

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

ROGER NUNES TAVARES

**MODELAGEM DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA PARA A  
SIMULAÇÃO DE DESEQUILÍBRIOS DE TENSÕES**

VIÇOSA  
2014

ROGER NUNES TAVARES

**MODELAGEM DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA PARA A  
SIMULAÇÃO DE DESEQUILÍBRIOS DE TENSÕES**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. José Tarcísio Resende

VIÇOSA  
2014



*“Se o dinheiro for a sua esperança de independência, você jamais a terá. A única segurança verdadeira consiste numa reserva de sabedoria, de experiência e de competência. ”*

*(Henry Ford)*

*Dedico esse trabalho aos meus pais Dario e Luciana.*

## *Agradecimentos*

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado a oportunidade de concluir este trabalho. Aos meus pais, Dario e Luciana, e à minha irmã Rhany, que me apoiaram em todos os momentos. Aos meus familiares e à Segunda Igreja Batista de Guarapari por sempre orarem por mim. À Camilla Mello por ser a pessoa que mais me incentivou a estudar na UFV.

Aos meus amigos Matheus, Eduardo, João, Filipe, Rodrigo e Diego pelos trabalhos e projetos que fizemos juntos. Ao Allan, Alvaro e Edmar pela ajuda nas matérias de toda graduação.

Ao Rodolfo, André, Jaqueline Amorim e César Augusto que colaboraram na escrita deste trabalho e aos amigos Felipe Pires, Bernardo que participaram da parte teórica e experimental do mesmo.

Por fim, aos professores José Tarcísio e Mauro Prates com os quais tive a oportunidade de fazer trabalhos extracurriculares e sempre estiveram dispostos a me ensinar.

## *Resumo*

A maioria dos motores elétricos utilizados nos setores residenciais, comerciais e industriais são de indução, podendo estes ser monofásicos ou trifásicos. Desse modo, estes motores são responsáveis por uma boa parte do consumo de energia elétrica. Neste sentido, se faz necessário estudar o comportamento dos mesmos sob a ótica da qualidade de energia elétrica.

Esta monografia tem o propósito de estudar a operação de um motor de indução trifásico, quando a sua alimentação é feita por meio de tensões desequilibradas. Para a simulação dinâmica do motor é utilizada uma modelagem da máquina de indução trifásica, desenvolvida em variáveis “abc”, citadas nas referências bibliográficas por Resende (1999).

Para confrontações teórico-experimentais os resultados de simulação são comparados com os experimentais. Portanto, o que será feito na simulação é comparado com medições realizadas no laboratório, pretendendo-se validar a modelagem para o estudo do comportamento de motores de indução trifásicos quando alimentados por fontes desequilibradas de tensões.

## *Abstract*

Most of electric motors used in residential, commercial and industrial sectors are induction, both single-phase as three-phase. Thus, these motor are responsible for a great part of the electricity consumption. In this sense, it is necessary to study their behavior with respect to the electric energy quality.

This final paper aims to study the operation of a three phase induction motor, when the power supply is unbalanced. For the dynamic simulation of engine, a model of the machine, it is used a model of three-phase induction machine developed in "abc" variables, cited in the references by Resende (1999).

For theoretical and experimental confrontations, simulation results are compared with experimental. So the simulation will be compared with measurements made in laboratory, intending to validate the modeling to study the behavior of induction motors when fed by unbalanced voltage sources.

## *Sumário*

1	Introdução.....	12
1.1	O Motor de Indução Trifásico (MIT) .....	12
1.2	O desequilíbrio de tensão .....	14
1.3	As distorções harmônicas .....	16
2	Modelagem Matemática da Máquina de Indução Trifásica, Incluindo a Saturação Magnética .....	19
2.1	Introdução.....	19
2.2	Desenvolvimento do Modelo Matemático .....	19
2.3	Algoritmo para Solução Numérica .....	23
3	Metodologia .....	25
3.1	Levantamento dos Parâmetros do Circuito Equivalente da MIT .....	25
3.2	Determinação das Características de Magnetização.....	26
4	Resultados e Discussões.....	31
5	Conclusões.....	37
	Referências .....	38

## *Lista de Figuras*

Figura 1: Máquina de indução com rotor bobinado. ....	13
Figura 2: Rotor de gaiola de esquilo.....	13
Figura 3: Desequilíbrio em módulo e em ângulo. ....	15
Figura 4: Onda fundamental e suas harmônicas.....	17
Figura 5: Distribuição espacial da força magnetomotriz.....	20
Figura 6: Distribuição da Densidade de Fluxo Magnético com o Efeito da Saturação.....	21
Figura 6: Circuito equivalente da MIT na velocidade síncrona. ....	27
Figura 7: Componente fundamental da característica de magnetização da máquina de indução estudada.....	29
Figura 8: Componente harmônica de terceira ordem da característica de magnetização da máquina de indução estudada. ....	29
Figura 9: THD das tensões de linha da rede. ....	30
Figura 10: Sem carga Fator K = 0% - experimental.....	31
Figura 11: Sem carga Fator K = 0% - simulação. ....	31
Figura 12: Sem carga Fator K = 1% - experimental.....	31
Figura 13: Sem carga Fator K = 1% - simulação. ....	31
Figura 14: Sem carga Fator K = 5% - experimental.....	32
Figura 15: Sem carga Fator K = 5% - simulação. ....	32
Figura 16: Sem carga Fator K = 10% - experimental.....	32
Figura 17: Sem carga Fator K = 10% - simulação. ....	32
Figura 18: Sem carga Fator K = 15% - experimental.....	32
Figura 19: Sem carga Fator K = 15% - simulação. ....	32
Figura 20: Com carga Fator K = 0% - experimental.....	33
Figura 21: Com carga Fator K = 0% - simulação.....	33
Figura 22: Com carga Fator K = 1% - experimental. ....	33
Figura 23: Com carga Fator K = 1% - simulação.....	33
Figura 24: Com carga Fator K = 5% - experimental.....	33
Figura 25: Com carga Fator K = 5% - simulação.....	33
Figura 26: Com carga Fator K = 10% - experimental.....	34
Figura 27: Com carga Fator K = 10% - simulação.....	34
Figura 28: Com carga Fator K = 15% - experimental.....	34
Figura 29: Com carga Fator K = 15% - simulação.....	34

## *Lista de Tabelas*

Tabela 1: Valores de referência das distorções harmônicas totais. ....	18
Tabela 2: Níveis de referência para distorções individuais de tensão. ....	18
Tabela 3: Valores dos ensaios da máquina. ....	25
Tabela 4: Parâmetros da máquina de indução estudada. ....	25
Tabela 5: Características nominais da máquina. ....	26
Tabela 6: Nível de 3º harmônico do MIT funcionando com tensões desequilibradas sem carga. ....	35
Tabela 7: Nível de 3º harmônico do MIT funcionando com tensões desequilibradas e com carga no seu eixo. ....	35

# ***1 Introdução***

Os motores de indução trifásicos (MIT) são responsáveis por 62% do consumo de energia elétrica do setor industrial brasileiro e 29% do consumo total do país [1]. Devido ao considerável consumo de energia elétrica, estudos são publicados constantemente para conhecer melhor o funcionamento do MIT. Uma das áreas de pesquisa mais relevantes atualmente, gira em torno do problema da qualidade de energia, relacionada a qualquer problema ocorrido na tensão, corrente e/ou frequência. Como a qualidade de energia é um fator importante para o funcionamento de cargas, foram criadas a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e agências reguladoras estaduais para regular e supervisionar serviços e produtos de fornecimento de energia elétrica, preservando o sistema elétrico de potência além de oferecer um produto melhor [2]. De fato, a maior importância de estudar a qualidade de energia é em razão dos altos custos envolvidos que afetam fornecedores e consumidores [3].

O presente trabalho tem como objetivo estudar um problema específico que afeta o funcionamento dos MIT's, o desequilíbrio de tensão. O estudo será baseado em uma modelagem da máquina de indução trifásica feita por [4], fazendo a comparação teórica experimental, buscando assim validar o modelo desenvolvido. São utilizados índices para quantificar o desequilíbrio de tensão (*Fator K*) e a presença de harmônicos (*THD* e *THD<sub>i</sub>*).

## ***1.1 O Motor de Indução Trifásico (MIT)***

O motor de indução trifásico, especialmente o de rotor em gaiola de esquilo, é o mais simples e robusto de todos os tipos de motores. Desta forma tem substituído os motores de corrente contínua, além de se adaptarem muito bem ao ambiente industrial [5]. O nome “motor de indução” é devido ao fato de que as tensões alternadas de frequência variável são induzidas no rotor pelo campo magnético girante produzido no estator, girado por um sistema equilibrado de tensões trifásicas aplicadas no estator. Assim, o MIT é considerado um motor de excitação única [6].

O MIT apresenta dois tipos de rotores: rotor bobinado e rotor em gaiola de esquilo.

O rotor bobinado, mostrado na Figura 1, apresenta um enrolamento polifásico idêntico ao estator, com o mesmo número de polos, geralmente ligado em estrela. Os terminais dos enrolamentos são conectados a anéis coletores isolados um do outro e do eixo do rotor através de escovas. Estes terminais têm acesso externo ao rotor. Por apresentar um custo e manutenção mais alta, os motores de rotor bobinado são usados em aplicações especializadas como: necessidade de elevado torque de partida e controle de velocidade [5], [6].

