

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

RODOLFO RIBEIRO OLIVEIRA NETO

**APLICAÇÃO DE CONTROLADOR ROBUSTO
HÍBRIDO UTILIZANDO O MÉTODO DE GLOVER
MCFARLANE APLICADO AO CONTROLE DE UM
MODELO DE AVIÃO CIVIL**

**VIÇOSA
2015**

RODOLFO RIBEIRO OLIVEIRA NETO

**APLICAÇÃO DE CONTROLADOR ROBUSTO
HÍBRIDO UTILIZANDO O MÉTODO DE GLOVER
MCFARLANE APLICADO AO CONTROLE DE UM
MODELO DE AVIÃO CIVI**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Tarcísio de Assunção Pizzolo

VIÇOSA
2015

RODOLFO RIBEIRO OLIVEIRA NETO

**APLICAÇÃO DE CONTROLADOR ROBUSTO HÍBRIDO
UTILIZANDO O MÉTODO DE GLOVER MCFARLANE
APLICADO AO CONTROLE DE UM MODELO DE AVIÃO CIVIL**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 10 de Julho de 2015.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Tarcisio de Assunção Pizziolo - Orientador
Universidade Federal de Viçosa

Engenheiro Eletricista Daniel Khede Dourado Villa
Universidade Federal de Viçosa

Engenheiro Eletricista Michael de Oliveira Resende
Universidade Federal de Viçosa

Dedico este trabalho a minha mãe Cristina e toda minha família

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UFV pelo conhecimento transmitido, pois sem eles não poderia ter realizado este trabalho.

À todos os colegas que colaboraram para a realização deste direta ou indiretamente.

Um agradecimento especial aos professores da ENSEM por disponibilizarem os arquivos necessários para a realização deste trabalho.

Os professores abrem a porta, mas você deve entrar por você mesmo.

Provérbio Chinês

Resumo

O Controle de sistemas não lineares vem sendo um desafio constante desde a década de 1980. O aumento da tecnologia vem sendo um fator positivo para o desenvolvimento de novas técnicas de controle, visto o aumento do poder computacional auxilia na rápida resolução de problemas complexos em menos tempo. O fato de se trabalhar com sistemas não lineares leva os desenvolvedores a trabalharem, também, com incertezas do modelo. Assim, técnicas que mostram um controle invariável, independente de incertezas no modelo, como o H_∞ , apresentado neste trabalho, surgiram e continuam a ser desenvolvidas e melhoradas. Neste trabalho, encontra-se um abordagem sobre o H_∞ e sua aplicação em um sistema fortemente não-linear a fim de realizar a pilotagem e a aterrissagem de um avião civil. É feita a divisão dos movimentos lateral e longitudinal para se dividir o problema em questão, onde são tratadas as variáveis mais importantes para o voo em uma aproximação linear do modelo original. A aplicação do controlador robusto ao sistema não-linear é feita em seguida, onde é apresentado um desafio de trajetória contendo diversos eventos indesejáveis que podem ocorrer durante o voo. Finalmente, é constatado que a aplicação do método H_∞ alcança limites de segurança aceitáveis pela norma padrão, mostrando ser uma alternativa viável para o controle de sistemas não-lineares que apresentam incertezas no mesmo.

Abstract

The non linear control theory has been a constant challenge since 1980. The technological improvements is a positive factor to the development of new control techniques, considering that the computational power aids in faster resolution of complex problems in less time. Working with non linear systems leads to dealing with uncertainties in the model. Therefore, techniques that show invariability, even when the model is subjected to uncertainties, like the H_∞ technique, discussed in this paper, have risen and are still being developed and optimized. In this document, the *H_{infinity}* theory is presented and discussed as well as applied to a strongly non linear system in order to execute the piloting and the landing of a civil aircraft. The system's variables were divided in two groups which described the longitudinal and the lateral movements separately, followed by the treatment of the most important variables to the flight in a linear approximation of the real model. The robust control is then implemented within the non linear system, at the point when a trajectory challenge is presented, containing a set of undesirable events that can occur during the flight. Finally, it is verified that the H_∞ method leads to acceptable security levels as described by standard rules, showing that it is indeed a more viable alternative to non linear system's control than the usual PID control.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	13
1.1	Objetivo	15
1.2	Estrutura do Trabalho	15
2	Revisão Literária	16
2.1	O Controle Multivariável	16
2.1.1	Conceitos Básicos	16
2.1.2	Ganhos Principais de uma Matriz	18
2.1.3	As Normas $\ G\ _2$ e $\ G\ _\infty$	18
2.1.4	Fatoração Coprima Normalizada	19
2.1.5	Modelagem da Malha de Controle	20
2.2	O Modelo RCAM	21
2.2.1	Introdução	21
2.2.2	Diagrama de Blocos do Sistema	21
2.2.2.1	Bloco - Avião	22
2.2.2.2	Sistema de Coordenadas	23
2.2.2.3	Nomenclatura de Entradas, Estados e Saídas	25
2.2.2.4	Equações de Movimento	27
2.2.2.5	Transformações Lineares	29

