 V entre a fase e neutro no estator, do gerador em vazio. A corrente medida neste caso foi de 2,67A. É bom frisar que para cada caso a rotação foi mantida em 1800 rpm.

Para a simulação foram obtidos resultados para 6 testes de carga, com cargas variando de 33.33, 50, 100, 200, 300 e 800 Ω . Pode ser notado nas Figuras 18, 19 e 20 a diferença nos valores de tensão e corrente para cada teste com as cargas resistivas.

Como os parâmetros obtidos no laboratório foram medidos e calculados de forma aproximada, pequenos ajustes são necessários, com o intuito de melhorar o programa e aproximar do modelo real de acordo com os valores abaixo.

$$L_1 = 45,60 \text{ mH}$$

$$L_2 = 4,76 \text{ mH}$$

$$L_3 = 20,03 \text{ mH}$$

$$L_4 = 30 \text{ H}$$

$$L_5 = 1,28 \text{ H}$$

$$R_s = 3,1 \Omega$$

$$R_r = 232 \Omega$$

Estes valores são implementados na modelagem e utilizados na simulação.

A Figura 18 mostra os gráficos da corrente e da tensão obtidos para a carga de 100 Ω .

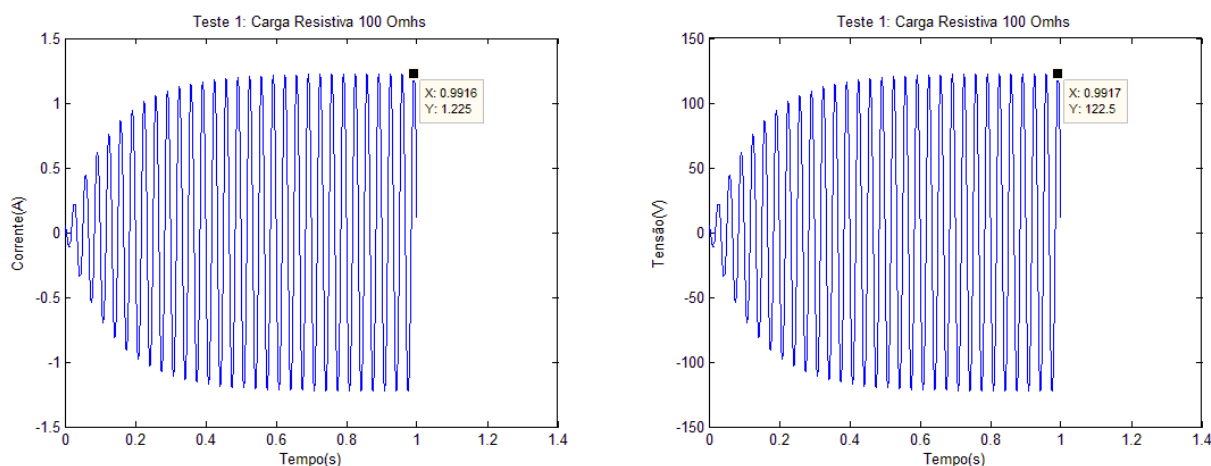


Figura 18-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 100 Ω

Para $100\ \Omega$ a corrente obtida em uma fase do estator foi $1,225\text{A}$ enquanto a tensão foi de $122,5\text{V}$.

No segundo teste foi simulada uma carga de $50\ \Omega$, que é o valor de duas cargas de $100\ \Omega$ em paralelo, nos terminais do gerador e foram obtidos os gráficos da Figura 19 para