Já o rotor de gaiola de esquilo, mostrado na Figura 2, apresenta barras condutoras encaixadas ao longo de diversas ranhuras em torno do cilindro do rotor e curto-circuitadas nas extremidades por anéis condutores, dando a impressão de uma gaiola de esquilo, daí o nome “gaiola de esquilo” [5] [6]. Este é o motor mais utilizado por ser de construção mais simples, mais robusto, menor custo e manutenção baixa.

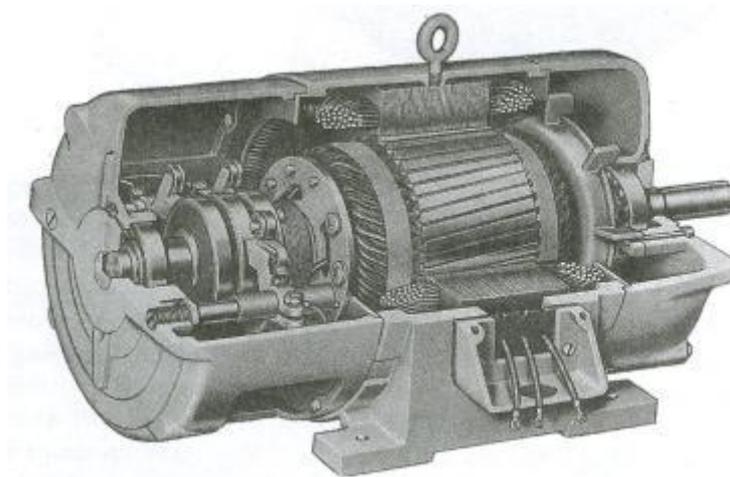


Figura 1: Máquina de indução com rotor bobinado.

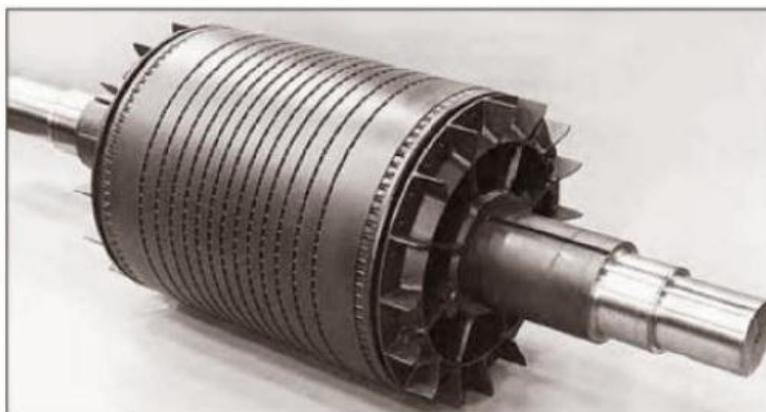


Figura 2: Rotor de gaiola de esquilo.

O movimento destes motores se deve ao campo magnético girante produzido no estator por um sistema equilibrado de tensões trifásicas. Quando os terminais do estator são

ligados à uma fonte de tensão trifásica senoidal e equilibrada, é estabelecido um campo girante uniforme no entreferro. O campo girante pode ser produzido por qualquer grupo polifásico de bobinas, desde que se aplique a cada uma delas correntes defasadas no tempo e cada grupo de bobina esteja defasada de  $120^\circ$ . Assim, à medida que o campo girante atravessa os condutores do rotor, uma força eletromotriz induzida (fem) é induzida nestes, fazendo com que haja a circulação de uma corrente elétrica no rotor em curto circuito para gaiola de esquilo ou nos terminais fechados do rotor bobinado. Essas correntes produzem outro campo girante, que ao interagir com o campo girante do estator, produz um torque eletromagnético fazendo o rotor girar [5], [6]. O campo girante apresenta uma velocidade de rotação dada por:

$$n_s = \frac{120 \cdot f_s}{p} \quad (1)$$

Nesta equação, as variáveis,  $p$ ,  $f_s$  e  $n_s$  são respectivamente, o número de polos magnéticos da máquina, frequência síncrona (frequência do campo girante) e velocidade síncrona dada em RPM.

Para o rotor girar é necessário que haja um escorregamento, ou seja, uma diferença entre a velocidade do rotor e do campo girante criado pelo estator. Essa velocidade é dada pela seguinte relação:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \quad (2)$$

Na equação acima,  $s$  é o escorregamento,  $n_s$  é a velocidade do campo girante e  $n_r$  é a velocidade do rotor.

Se a máquina tem a velocidade do rotor inferior à velocidade do campo girante, este funciona como motor, caso contrário, este funcionará como um gerador [5].

## 1.2 O desequilíbrio de tensão

O desequilíbrio de tensão é uma condição na qual as fases de um sistema trifásico apresentam valores diferentes em módulo e/ou defasagem angular diferente de  $120^\circ$  elétricos conforme é mostrado na Figura 3 [3], [7].

O desequilíbrio de tensão é causado por vários fatores, entre eles se destacam:

- Desequilíbrio de cargas entre fases;
- Sobrecarga em uma ou mais fases;

- Falhas desequilibradas ( $> 80\%$ )
- Impedância dos enrolamentos dos transformadores desiguais;
- Grandes cargas monofásicas reativas;
- Falhas em bancos de capacitores.

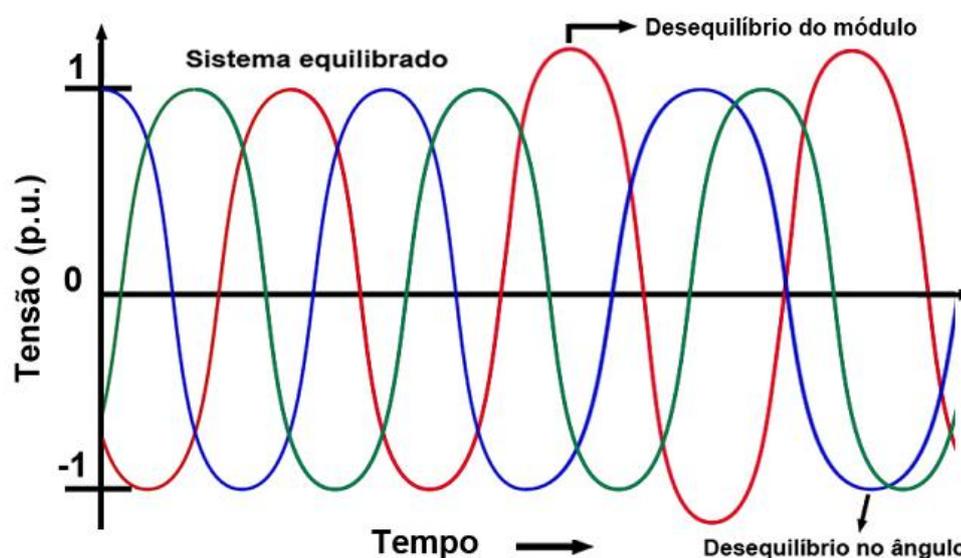


Figura 3: Desequilíbrio em módulo e em ângulo [7].

Já suas consequências às MIT's são [7]:

- Surgimento de correntes de sequência negativa;
- Elevação da Temperatura e falhas nos dispositivos de proteção, causando redução da vida útil do motor;
- Desperdício de energia;
- Perda no conjugado;
- Manifestação de harmônicos não característicos devido a disparos desiguais nas válvulas retificadoras controladoras de equipamentos e cargas.

Atualmente os métodos mais empregados para medir o grau de desequilíbrio (Fator K) são: Método Nema, Método IEEE, e o Método das Componentes Simétricas. Aquele define o fator K como sendo a razão entre o máximo desvio de tensão média e a tensão média, analisando o desvio das tensões de linha em relação ao valor médio destas, equação (3). Esse define a taxa de desequilíbrio como sendo a razão entre a diferença do maior e menor valor de tensão de fase e a média das três tensões, como mostra a equação (4). É importante observar

que o método IEEE leva em conta o máximo valor entre os módulos das tensões. Já o Método das Componentes Simétricas define o grau de desequilíbrio pela razão entre os módulos da tensão de sequência negativa e da tensão de sequência positiva. O Método das Componentes Simétricas não trabalha com a sequência zero, porque diferentemente da sequência negativa, essa só provoca assimetria das tensões de fase, permanecendo equilibradas as tensões de linha. O fator K deste método é dado pela equação (5) [2] [8].

$$K\% = \frac{\Delta V}{V_{ff}} \times 100 \quad (3)$$

$$K\% = 3 \frac{(V_{m\acute{a}x} - V_{m\acute{i}n})}{V_A + V_B + V_C} \times 100 \quad (4)$$

$$K\% = \frac{(V_-)}{V_+} \times 100 \quad (5)$$

Segundo [2], um desequilíbrio de 3,5% na tensão, pode aumentar em 20% as perdas do MIT, sendo que um desequilíbrio de apenas 5% pode queimar o motor rapidamente. Assim, o indicado para situações de desequilíbrio, é consultar o catálogo do fabricante do motor, para que se saiba o valor da potência de entrada aplicada de modo que sua vida útil não seja afetada, além de evitar a elevação de temperatura admissível da máquina. O mesmo também mostra que um desequilíbrio mínimo de 1% a 2%, diminui a vida útil da máquina além de aumentar o consumo de energia.

### 1.3 As distorções harmônicas

As harmônicas são tensões ou correntes senoidais com frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental (60 Hz no Brasil), a qual um sistema de energia elétrica opera. Estas existem devido à presença de cargas e dispositivos com características não lineares na rede. Como exemplo do que uma distorção harmônica pode causar na forma de uma onda, a Figura 4 representa a onda fundamental, a 3ª e 5ª harmônicas e a resultante delas. Observa-se que decompondo a fundamental e os harmônicos na série de Fourier, a soma vetorial resulta numa onda distorcida.