2.2.2.6	Velocidade Aerodinâmica	29
2.2.2.7	Forças Aerodinâmicas	30
2.2.2.8	Motores	32
2.2.2.9	Atmosfera	32
2.2.2.10	Modelo Gravitacional	32
2.2.2.11	Bloco - Motores e atuadores	33
2.2.2.12	Bloco - Vento	33
3	Materias e Métodos	34
3.1	Linearização da Planta	34
3.2	Divisão do Problema	34
3.2.1	Controle Longitudinal	35
3.2.1.1	Laço Interno	35
3.2.1.2	Laço Externo	38
3.2.2	Controle Lateral	39
3.2.2.1	Laço Interno	40
3.2.2.2	Laço Externo	42
4	Resultados	43
4.1	Segmento 1	44
4.2	Segmento 2	45
4.3	Segmento 3	46
4.4	Segmento 4	46
4.5	Análise de Variáveis	47
4.6	Vista 3D	49
5	Conclusão	51

Lista de Figuras

1	Esquema de um sistema controlado	17
2	Esquema de um sistema controlado	20
3	Diagrama de Blocos do Modelo RCAM	22
4	Diagrama do Bloco Avião	23
5	Ângulos de Euler e Coordenadas do Veículo	24
6	Coordenadas Aerodinâmicas	25
7	Coordenadas Aerodinâmicas	26
8	Forças Aerodinâmicas	31
9	Resposta em Frequencia de q e \dot{z} para a entrada δ_E	35
10	Valores singulares do sistema em malha aberta para a taxa de arfagem	36
11	Malha de Controle do Laço Interno	37
12	Resposta ao Degrau em q	38
13	Resposta ao Degrau em V_a	38
14	Malha de Controle do Laço Externo	39
15	Resposta ao Degrau na Altitude	40
16	Malha de Controle do Laço Interno	40
17	Resposta ao Degrau no Ângulos de Deslizamento	41
18	Resposta ao Degrau no Ângulos de Rolagem	41
19	Malha de Controle do Laço Externo	42
20	Resposta ao Degrau no Erro de Trajetória Lateral Δy	42
21	Trajeto do Avião	43
22	Trecho 0 - 1	44

23	Trecho 1 - 2	45
24	Trecho 1 -2	45
25	Trecho 2 - 3	46
26	Trecho 2 - 3	47
27	Ângulo de Deslizamento	48
28	Ângulo de Rolamento	48
29	Taxa de Arfagem	49
30	Velocidade do Avião	49
31	Vista em 3D do Trajeto do Avião	50

Lista de Tabelas

1	Definições das Entradas	25
2	Definições das Saídas	26
3	Definições dos Estados	27

1 *Introdução*

O aumento crescente de sistemas mais complexos e de processos que requerem um controle que se ajuste a mudanças bruscas do mesmo, tem proporcionado o desenvolvimento de métodos tanto de análise como de projeto de sistemas de controle mais sofisticados. Muitos desses métodos nasceram nos centros de pesquisas e universidade.(CUBILLOS, 2008) No ramo da aeronáutica, estudiosos se deparam, muitas vezes, com sistemas não-lineares ou incertezas no modelo que por eles é proposto. A teoria de controle robusto visa a implementação de controladores que têm como propriedade manter uma boa performance de controle independente de mudanças que possam ocorrer num dado sistema.