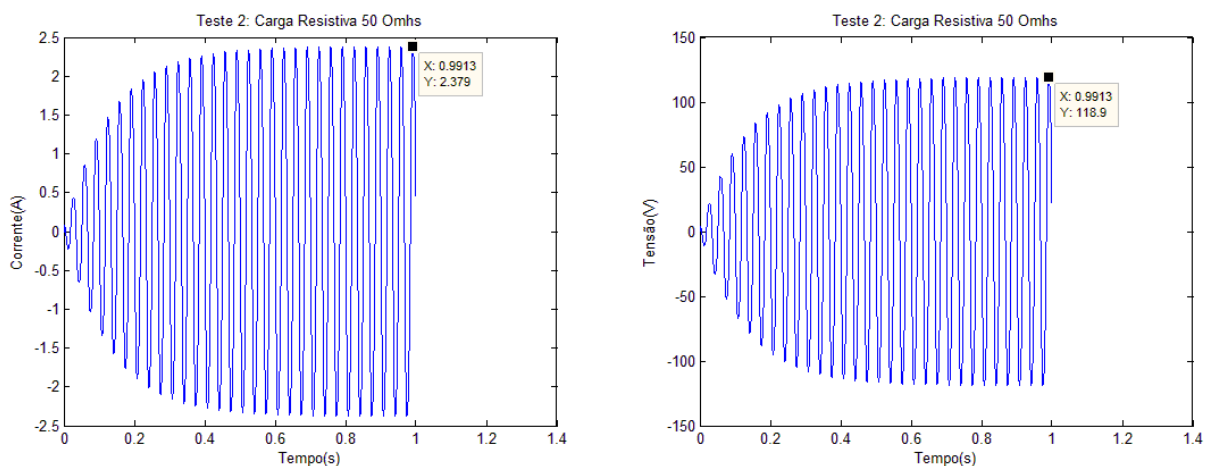


Figura 19-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de $50\ \Omega$ corrente e para tensão.

Para esse teste com uma carga de $50\ \Omega$ a corrente foi $2,379\text{ A}$ e a tensão $118,9\text{V}$.

No teste 3, com uma carga de $33,33\ \Omega$ (valor de três cargas de $100\ \Omega$ em paralelo) foram obtidos os gráficos da Figura 20 na simulação digital.

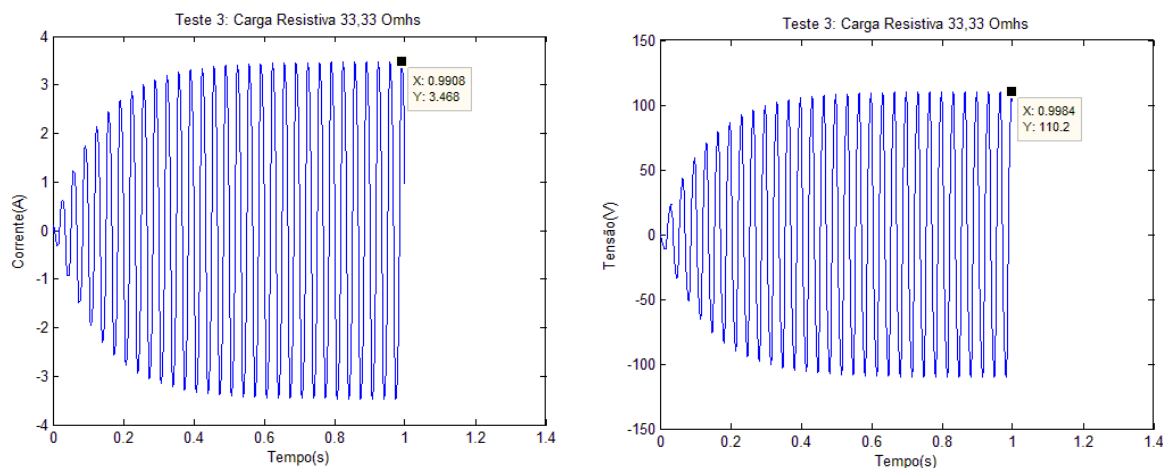


Figura 20- Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de $33,33\ \Omega$

Para o teste 3 a corrente foi de $3,468\text{A}$ e a tensão $110,2\text{V}$.

Com a finalidade de confrontação teórico experimental, foram comparados os resultados das três primeiras simulações com os obtidos em laboratório. Com a finalidade de

facilitar a comparação esses valores são exibidos na Tabela 4. Para saber o desvio de um em relação ao outro calcula-se o erro relativo.