Segundo [4] e [9] a geração de harmônicos em motores é ocasionada pela saturação magnética deste. Assim, quando se projeta a corrente de magnetização sobre a curva de magnetização, uma onda de fluxo com o topo abaulado é produzida. Esta onda possui a componente fundamental e todos os harmônicos ímpares com grande predominância do terceiro harmônico.

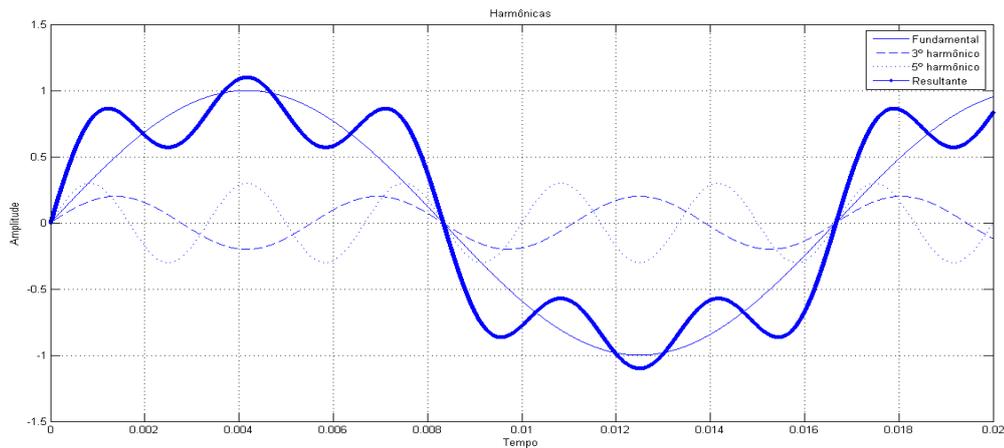


Figura 4: Onda fundamental e suas harmônicas.

Um dos métodos de medição de distorção harmônica é a THD (*Total Harmonic Distortion*) para a tensão e a THD<sub>I</sub> (*Total Harmonic Distortion current*) para a corrente. Estes, definidos pelo IEEE, consideram a magnitude de toda a distorção harmônica apresentada, como mostra a equação (6) e a equação (7), onde  $V_h$  e  $I_h$  são as amplitudes das componentes harmônicas individuais,  $h$  é a ordem das harmônicas e  $V_1$  e  $I_1$  são respectivamente os valores eficazes da tensão e da corrente fundamental.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2}}{V_1} \times 100\% \quad (6)$$

$$THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2}}{I_1} \times 100\% \quad (7)$$

Com o intuito de melhorar a qualidade de energia no Brasil, a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) estabeleceu normas aplicadas aos sistemas individuais de geração de energia elétrica. Entre elas está o índice de distorção harmônica para a distribuição de energia, conforme mostra a Tabela 1e a Tabela 2 [10].

Tabela 1: Valores de referência das distorções harmônicas totais.

<b>Tensão nominal do Barramento</b>	<b>Distorção Harmônica Total de Tensão (DTT) [%]</b>
$V_N \leq 1kV$	10
$1kV < V_N \leq 13,8kV$	8
$13,8kV < V_N \leq 69kV$	6
$69kV < V_N < 230kV$	3

Tabela 2: Níveis de referência para distorções individuais de tensão.

<b>Ordem Harmônica</b>	<b>Distorção Harmônica Individual de Tensão [%]</b>				
	$V_n \leq 1 \text{ kV}$	$1 \text{ kV} < V_n \leq 13,8 \text{ kV}$	$13,8 \text{ kV} < V_n \leq 69 \text{ kV}$	$69 \text{ kV} < V_n < 230 \text{ kV}$	
Ímpares não múltiplas de 3	5	7,5	6	4,5	2,5
	7	6,5	5	4	2
	11	4,5	3,5	3	1,5
	13	4	3	2,5	1,5
	17	2,5	2	1,5	1
	19	2	1,5	1,5	1
	23	2	1,5	1,5	1
	25	2	1,5	1,5	1
>25	1,5	1	1	0,5	
Ímpares múltiplas de 3	3	6,5	5	4	2
	9	2	1,5	1,5	1
	15	1	0,5	0,5	0,5
	21	1	0,5	0,5	0,5
	>21	1	0,5	0,5	0,5
Pares	2	2,5	2	1,5	1
	4	1,5	1	1	0,5
	6	1	0,5	0,5	0,5
	8	1	0,5	0,5	0,5
	10	1	0,5	0,5	0,5
	12	1	0,5	0,5	0,5
	>12	1	0,5	0,5	0,5

## ***2 Modelagem Matemática da Máquina de Indução***

### ***Trifásica, Incluindo a Saturação Magnética***

#### ***2.1 Introdução***

A modelagem utilizada neste trabalho para a simulação do motor de indução foi desenvolvida por [4].

A vantagem da utilização deste modelo é que há a inserção do efeito da saturação magnética, através do conceito de funções harmônicas magnéticas, as quais podem ser obtidas experimentalmente mediante testes realizados sobre a máquina de indução. Além disso, todo o equacionamento é desenvolvido no domínio do tempo em variáveis “abc”, permitindo o estudo do comportamento dinâmico do motor e ao mesmo tempo um bom entendimento físico do funcionamento da máquina.

A solução numérica é feita por métodos de integração das variáveis independentes baseados em variáveis de estado, tomando como base apenas as grandezas elétricas do lado do estator, não trabalhando com a parte mecânica da máquina.

#### ***2.2 Desenvolvimento do Modelo Matemático***

Para um enrolamento de qualquer fase genérica “*i*” do rotor ou do estator, a sua tensão é dada por:

$$V_i = R_i i_i + \frac{d\lambda_i}{dt} \quad (8)$$

Onde:

$i_i$ – corrente na fase “*i*”

$R_i$ – resistência na fase “*i*”

$\lambda_i$ – concatenamento total do fluxo na fase “*i*”

Considerando que não ocorre saturação na parcela de dispersão, o concatenamento é:

$$\lambda_i = \lambda m_i + L_i i_i \quad (9)$$

Sendo:

$\lambda_{m_i}$ – concatenamento de fluxo magnetizante na fase “i”

$L_i$ – indutância de dispersão da fase “i”

Admitindo-se conhecidos  $L_i$ ,  $R_i$  e  $V_i$ , é possível relacionar  $i_i$  com  $\lambda_i$  desde que se conheça  $\lambda_{m_i}$ .

Para obtenção da parcela magnetizante ( $\lambda_{m_i}$ ), é necessário o conhecimento das características magnéticas da máquina. É importante observar que estas características são proporcionadas pelas funções harmônicas magnéticas obtidas conforme descrito no capítulo 3 item 3.2.

Com a parcela magnetizante em mãos, obtém-se  $i_i$  através da equação (9). Achando-se  $i_i$  consegue-se  $V_i$  através da equação (8).

O fluxo magnetizante é obtido conhecendo-se apenas a componente fundamental da distribuição espacial da força magnetomotriz resultante produzida pelas correntes de todos os enrolamentos do rotor e do estator. Tomando-se como referência angular o eixo da fase “a” do estator e admitindo a sequência de fases “abc”, em um determinado instante, o valor máximo da resultante da força magnetomotriz se encontra em uma posição qualquer, definida por um ângulo  $\alpha$ , como é mostrado na Figura 5.

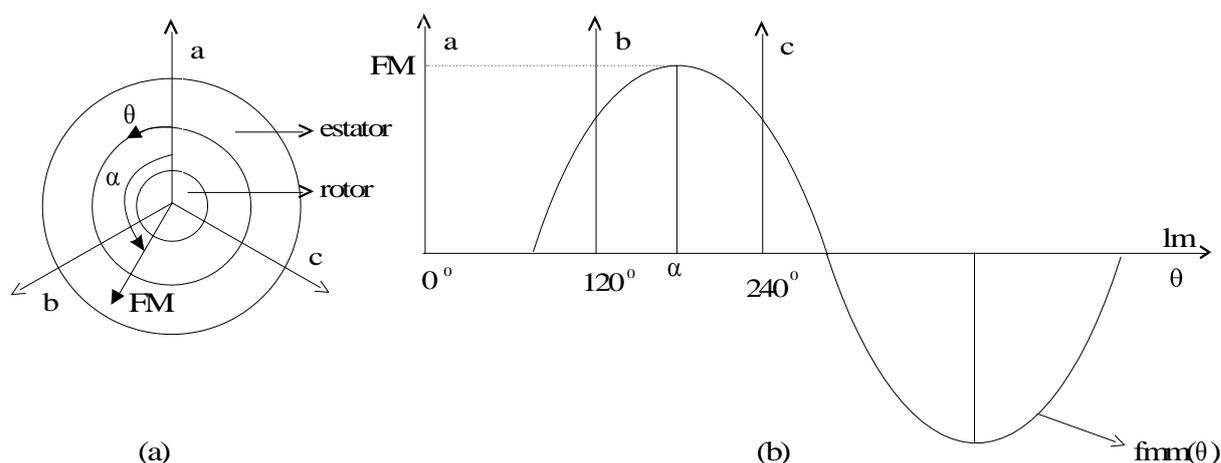


Figura 5: Distribuição espacial da força magnetomotriz [4].