O Controle H_∞ , introduzido por Zames (1981), enquadrasse no grupo de controladores robustos e combina ambas as respostas do domínio do tempo e da frequência a fim de fornecer uma solução unificada. O H_∞ teve um impacto significativo no desenvolvimento de sistemas de controle durante as décadas de 1980 e 1990, atualmente a técnica tem amadurecido e suas aplicações em problemas industriais são cada vez maiores (KRSTIC 1996).

Uma das vantagens em utilizar o método H_∞ está na sua habilidade de incluir, em seu equacionamento, a solução de um problema de otimização, apresentando melhor aplicabilidade em problemas envolvendo sistemas MIMO com relação cruzada entre as variáveis (KRUCK, 2002). Embora seja um controle versátil, podem ser consideradas desvantagens deste método o nível de conhecimento matemático e a necessidade de um modelo bem estruturado do sistema a ser controlado.

Visto que o controle H_∞ almeja a implementação de um controle que reduza uma função de custo, o controlador resultante através deste método não necessariamente representa o melhor controlador em termos de medições de performance usuais como energia gasta, tempo de estabilização, entre outros. Ele apenas otimiza o controlador em termos da função custo com a qual ele foi projetado.

Depois do método de controle H_∞ , outras técnicas também robustas surgiram como

a síntese- μ por J. Doyle (1983) e simultaneamente a síntese- Km por M. Safonov (1983), a Teoria Quantitativa da Realimentação (QFT, Quantitative Feedback Theory) por I. Horowitz (1982) e os métodos baseados na incerteza estruturada de Kharitonov (Barmish, 1993), os quais seguem ainda em desenvolvimento.

As aplicações do método de controle H_∞ são diversas, o que tem tornado cada vez mais frequente sua implementação para o controle de sistemas que exijam um grau de confiança do controlador mais elevado. Neste trabalho será implementado um controlador através da síntese H_∞ , desenvolvida por (McFARLANCE *et al* 1989), aplicando-se a um sistema de pilotagem de aviões, utilizando o RCAM (*Research Civil Aircraft Model*).

Como será exposto posteriormente, o controle H_∞ possui diversas vantagens com relação ao controle PID usual, visando apresentar robustez independente de pequenas variações que possam ocorrer na planta. Portanto, o controle H_∞ é uma opção de controlador adequada para ser trabalhada com o modelo de avião civil proposto.

1.1 Objetivo

O foco deste trabalho é expor diretrizes para a implementação de um controlador baseado na síntese robusta H_∞ , bem como expor toda a informação a respeito do modelo trabalhado e realizar testes afim de constatar a eficiência do controle H_∞ na pilotagem e aterrissagem de um avião.

1.2 Estrutura do Trabalho

Este trabalho esta organizado da seguinte maneira. O Capítulo 1 traz uma abordagem superficial do que será apresentado ao longo do trabalho, incluindo os objetivos desejados. No capítulo 2 será realizada uma revisão bibliográfica das ferramentas matemáticas utilizadas, apresentando tanto as teorias de controle empregadas quanto o modelo do sistema e as equações que regem sua dinâmica. No Capítulo 3 serão detalhados os passos para a aplicação do controle em questão, bem como os resultados ao aplicá-lo no modelo linearizado. No quarto capítulo será implementado o controle no modelo não-linear, seguido pelo capítulo 5 que apresenta as considerações finais, conclusões sobre a metodologia proposta e sugestões para pesquisas futuras.

2 *Revisão Literária*

Este capítulo será dividido em duas partes: a primeira seção apresenta a teoria do controle que será empregada e a segunda seção objetiva a exposição do modelo que será controlado.

2.1 O Controle Multivariável

2.1.1 Conceitos Básicos

- **Função Racional e Própria** (MACIEJOWSKI, 1989) - Seja $G(s)$ a matriz função transferência de um sistema. Então, cada elemento $g_{ij}(s)$ de $G(s)$ é uma função de transferência relacionando a i -ésima saída com a j -ésima entrada do sistema. $G(s)$ é dita racional e própria se cada um de seus elementos forem racionais e próprios, ou seja:

$$|g_{ij}| \in \mathfrak{R} \quad |g_{ij}| < \infty \quad (2.1)$$

- **Realização de $G(s)$** (MACIEJOWSKI, 1989) - Dado o sistema cuja matriz função transferência é $G(s)$, este pode ser escrito na forma de variáveis de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad \mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} \quad (2.2)$$

Onde,

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} + D \quad (2.3)$$

A realização de G , denotada por (A, B, C, D) , denomina-se o conjunto das matrizes A (matriz da dinâmica do sistema), B (matriz dos atuadores), C (matriz dos sensores), e D (matriz de influência do controle na saída).