Tabela 4-Comparação de valores simulados com experimentais

Carga (Ω)	Valor Experimental		Valor Simulado		Erro Relativo (%)	
	Corrente	Tensão	Corrente	Tensão	Corrente	Tensão
100	1,19 A	123 V	1,225 A	122,5 V	-2,94	0,41
50	2,35 A	118 V	2,379 A	118,9 V	-1,23	-0,76
33,33	3,33 A	109 V	3,468A	110,2 V	-4,14	1,10

Considerando a média do erro relativo, pode aceitar a modelagem da máquina, pois na média o erro ficou menor que 2%, com alguns desvios maiores no caso de -2,94 % e -4,14%. Levando em conta que não houve um ajuste fino dos parâmetros, seria possível chegar há um modelo melhor e com o erro praticamente inexistente. Deve ser levado em conta também que a resistência da lâmpada pode variar devido ao aquecimento, podendo ser diferente do valor usado na simulação.

Mais 3 testes simulados foram feitos somente pra obtenção de dados e sem a finalidade de comparação.

No quarto teste, foi simulado o gerador síncrono com uma carga de 200 Ω e obtidos as formas de onda de corrente e tensão da Figura 21.

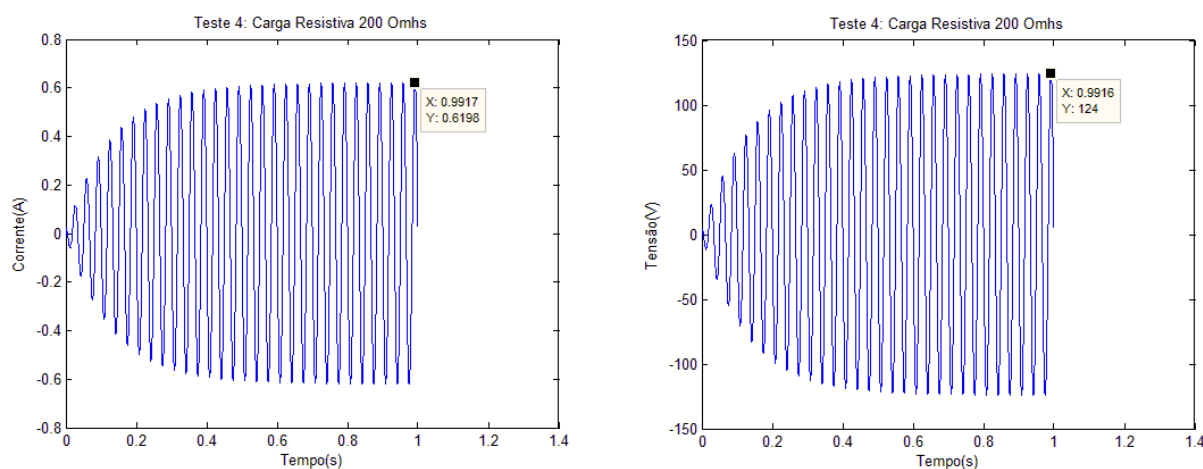


Figura 21-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 200 Ω

Foi obtida a corrente de 0,6196 A e a tensão de 124 V no teste 5.

Para o quinto teste foi simulado o gerador com uma carga de 300 Ω conectada. Na Figura 22 encontram-se os resultados obtidos para corrente e tensão.