Da Figura 5, a componente fundamental da distribuição espacial de força magnetomotriz total pode ser definida pela equação 10.

$$fmm(\theta) = FM \cos(\theta - \alpha) \quad (10)$$

Para um enrolamento de uma fase genérica “ $i$ ” a equação (10) pode ser substituída pela equação (11):

$$fmm(\theta) = \sum_{i=A,B,C,a,b,c} 2 K_i i_i \cos(\theta - \theta_i) \quad (11)$$

Onde:

$K_i$  – fatores dos enrolamentos do estator e do rotor.

A força magnetomotriz produz uma distribuição de densidade de fluxo magnético  $B(\theta)$ , a qual, devido à saturação magnética, apresenta um achatamento próximo aos seus valores máximos e mínimos, como mostrado na Figura 6.

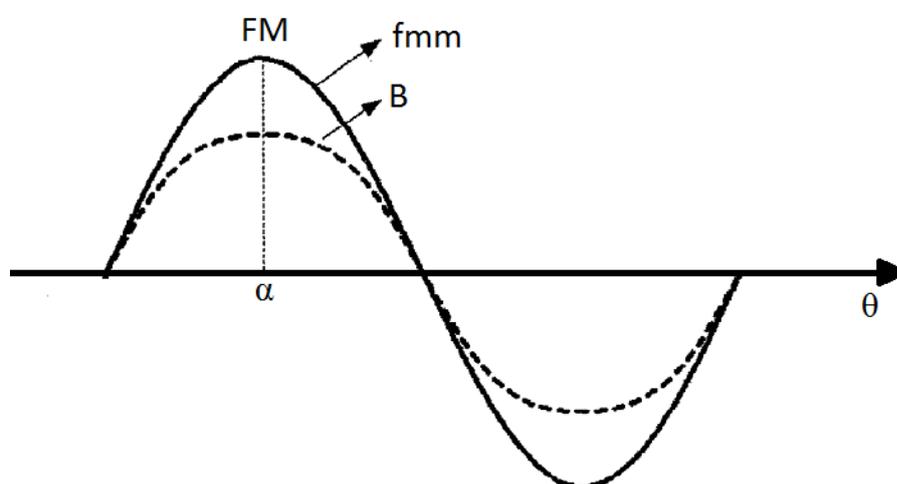


Figura 6: Distribuição da Densidade de Fluxo Magnético com o Efeito da Saturação [4].

Aspectos importantes acerca da modelagem podem ser percebidos na Figura 6. Primeiramente, a distribuição  $B(\theta)$  é simétrica em relação ao eixo de distribuição de força magnetomotriz. Portanto, quando decomposta na série de Fourier, apenas as harmônicas ímpares existirão, e  $B(\theta)$  pode ser escrita segundo a equação (12):

$$B(\theta) = \sum_{h \rightarrow \text{ímpar}} B_h \cos[h(\theta - \alpha)] \quad (12)$$

Na equação (12),  $h$  representa a ordem da componente harmônica e  $B_h$  a amplitude dessa componente.

Outra questão importante é que o achatamento na forma de onda da distribuição de densidade de fluxo é proporcionado, em sua maior parte, pela componente de terceiro harmônico. Isso permitiu uma simplificação na modelagem através da não inclusão dos efeitos das componentes harmônicas superiores à terceira. Tal simplificação facilitou o

desenvolvimento e a solução numérica e não introduziu erros consideráveis nos resultados experimentais obtidos em outros trabalhos.

Seguindo com o desenvolvimento, o fluxo magnetizante devido a  $B(\theta)$  pode ser computado através da equação (13).

$$\lambda m_i = \sum_h F_h(\overline{FM}) \cos[h(\alpha - \theta_i)] \quad (13)$$

Na equação (13),  $\overline{FM}$  é o valor máximo de cada componente harmônica do fluxo magnetizante de fase.  $F_h(\overline{FM})$  é definida como a função harmônica magnética obtida experimentalmente.

Considerando agora uma máquina de indução trifásica simétrica, e considerando na equação (10):

$$\overline{FM} = \frac{FM}{2K}$$

Onde:

$$K_i = K(i = a, b, c, A, B, C)$$

$\theta_a = 0^\circ$ ,  $\theta_b = -120^\circ$ ,  $\theta_c = 120^\circ$ ,  $\theta_A = \theta_R$ ,  $\theta_B = \theta_R - 120^\circ$ ,  $\theta_C = \theta_R + 120^\circ$ , sendo  $\theta_R$  a posição angular do rotor em relação ao eixo da fase “a” do estator.

O desenvolvimento das equações (9), (12) e (13), podem ser obtidas com detalhes em [4] nos levam às seguintes equações:

$$f_R(\lambda) = \sum_i \frac{\lambda_i}{L_i} \cos(\theta_i) \quad (14)$$

$$f_I(\lambda) = \sum_i \frac{\lambda_i}{L_i} \sin(\theta_i) \quad (15)$$

$$f^2(\lambda) = f_R^2(\lambda) + f_I^2(\lambda) \quad (16)$$

$$F_1(\overline{FM}) = \frac{1}{A} f(\lambda) - \frac{1}{A} \overline{FM} \quad (17)$$

$$tg(\alpha) = \frac{f_I(\lambda)}{f_R(\lambda)} \quad (18)$$

$$A = \frac{3}{2} \left( \frac{1}{L_S} + \frac{1}{L_R} \right) \quad (19)$$

As equações de 14 a 19, juntamente com as funções harmônicas magnéticas obtidas experimentalmente, completam o sistema de equações a ser resolvido numericamente.

Para a solução numérica, a equação (8) deve ser integrada durante um passo de integração. A seguir, com as equações de (14) a (16), obtém-se o valor de  $f(\lambda)$  e a equação (17) torna-se a equação de uma reta, cujo coeficiente linear é  $f(\lambda)/A$  e o coeficiente angular é  $-1/A$ . Através do cálculo do ponto de interseção desta reta com a curva de magnetização normal da máquina, a qual relaciona  $F_1(\overline{FM})$  com  $(\overline{FM})$  tem-se o valor instantâneo do fluxo magnetizante, e, por interpolação, utilizando a curva de magnetização de terceiro harmônico, obtém-se essa componente harmônica do fluxo. A modelagem desenvolvida contempla ainda as equações mecânicas da máquina de indução. Porém, neste trabalho, estas equações não são utilizadas devido à impossibilidade da medição experimental dos parâmetros mecânicos da máquina de indução do Laboratório de Máquinas Elétricas do Departamento de Engenharia Elétrica. Assim, é admitido o funcionamento do motor com velocidade constante, o que torna o conjugado mecânico resultante nulo e a única equação mecânica restante é a que dá a posição angular do rotor:

$$\theta_R = \omega_R t \quad (20)$$

Na equação (20),  $\omega_R$  é velocidade angular do rotor, que deve ser dada em radianos elétricos por unidade de tempo, e  $t$  é o instante da simulação.

### 2.3 Algoritmo para Solução Numérica

O algoritmo implementado seguiu a estratégia proposta por [4]. Assim, foi possível obter, a cada passo de integração, o fluxo magnetizante de fase. Com esse resultado em mãos e de posse das funções numéricas já disponíveis no programa usado, além das equações diferenciais desenvolvidas anteriormente, respeitando o formato matricial mostrado na equação 21, onde a matriz “A” contém os coeficientes que relacionam as variáveis de estado com suas respectivas derivadas e a matriz “B” contém os coeficientes independentes dessas variáveis.

É importante observar que a estratégia de escolher uma matriz para solução do problema é bastante vantajosa, visto que, há uma boa simplificação deste.

$$Y = A.X + B \quad (21)$$

Todas as grandezas relacionadas com a operação do motor como as reatâncias de dispersão, resistências do estator e do rotor, velocidade podem ser alteradas sem qualquer alteração no código fonte. Além disso, é possível selecionar o passo de integração.

### 3 Metodologia

#### 3.1 Levantamento dos Parâmetros do Circuito Equivalente da MIT

Os parâmetros do circuito equivalente foram obtidos através dos ensaios em vazio, rotor bloqueado e o método de medição da resistência do estator, aplicando uma tensão contínua na bobina de uma fase até circular a sua corrente nominal.

Os dados de todos os ensaios são apresentados na

Tabela 3.

Tabela 3: Valores dos ensaios da máquina.

Teste a Vazio			Teste Rotor Bloqueado			Ensaio CC	
Tensão	Corrente	Potência	Tensão	Corrente	Potência	Tensão	Corrente
220 V	3,78 A	160 W	69 V	9,05 A	580 W	13	9,06

A partir dos dados da

Tabela 3 obtiveram-se os parâmetros, por fase, do circuito equivalente, apresentados na Tabela 4. É importante frisar que estes parâmetros foram obtidos para os terminais do estator do motor ligados em triângulo.

Tabela 4: Parâmetros da máquina de indução estudada.

<b><math>R_s</math></b>	<b><math>R_r</math></b>	<b><math>L_s</math></b>	<b><math>L_r</math></b>	<b><math>R_m</math></b>
2,29 $\Omega$	5,52 $\Omega$	17,43 mH	17,43 mH	334,23 $\Omega$

Onde:

$R_s$  = resistência do estator

$R_r$  = resistência do rotor referida ao estator

$L_s$  = indutância de dispersão do estator

$L_r$  = indutância de dispersão do rotor, referido ao estator

$R_m$  = resistência de perdas no ferro

Além dos parâmetros apresentados na Tabela 4, a Tabela 5 apresenta as características nominais da máquina a ser estudada.

Tabela 5: Características nominais da máquina.