- **Razão de Retorno** (SAFONOV ET AL, 1981) - Considere o sistema da Figura 1.

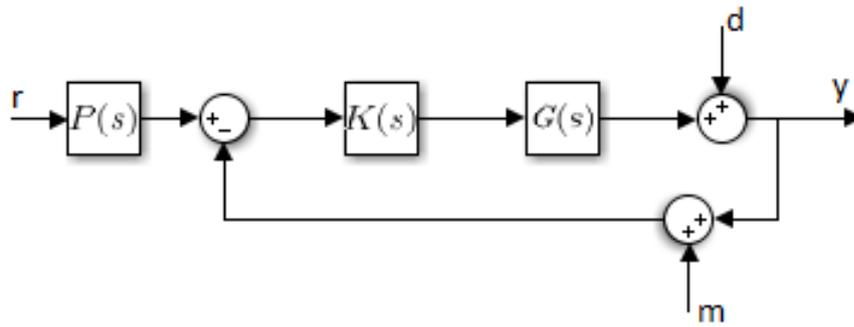


Figura 1: Esquema de um sistema controlado

Denomina-se, respectivamente, razão de retorno em y e razão de retorno em u , as matrizes:

$$H_y = GK \quad H_u = KG \quad (2.4)$$

O conjunto formado por $K(s)$ e $P(s)$, chamado de controlador, é calculado de maneira a capacitar o sistema a suprir os requisitos que lhe são impostos.

- **Diferença de retorno** (SAFONOV ET AL, 1981) - Dado o sistema da figura 1, denomina-se, respectivamente, diferença de retorno em y e diferença de retorno em u , as matrizes:

$$F_y = I + H_y \quad F_u = I + H_u \quad (2.5)$$

- **Sistema Internamente Estável** (MACIEJOWSKI, 1989) - um sistema de controle, cuja matriz função de transferência é $G(s)$, é dita internamente estável se, e somente se, a matriz $G(s)$ é exponencialmente estável.
- **Matriz Exponencialmente Estável** (MACIEJOWSKI, 1989) - uma matriz é dita exponencialmente estável se, e somente se, ela é própria e não possui pólos no semi-plano direito.
- **Estabilidade** (STEIN E ATHANS, 1987) - é a habilidade de um sistema em apresentar saídas limitadas para toda entrada e perturbações limitadas.
- **Desempenho** (STEIN E ATHANS, 1987) - é a capacidade de um sistema em seguir a referência. Independentemente de perturbações, mantendo pequeno o erro.
- **Robustez** (STEIN E ATHANS, 1987) - é a aptidão de um sistema em manter suas características de estabilidade e de desempenho na presença de incertezas no modelo da planta.
- **Frequência de Cruzamento de Ganho** (MACIEJOWSKI, 1989) - w_c é a frequência para a qual o ganho de malha aberta é unitário ($0dB$).
- **Largura de Faixa** (MACIEJOWSKI, 1989) - w_b definida como a menor frequência

para a qual se tem:

$$|T(w_b)| = \frac{1}{\sqrt{2}}|T(0)| \quad (2.6)$$

Na qual $T(s)$ é a função transferência de malha aberta do sistema. A largura de faixa é inversamente proporcional ao tempo de resposta do sistema. Isso quer dizer, diminuindo-se a largura de faixa w_b , o sistema torna-se mais lento. Para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), w_b é definida em relação ao menor valor singular de T.

2.1.2 Ganhos Principais de uma Matriz

Os ganhos principais de uma matriz desempenham um papel importante para o controle de sistemas MIMO (*multiple-input multiple-output*) i.e. multiplas entradas e multiplas saídas . De um modo geral, os ganhos de uma matriz, que são grandezas escalares, estão relacionados à idéia do tamanho desta matriz (STEIN E ATHANS, 1987).