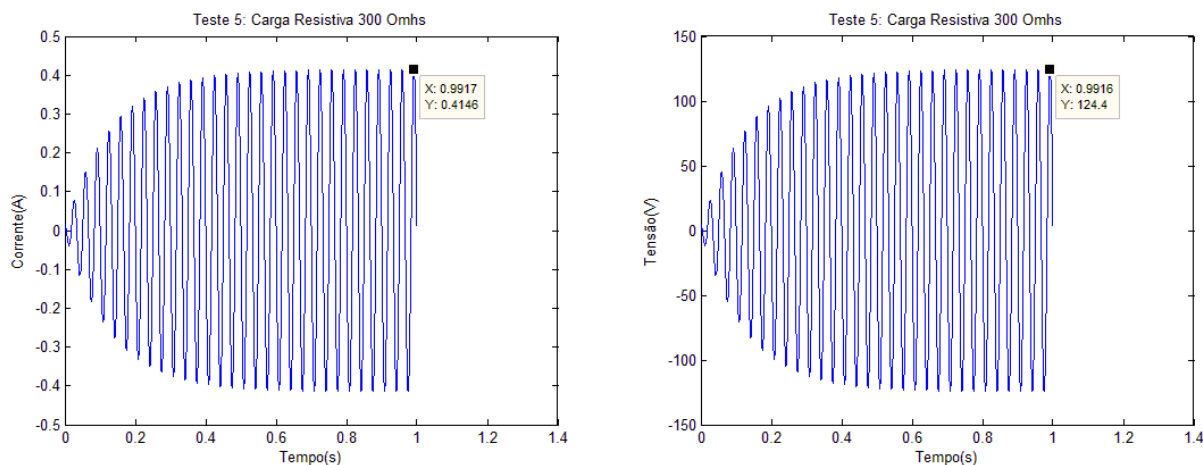


Figura 22-Corrente(à esquerda) e tensão (à direita) simulados para carga de 300 Ω

A corrente na carga de cada fase do estator foi 0,4146A enquanto a tensão foi de 124,4 V.

Em um último teste aumentou mais a carga para verificar o comportamento da corrente no terminal no caso de uma carga com um valor um pouco maior. Na Figura 23 encontra-se o gráfico da corrente para essa condição.

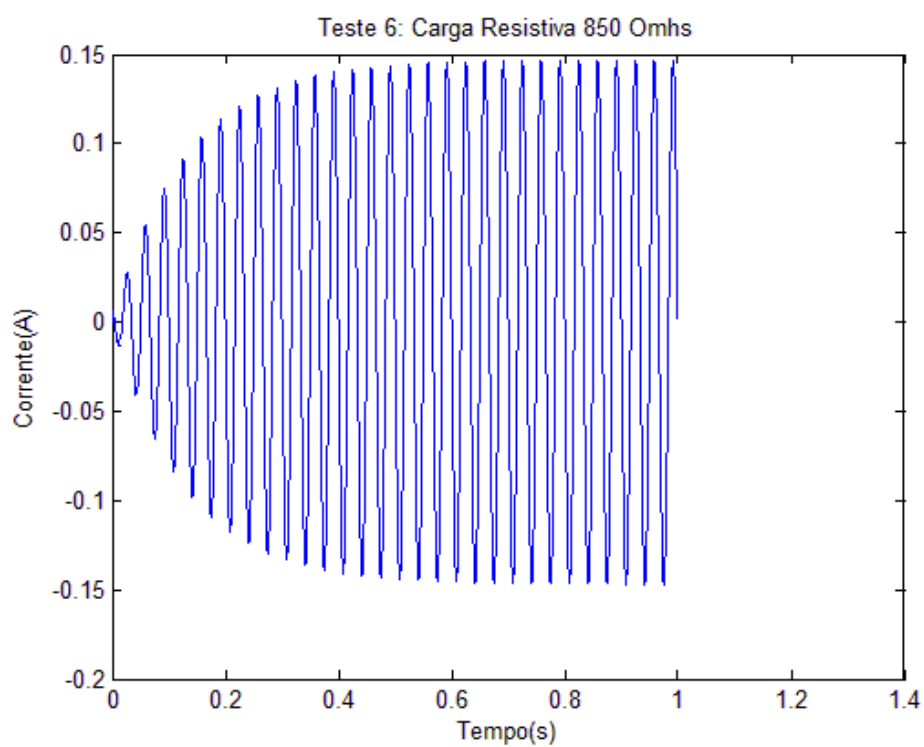


Figura 23- Corrente em um gerador operando com uma carga de 850 Ω

Nota-se que a corrente caiu mais com um valor de carga um pouco maior e chegou bem próxima à zero nesse passo da simulação, sendo seu valor 0,147A.