<b>Dados da Placa</b>	
<b>Rotor</b>	Bobinado
<b>Potência Nominal</b>	2,24 KW
<b>Velocidade Nominal</b>	1690 rpm
<b>Frequência</b>	60 Hz
<b>Tensão Δ/Y</b>	220/380V
<b>Corrente Δ/Y</b>	9,0/5,2A
<b>Fator de Potência</b>	0,8

### 3.2 Determinação das Características de Magnetização

As características magnéticas  $F_1(\overline{FM})$  e  $F_3(\overline{FM})$  são obtidas utilizando-se a modelagem desenvolvida por [4], com algumas modificações.

Para levantar a curva de magnetização do MIT colocou-se este, que estava ligada em triângulo, na velocidade síncrona, com o auxílio de um motor síncrono. Em seguida, variaram-se gradativamente as tensões dos terminais do estator coletando os valores instantâneos de tensão e corrente até uma tensão eficaz de 245 V, onde há um bom nível de saturação magnética. É importante observar que para cada nível de tensão foram medidos, através de um osciloscópio, os valores instantâneos da tensão e da corrente por fase. O circuito da Figura 7 pode ser adotado mesmo para o caso de saturação magnética, nos dando a corrente de magnetização, necessária para o levantamento da curva de magnetização. Uma vez que o motor teve seu eixo adicionado na velocidade síncrona o escorregamento é zero e a corrente do rotor referidas ao estator é zero, resultando neste circuito equivalente.

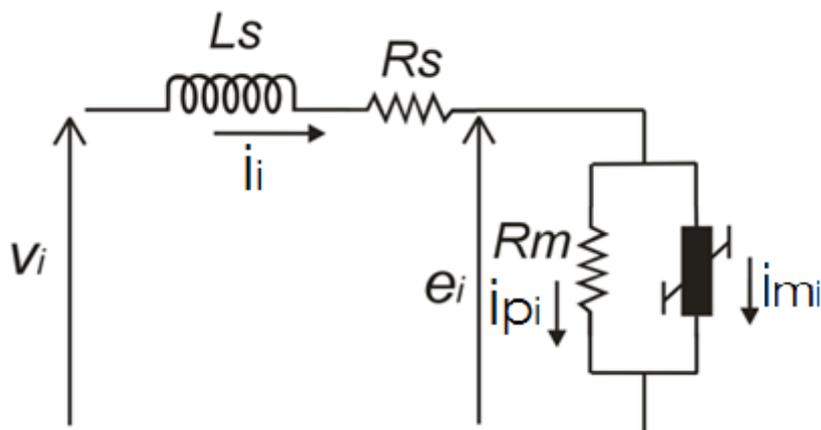


Figura 7: Circuito equivalente da MIT na velocidade síncrona [4].

Onde:

$e_i$  = força eletromotriz induzida na fase  $i$  em valores instantâneos.

$i_p$  = corrente de perdas no núcleo magnético em valores instantâneos.

$i_m$  = corrente de magnetização, em valores instantâneos.

$R_m$  = resistência referente às perdas no núcleo magnético.

Assim, do circuito da Figura 7 pode-se escrever a força eletromotriz como:

$$e_i = V_i + R_s i_i - L_s \frac{d i_i}{dt} \quad (22)$$

Com os valores de  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $V_i$  e  $i_i$  em mãos, consegue-se através da equação (22) a força eletromotriz. Assim, obtém-se a corrente de perdas no ferro através da potência perdida no núcleo magnético ( $P_{fei}$ ), sendo esta a diferença entre a potência média de entrada e a perda Joule na resistência do estator como mostra a equação (23).

$$P_{fei} = P_i - R_s (I_{efi})^2 \quad (23)$$

Onde:

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^T V_i I_i dt \quad (24)$$

$I_{efi}$  = corrente na fase “i” em valor eficaz

$T$  = período

Sendo:

$$I_{efi} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_i^2 dt} \quad (25)$$

Da figura 1, a corrente de perdas no ferro é:

$$I_{pi} = \frac{e_i}{R_m} \quad (26)$$

E da relação para a perda de potência ativa no núcleo tem-se:

$$R_m = \frac{E_i^2}{P_{fei}} \quad (27)$$

Onde:

$$E_i = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e_i^2 dt} \quad (28)$$

Com os resultados encontrados de  $e_i$ ,  $I_{efi}$ ,  $E_i$ , e  $P_i$  e através das equações (23), (26) e (27), consegue-se os valores instantâneos da corrente de perdas por fase.

$$I_{pi} = \frac{e_i(P_i - R_s(I_{efi})^2)}{E_i^2} \quad (29)$$

Assim, sabendo  $i_{pi}$  e  $i_i$  obtém-se  $i_{mi}$  através da equação (30):

$$I_{mi} = I_i - I_{pi} \quad (30)$$

Decompondo através da série de Fourier o valor máximo da componente fundamental de  $I_{mi}$ , presente em (30), obtém-se a componente fundamental de FM dada por:

$$FM = \frac{3}{2} I_m \quad (31)$$

$I_m$  = valor máximo da componente fundamental da corrente de magnetização.

Integrando-se (32) e utilizando (33), consegue-se o fluxo magnetizante  $\lambda_{mi}$ .

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = v_i - R_i I_{mi} \quad (32)$$

$$\lambda_{mi} = \lambda_i - I_{mi} L_s \quad (33)$$

Decompondo  $\lambda_{mi}$  na série de Fourier, obtém-se  $F_1(\overline{FM})$  e  $F_3(\overline{FM})$ , valores máximos das componentes harmônicas de primeira e terceira ordens, respectivamente.

Desse modo, a Figura 8 e a Figura 9 apresentam a curva de magnetização fundamental e de terceiro harmônico.

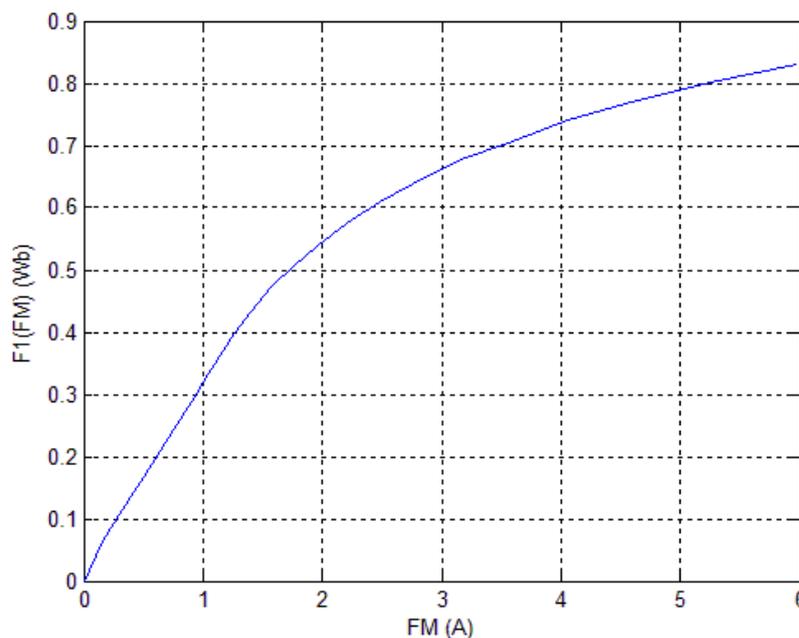


Figura 8: Componente fundamental da característica de magnetização da máquina de indução estudada.

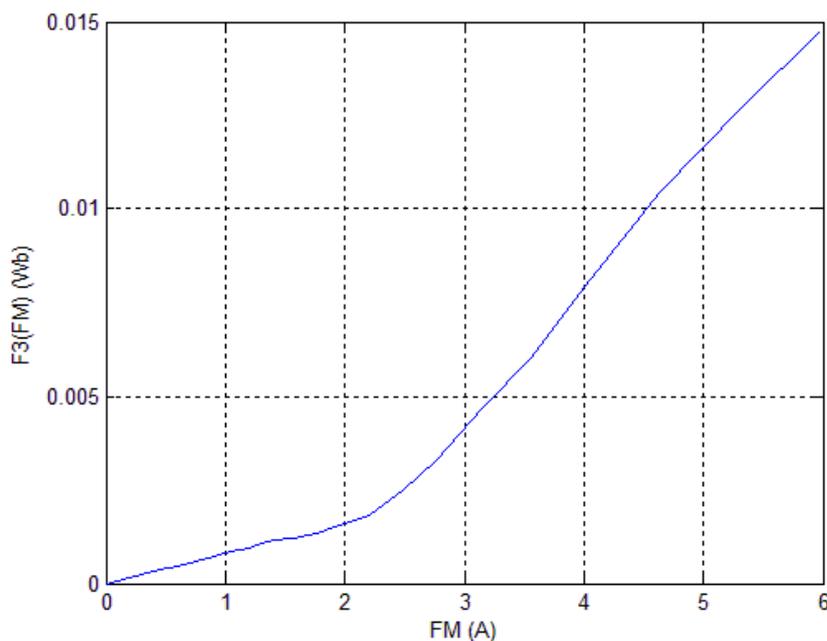


Figura 9: Componente harmônica de terceira ordem da característica de magnetização da máquina de indução estudada.

Vale ressaltar que a curva de magnetização foi levantada com a máquina ligada em triângulo. Outro fator importante é que as tensões para alimentar a máquina não foram perfeitamente senoidais, visto que, pegou as mesmas diretamente da rede elétrica, prática diferente do que é proposto na modelagem, já que, as harmônicas medidas podem ter influência da tensão de alimentação e não apenas da saturação magnética da máquina. No entanto, verificou-se como mostrado na Figura 10, que além de ter um nível de terceiro

harmônico baixo, a Taxa de Distorção Harmônica (THD) foi de 2,77%, concluindo-se que não há um nível de harmônicos alto o suficiente para prejudicar os resultados, visto que os níveis toleráveis pela ANEEL são maiores.