Dado um vetor x , a norma espectral ou norma de Hilbert da matriz $G(s)$ é dada por:

$$\bar{\sigma}(s) = \|G(s)\|_s = \frac{\|G(s)\|}{x} \quad (2.7)$$

As raízes quadradas dos autovalores de $G^T G$, $\sigma(s)$, são denominadas ganhos principais, ou valores singulares, de $G(s)$, o maior valor assumido por $\sigma(s)$ é denotado por $\bar{\sigma}$ e o menor valor por $\underline{\sigma}$.

2.1.3 As Normas $\|G\|_2$ e $\|G\|_\infty$

Como visto anteriormente, os ganhos principais de uma matriz $G(s)$ fornecem uma informação sobre o tamanho da matriz para um espectro de frequências, ou sobre o ganho associado a um canal de entrada e saída do sistema. No entanto, é favorável ter-se uma medida para este ganho que seja independente da frequência (MACIEJOWSKI, 1989). Duas destas medidas são as normas operadoras $\|G\|_2$ e $\|G\|_\infty$ definidas a seguir:

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{Trace}(G^H G)} \quad (2.8)$$

$$\|G\|_\infty = \sup_w \bar{\sigma}(s) \quad (2.9)$$

Estas normas são chamadas de operadoras, pois quando relacionadas à matriz função de transferência de um sistema, indica a amplificação que este sistema opera. Considerando-se o sistema definido pelas equações 2.2 e 2.3, supondo $D = 0$ e u um ruído branco, pode-se mostrar que (MACIEJOWSKI, 1989):

$$E\{y^T, y\} = \|G\|_2 \quad (2.10)$$

Ou seja, $\|G\|_2$ indica o ganho de potência de y . Quando esta norma é aplicada a um sinal, por exemplo, substituindo-se G por u na equação 2.8, pelo Teorema de Parseval, teremos:

$$\|u\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^T u dt} \quad (2.11)$$

Assim sendo, a equação 2.11 indica a energia do sinal u . O significado $\|G\|_\infty$ pode ser entendido através da relação (MACIEJOWSKI, 1989):

$$\sup_u \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2} = \|G\|_\infty \quad (2.12)$$

sendo u limitado e $G(s)$ assintoticamente estável, própria e sem pólos no eixo imaginário. Logo, $\|G\|_\infty$ indica o maior aumento de energia que pode ocorrer entre a entrada e a saída de um sistema.

2.1.4 Fatoração Coprima Normalizada

A Fatoração Coprima Normalizada é o conceito central para a síntese do projeto de controlador aqui sugerida. À luz deste conceito, pode-se verificar que toda função de transferência $G(s)$ pode ser fatorada como

$$G(s) = N(s)M(s)^{-1} \quad (2.13)$$

onde N e M são matrizes estáveis e normalizadas tais que

$$N^*N + M^*M = I \quad (2.14)$$

e $N^*(s) = N^T(-s)$.

2.1.5 Modelagem da Malha de Controle

A estratégia de controle implementada considera o esquema da malha de controle como apresentado na Figura 2.

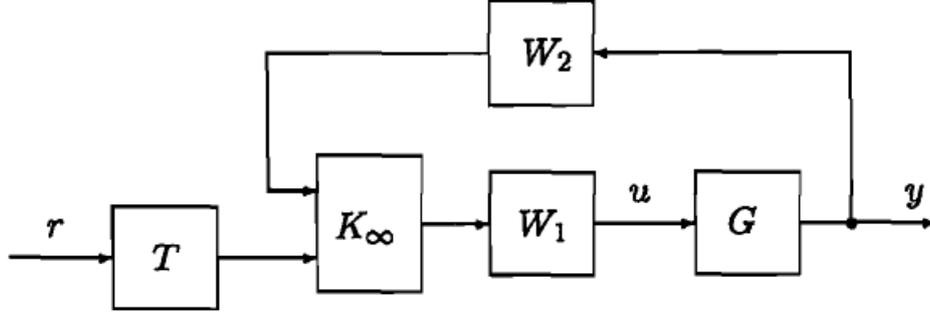


Figura 2: Esquema de um sistema controlado

Essencialmente, a modelagem da malha de controle acontece em dois passos. Primeiramente, são encontradas matrizes compensadoras W_1 e W_2 , tais que o produto $W_2(s)G(s)W_1(s)$ possua alto ganho para baixas frequências, onde boa atenuação de ruídos é exigida, e baixo ganho para altas frequências, onde robustez e estabilidade são desejadas. Em seguida, almeja-se encontrar o controlador K_∞ tal que:

$$\left\| \begin{bmatrix} I \\ K_\infty \end{bmatrix} (I - W_2GW_1K_\infty)^{-1} \begin{bmatrix} W_2GW_1 & I \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \frac{1}{\epsilon} \quad (2.15)$$

onde ϵ é denominada margem de estabilidade da planta.