5 Conclusões

A partir do desenvolvimento da modelagem dinâmica do gerador, foi feita a sua simulação em computador, o que comprovou que com a sintonia dos parâmetros obtidos da máquina foi possível melhorar os resultados aproximando mais ao modelo real.

Os resultados do trabalho podem ser considerados aceitáveis. De acordo com as confrontações teórico-experimentais, a simulação digital se aproximou muito ao valor medido em laboratório. Poderia chegar há um modelo mais real se não fossem desconsideradas as perdas mecânicas e elétricas e a saturação magnética. Nesse trabalho não foi feita a modelagem juntamente com o estudo mecânico da máquina. Isso faria a modelagem se tornar mais próxima do real porém aumentaria exponencialmente a complexidade da mesma.

No futuro pode dar continuidade ao trabalho adicionando cargas com outros fatores de potência ao estudo e ainda considerar os efeitos de saturação, estudar a mesma modelagem para o gerador operando em paralelo com outros geradores e fazer um controle iterativo para delimitar as variáveis de saída com relação às variáveis de entrada.

Referências Bibliográficas

- [1] FITZGERALD, A ERNEST; KINGSLEY JUNIOR, CHARLES; UMANS, STHEPHEN D. Máquinas Elétricas: Com introdução à eletrônica de potência. 6. ed. São Paulo: Mcgraw-hill, 2006
- [2] BIM, EDSON. Maquinas Eletricas E Acionamento. 3. ed. Rio de Janeiro: CAMPUS, 2009.
- [3] SEN, P.C., Principles of Eletric Machines and Power Eletronics. 2. ed. Canadá: Willey, 1996.
- [4] Apostila de Introdução a Máquina Síncrona [on line]. Disponível: http://diana.ee.pucrs.br/~lpereira/Elerotecnica/Apostila_MS.pdf [capturado em 20 maio 2017].
- [5] CHAPMAN, STEPHEN J. Fundamentos de máquinas elétricas; tradução: Anatólio Laschuk. 5. ed. Porto Alegre : AMGH, 2013
- [6] KOSOW, IRWING. Máquinas Elétricas e Transformadores; tradução Felipe Luiz Ribeiro Daiello e Percy Antônio Pinto Soares [et al.]. 14. ed. São Paulo: Editora Globo, 1976
- [7] Apostila 2 de Conversão de Energia [on line]. Disponível: <http://www.cpdee.ufmg.br/~gbarbosa/Disciplina%20de%20M%E1quinas%20E1%E9tricas/Disciplina%20de%20M%C3%A1quinas%20E1%C3%A9tricas/apost02.pdf> [capturado em 17 abril 2017]
- [8] Apostila de Conversão Eletromecânica da Energia [on line]. Disponível: <http://www.dca.ufrn.br/~firmino/matmaq/Apostila-Maq1-2.doc> [capturado em 25 maio 2017].
- [9] ELGERD, OLLE INGEMAR. Introdução a Teoria de Sistemas de Energia Elétrica; tradução Ademaro Machado Bittencourt Cotrim [et al.]. – 1. ed. – São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1976.
- [10] AGUIRRE, LUIS ANTONIO. Introdução a Identificação de sistemas: técnicas não lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais. 2.ed. – Belo Horizonte: Editora UFMG, 2004.
- [11] KUO, BENJAMIM C. Automatic Control System– 7. ed. – Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995.
- [12] DORF, RICHARD C; BISHOP, ROBERT H. Sistemas de Controle Modernos; tradução Bernardo Severo da Silva Filho [et al.]. – 8. ed. – Rio de Janeiro: LTC Editora, 2001.
- [13] OGATA, KATSUHIKO. Engenharia de controle moderno; tradução Paulo Álvaro Maya; revisão técnica Fabrizio Leonardi [et al.]. – 4. ed. – São Paulo: Prentice Hall, 2003.