Feito as devidas observações sobre a tensão da rede e com o auxílio de um variador de tensão trifásico (variac), desequilibrou-se a tensão de alimentação do motor, a fim de obter fatores de defasagem (Fator K) de 0%, 1%, 5%, 10% e 15% para que assim fosse feita uma comparação teórico/experimental do comportamento da corrente de fase do motor funcionando em vazio e com carga no eixo. Para fazer a simulação com carga acoplou-se o eixo do MIT à máquina síncrona fazendo esta funcionar como gerador que alimentava lâmpadas incandescentes. Vale ressaltar que o valores de Fator K foram baseados no método do IEEE e que os dados de corrente, tensão, harmônicos, THD, frequência da rede e potência, foram medidos pelo Analisador de Qualidade de Potência e Energia Trifásico Fluke 435 Série II.

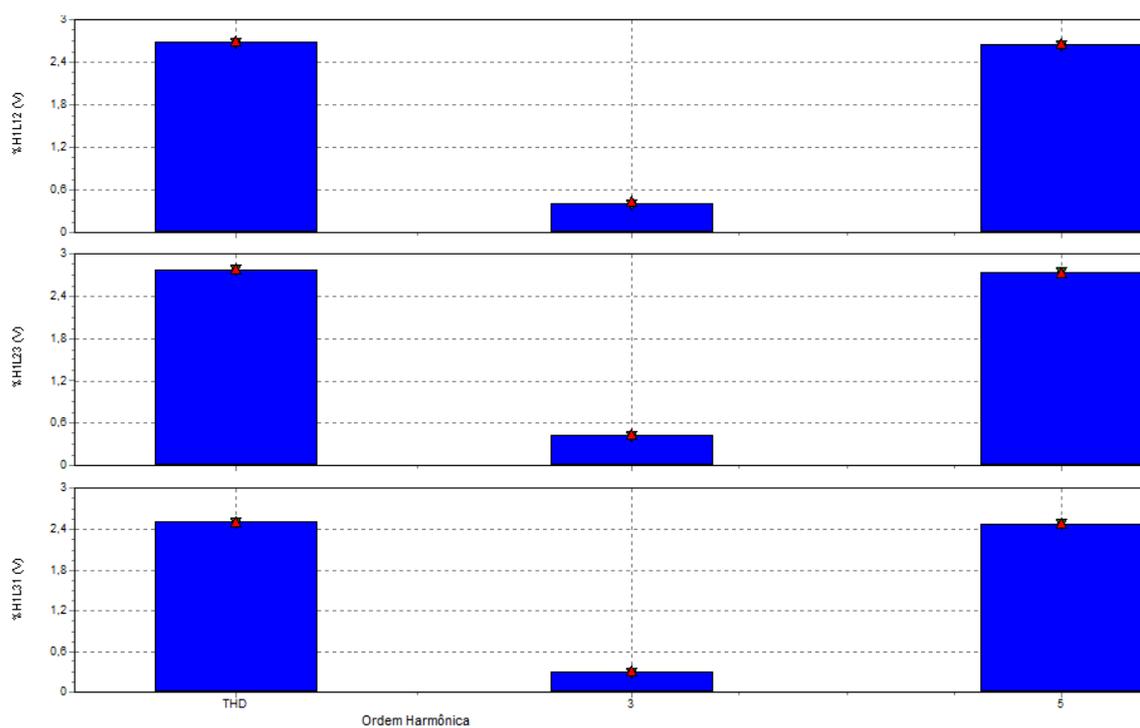


Figura 10: THD das tensões de linha da rede.

## 4 Resultados e Discussões

Variando-se as tensões de alimentação do motor e coletando os dados da corrente obtidos para cada nível de Fator K, analisou-se os resultados teóricos e experimentais do motor, para as situações sem carga e com carga no eixo.

É apresentada nas Figuras de 10 a 19 a comparação teórico/experimental da corrente de fase do motor ligado em triângulo, funcionando sem carga com uma de suas fases na tensão nominal especificada pelo fabricante do motor e com uma taxa de desequilíbrio de 0%, 1%, 5%, 10% e 15%. Já para as Figuras de 20 a 29 é apresentada as mesmas comparações mencionadas para o motor funcionando a vazio, com a diferença que agora o mesmo opera com carga.

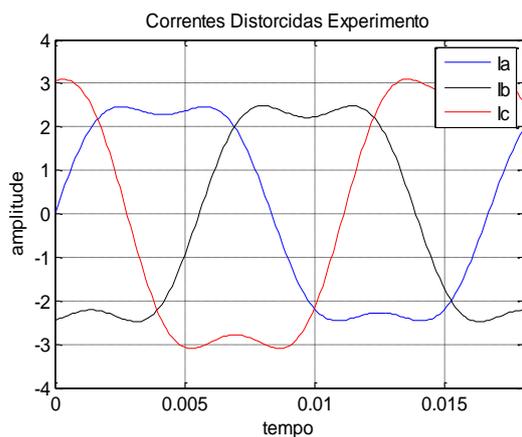


Figura 11: Sem carga Fator K = 0% - experimental.

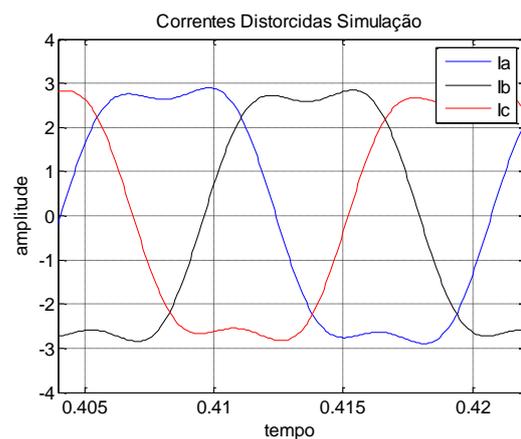


Figura 12: Sem carga Fator K = 0% - simulação.

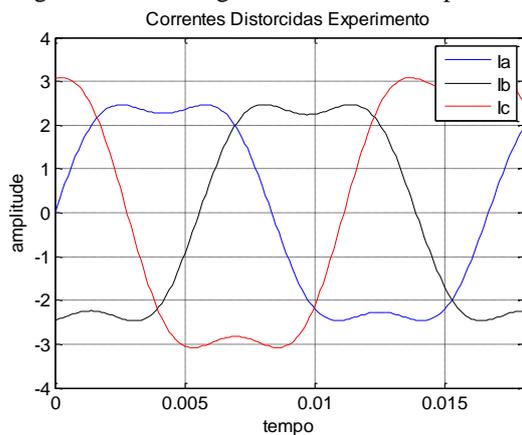


Figura 13: Sem carga Fator K = 1% - experimental.

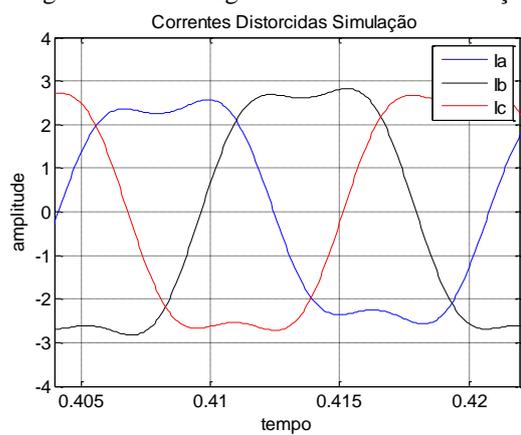


Figura 14: Sem carga Fator K = 1% - simulação.

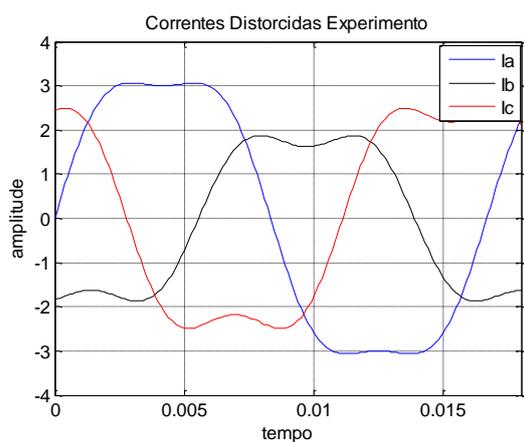


Figura 15: Sem carga Fator K = 5% - experimental.

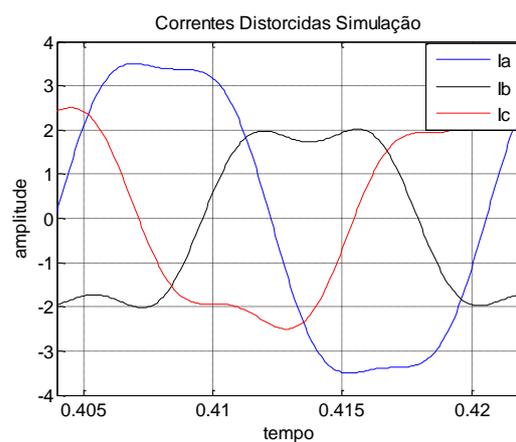


Figura 16: Sem carga Fator K = 5% - simulação.