Este procedimento é conhecido como método Glover-McFarlane desenvolvido por (McFLARLANE, 1989). Em sua teoria, é assegurado que se existe uma fatoração coprimanormalizada para a planta $G(s)$ de acordo com as equações 2.13 e 2.14, o sistema permanecerá robustamente estável para qualquer perturbação \tilde{G} na planta G podendo ser escrita como:

$$\tilde{G} = (N + \Delta_1)(M + \Delta_2)^{-1} \quad (2.16)$$

para algum par estável Δ_1 Δ_2 satisfazendo:

$$\left\| \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \right\| < \epsilon \quad (2.17)$$

Para mais detalhes sobre o procedimento o leitor é convidado a ler o Teorema 16.12 (ZHOU

et al., 1995) que explica detalhadamente o formulamento matemático. O valor assumido pela margem de estabilidade é uma indicação da robustez contra uma ampla classe de perturbações não-estruturadas. Valores de ϵ na faixa 0.2–0.3 são geralmente considerados satisfatórios. O controlador K é finalmente implementado fazendo $K = W_1 K_\infty W_2$, como de maneira usual.

Na prática, este método é executado seguindo-se os seguintes passos:

1. Encontrar um modelo linear da planta;
2. Selecionar W_1 de forma a atender aos requerimentos em baixa e alta frequência do problema. Encontrar a matriz W_2 que diagonalize o sistema;
3. Sintetizar o controlador K que satisfaça a equação 2.15 e checar a robustez através do índice ϵ ;
4. Analisar a performance do sistema em malhas aberta e fechada, incluindo valores singulares da matriz de sensibilidade e resposta ao degrau;
5. Relatar simulações utilizando o modelo não-linear para a validação do controle.

2.2 O Modelo RCAM

2.2.1 Introdução

O modelo matemático RCAM (*Research Civil Aircraft Model*) utilizado para este estudo foi desenvolvido e disponibilizado por uma organização de pesquisas no ramo da aeronáutica na Europa chamada GARTEUR (*Group of Aeronautic Research and Technology of Europe*). Tal modelagem leva em conta as influências das forças aerodinâmicas, que tornam o sistema fortemente não-linear, saturações e limitações físicas de motores e atuadores, modelagem de turbulências e as equações de força e momento da física clássica. Este modelo considera, também, o levantamento de vários parâmetros e características intrínsecas ao avião, através de ensaios em túneis de vento, para obter um sistema de equações matemáticas que se aproximam do comportamento real de uma aeronave em voo. (GARTEUR, 1995)

2.2.2 Diagrama de Blocos do Sistema

O RCAM é um modelo não-linear que apresenta seis graus de liberdade, ou seja, o RCAM necessita de seis variáveis para se determinar completamente o estado físico do

sistema. O diagrama de blocos proposto por GARTEUR está ilustrado na Figura 3, onde u_{ext} representa parâmetros intrínsecos do sistema, u_c é o comando dado aos atuadores, w_{ext} é o campo ventorial que representa o vento e z e y_l as saídas do modelo. Toda a informação a respeito da estrutura interna do modelo será apresentada na subseções seguintes. Como as equações envolvendo este sistema são muito extensas, optou-se por trabalhar com um sistema de caixa preta.