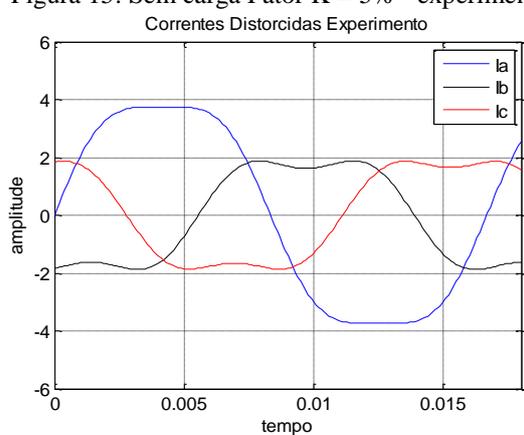


Figura 17: Sem carga Fator K = 10% - experimental.

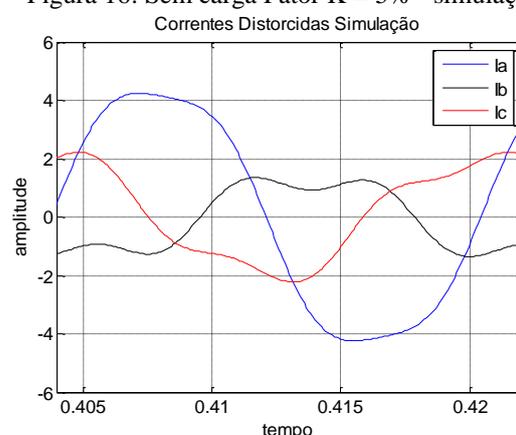


Figura 18: Sem carga Fator K = 10% - simulação.

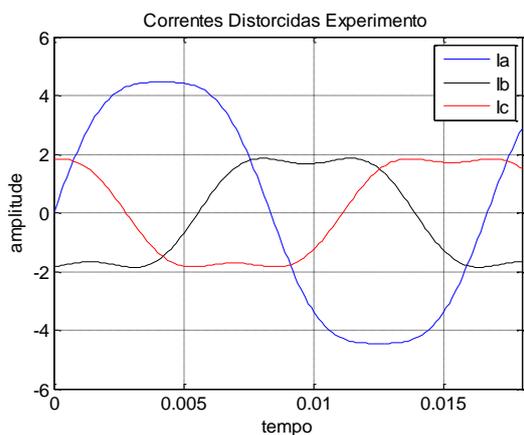


Figura 19: Sem carga Fator K = 15% - experimental.

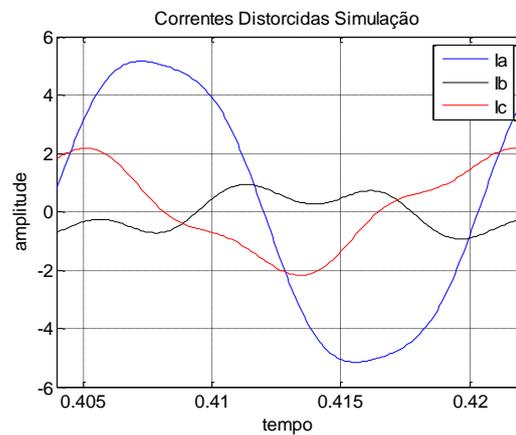


Figura 20: Sem carga Fator K = 15% - simulação.

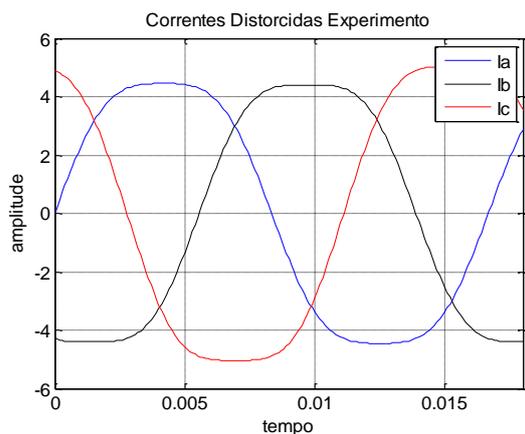


Figura 21: Com carga Fator K = 0% - experimental.

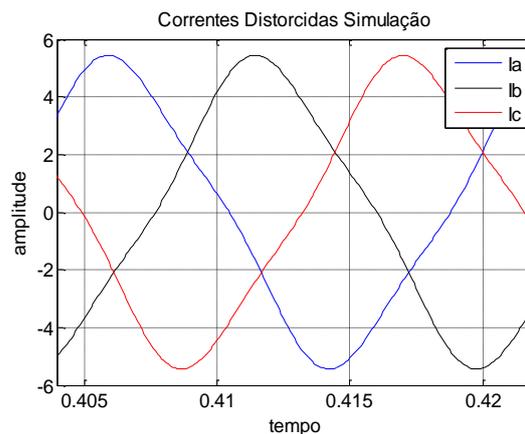


Figura 22: Com carga Fator K = 0% - simulação.

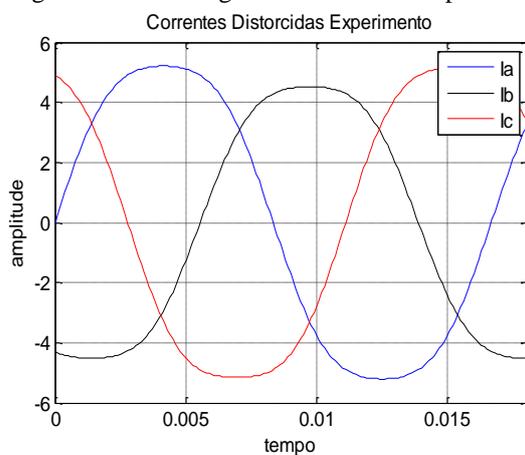


Figura 23: Com carga Fator K = 1% - experimental.

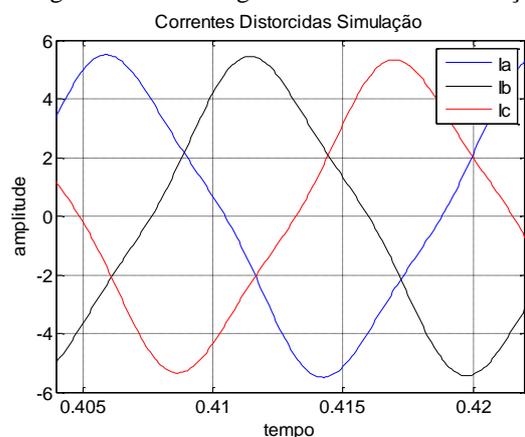


Figura 24: Com carga Fator K = 1% - simulação.

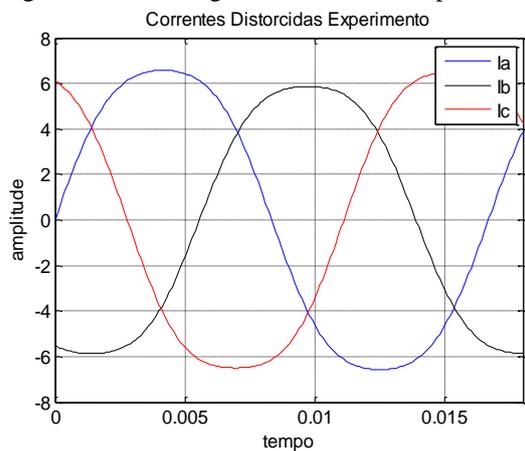


Figura 25: Com carga Fator K = 5% - experimental.

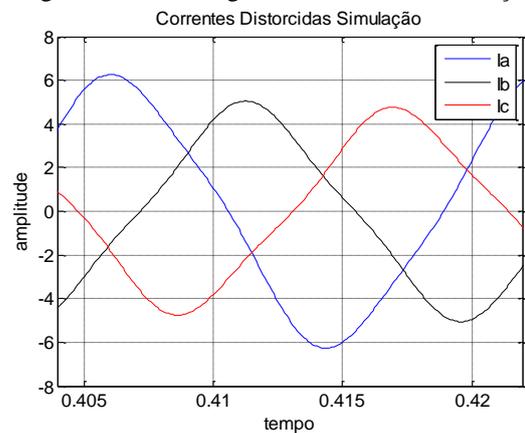


Figura 26: Com carga Fator K = 5% - simulação.

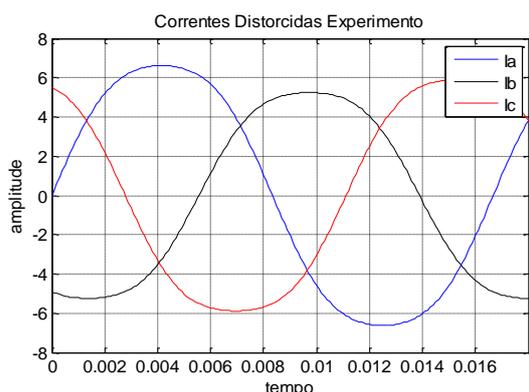


Figura 27: Com carga Fator K = 10% - experimental.

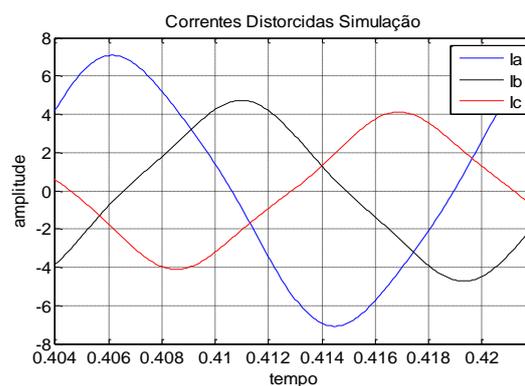


Figura 28: Com carga Fator K = 10% - simulação.

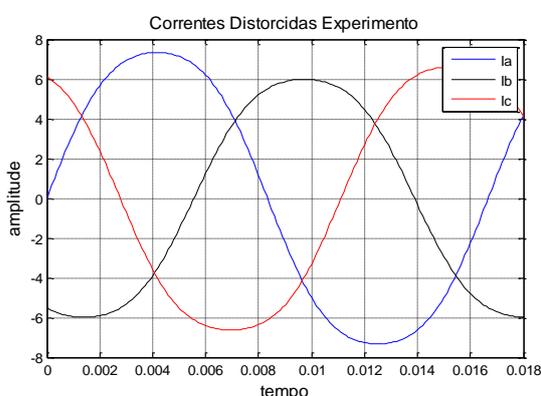


Figura 29: Com carga Fator K = 15% - experimental.

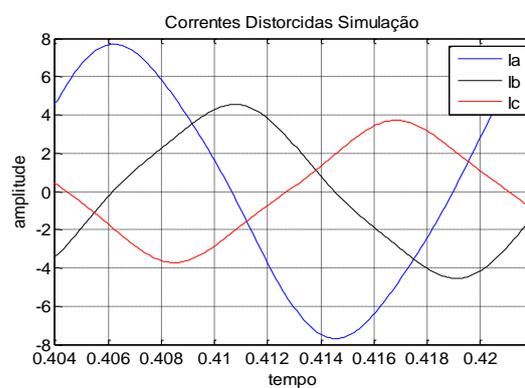


Figura 30: Com carga Fator K = 15% - simulação.

Para os dois casos, percebe-se uma distorção nas formas de onda, pois o motor está operando na região de saturação e como era de se esperar houve um achatamento nas mesmas por haver a presença das correntes de 3° harmônico.

Para o Fator K experimental de 0%, com o motor operando a vazio e com carga, vê-se que há um certo desequilíbrio das correntes de fase, isso acontece porque no momento da medição o Fator K encontrado foi de 0,27%, menor valor de Fator K que a rede da Cemig ofereceu, e não de 0%. Além disso, notou-se que o terceiro harmônico da corrente de fase para o motor a vazio era maior se comparado ao mesmo funcionando com carga, visto que, quando o motor opera a vazio a corrente supre somente o ramo magnetizante fazendo com que se chegue a níveis altos de saturação. Já para o motor funcionando com carga, esta corrente tem a função de suprir também a carga presente no eixo, ou seja, é produzida uma força magnetomotriz de reação que tende a se opor a força magnetomotriz do campo girante inicial reduzindo os níveis de distorção harmônica.

Comparando-se a simulação com a prática vê-se que o modelo criado por [4] seguiu bem o comportamento real obtido para o motor de indução trifásico operando a vazio. Já a simulação do motor funcionando com carga não obteve a mesma fidelidade se comparado aos resultados do motor operando sem carga.

A fim de se fazer uma melhor análise dos resultados teórico/experimentais do motor a vazio e com carga, a Tabela 6 e a

Tabela 7 apresentam os níveis de 3° harmônico encontrados na simulação e no experimento.

Tabela 6: Nível de 3° harmônico do MIT funcionando com tensões desequilibradas sem carga.

Nível de 3° harmônico motor em vazio em %										
K	0%		1%		5%		10%		15%	
	Simul.	Prática								
Ia	18,78	19,64	20,08	20,93	13,17	15,07	9,28	12,48	7,13	10,13
Ib	19,11	21,24	17,72	20,92	23,89	23,44	21,28	22,31	24,8	19,82
Ic	19,33	21,81	18,24	21,65	20,5	24,21	26,23	24,26	21,7	21,75

Tabela 7: Nível de 3° harmônico do MIT funcionando com tensões desequilibradas e com carga no seu eixo.

Nível de 3° harmônico motor com carga em %										
K	0%		1%		5%		10%		15%	
	Simul.	Prática								
Ia	9,64	10,03	8,15	8,25	6,02	6,5	4,2	4,7	3,88	5,8
Ib	10,2	11,24	8,56	9,18	7,68	7,83	6,51	6,57	7,32	6,3
Ic	10,1	11,32	8,63	8,78	8,01	8,07	7,25	7,31	8,87	5,95

Percebe-se que os níveis de 3º harmônico apresentados na simulação são na maioria das vezes parecidos com os práticos, comprovando que o modelo é válido para o motor operando com e sem carga.

É importante frisar que os resultados obtidos na simulação e na prática só levam em conta a componente fundamental e de terceiro harmônico. Os outros harmônicos puderam ser desconsiderados porque apresentaram juntos uma taxa de distorção harmônica máxima de 1,3% e 0,5% para o motor funcionando sem carga e com carga respectivamente, valor muito pequeno se comparado aos níveis de terceiro harmônico nas condições mencionadas anteriormente.

## 5 *Conclusões*

Percebeu-se distorções na forma de onda das correntes de fase para o motor ligado em triângulo e operando na região de saturação magnética. Além disso, percebeu-se que os níveis de terceiro harmônico da corrente de fase para o motor funcionando a vazio são maiores porque a corrente de fase nesta situação tem a função de suprir o ramo magnetizante fazendo com que se chegue a níveis altos de saturação. Já para o motor funcionando com carga esta corrente tem a função de suprir o ramo magnetizante e a carga presente no eixo, ou seja, é produzida uma força magnetomotriz de reação que tende a se opor a força magnetomotriz do campo girante inicial reduzindo os níveis de distorção harmônica.

Analisando a modelagem proposta neste trabalho, vale ressaltar que a mesma inclui apenas a componente fundamental e de terceiro harmônico. Isso é feito porque as harmônicas superiores a esta e essa contribuem minimamente para as formas de onda da corrente de fase se comparadas às mesmas. Além disso, é importante observar que a inclusão das componentes superiores à de terceiro harmônico tornaria o modelo mais complexo.

Por fim, conclui-se que a modelagem estudada é válida para o motor operando em desequilíbrio, com carga e sem carga, visto que foram apresentados resultados em níveis aceitáveis tanto na forma de onda da corrente, quanto para os níveis de  $THD_i$ , fazendo com que esta modelagem seja útil para se analisar o comportamento de um motor de indução trifásico operando em desequilíbrio de fase. Para dar continuidade a este trabalho é proposto estudar o comportamento do torque e velocidade para as mesmas situações estudadas neste, além de tentar validar o modelo para faltas de fases.

## Referências

- [1] Rafael Balbino Cardoso; Luiz Augusto Horta Nogueira; Edson da Costa Bortoni; Jamil Haddad; Edson Palhares de Souza, “Avaliação da economia de energia, atribuída a ações de etiquetagem energética em motores de indução no Brasil,” *Revista Brasileira de Energia*, vol. XV, nº 1, pp. 29-47, 2009.
- [2] P. H. O. Rezende, *Efeitos do Desequilíbrio de Tensões de Suprimentos nos motores de Indução Trifásico*.
- [3] D. A. P. Teixeira, “Ferramenta computacional para análise de grandezas do motor de indução trifásico submetido a desequilíbrio de tensão,” Brasília, 2010.
- [4] Resende, *Modelagem da Máquina de Indução Trifásica Incluindo a Saturação Magnética - Análise Dinâmica do Gerador de Indução Auto-Excitado*, 1999.
- [5] A. E. Fitzgerald, *Máquinas Elétricas*, artmed.
- [6] I. L. Kosow, *Máquinas Elétricas e Transformadores*, Rio de Janeiro: Globo, 1982.
- [7] D. L. d. R. Hollanda, “Análise comportamental do motor de indução trifásico submetido a desequilíbrios de tensão sob o ponto de vista de conjugado e rendimento,” Brasília, 2012.
- [8] G. Paulilo, “Desequilíbrios de tensão,” *Qualidade de energia*, pp. 42-48.
- [9] P. C. Sen, *Principles of electric machines and power electronics*, 2ª ed., John Wiley & Sons.
- [10] “ANEEL,” ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica, [Online]. Available: [http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/Modulo8\\_Revisao\\_0.pdf](http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/Modulo8_Revisao_0.pdf). [Acesso em 23 Junho 2014].
- [11] M. C. Ferreira e M. V. F. d. Amaral, “Minimização do terceiro harmônico através da ligação em delta em transformadores trifásicos ao atingir a saturação ferromagnética,” UniBH, Belo Horizonte, 2012.
- [12] Eletrobrás, *Disseminação de informações em eficiência energética*, Rio de Janeiro: Procel, 2004.
- [13] K. C. Machado, *Impacto de tensões desequilibradas em motores de indução trifásicos*, Vitória, 2008.
- [14] J. A. R. Gonçalves, *Estudo do comportamento do motor de indução trifásico sujeito a perturbações na qualidade da energia*, 2006.
- [15] C. T. d. A. Neto, *Análise de um motor de indução trifásico submetido a tensões de alimentação distorcidas*, Viçosa, 2012.
- [16] H. N. Nippashi, *Modelagem da máquina de indução trifásica incluindo a saturação magnética - Análise da variação da tensão de alimentação*, Viçosa, 2010.
- [17] D. G. Pinheiro, *Modelagem matemática do gerador de indução trifásico, incluindo a saturação magnética e o controle de tensão gerada*, Viçosa, 2007.
- [18] G. G. d. Silva, *Comparação entre o modelo linear e modelo com saturação magnética de motores de indução trifásicos na análise da qualidade da energia elétrica*, Viçosa, 2010.