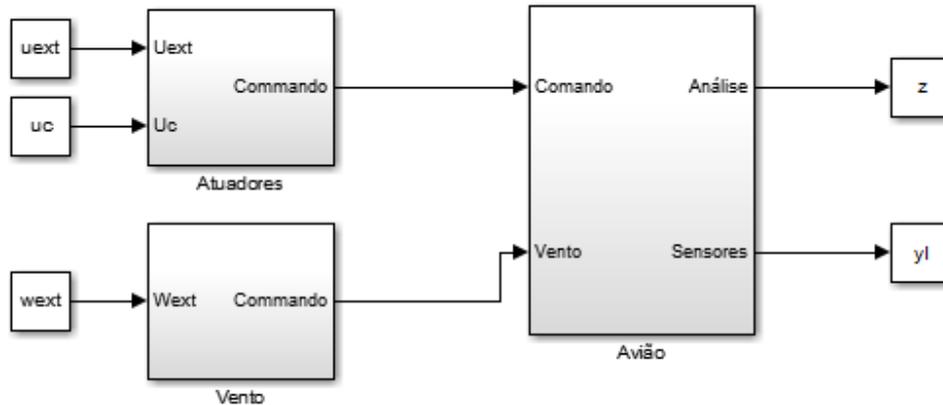


Figura 3: Diagrama de Blocos do Modelo RCAM

Os blocos representados no diagrama são:

Avião engloba as equações de espaço de estado referentes à dinâmica do avião por completa;

Atuadores molda os mecanismos acionadores que irão controlar a trajetória da aeronave;

Vento modeliza as influências do vento, como turbulências e rajadas de vento.

Cada um destes blocos será estudado profundamente nas subseções que seguem.

2.2.2.1 Bloco - Avião

Este bloco concentra todas as equações necessárias para caracterizar a dinâmica do sistema. O Diagrama apresentado na Figura 4 ilustra as relações entre as variáveis de controle (entradas), as variáveis de estado e as variáveis controladas (saída).

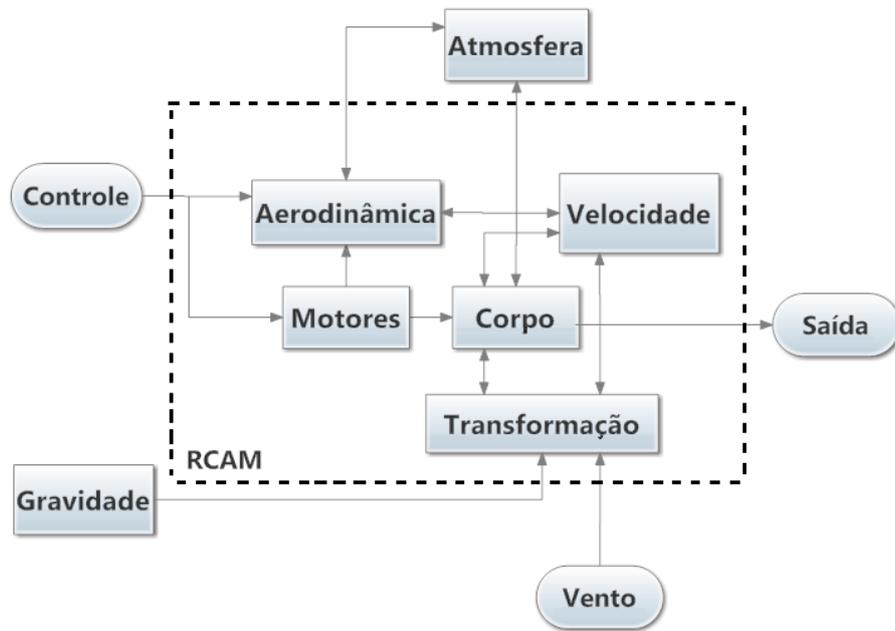


Figura 4: Diagrama do Bloco Avião

Os objetos apresentados no diagrama são:

Corpo representa as equações diferenciais referentes à locomoção;

Transformações descrevem as transformações entre os sistemas de coordenadas cartesianas e do veículo;

Motores simula o comportamento dos motores;

Velocidade do Ar descreve as relações entre o movimento inercial, o vento e os movimentos relativos ao ar;

Atmosfera representa a modelização da atmosfera;

Aerodinâmica descreve as forças e momentos aerodinâmicos;

Gravidade simula as influências do campo gravitacional.

Estes elementos serão abordados na sub-seção seguinte, que contém.

2.2.2.2 Sistema de Coordenadas

Para se estudar a dinâmica de um avião são utilizados três tipos de sistemas de coordenadas, o que facilita o formulamento matemático (THUMS, 2012). Estes sistemas são:

- Sistema de Coordenadas Locais;
- Sistemas de Eixos Aerodinâmicos;

- Sistema de Coordenadas do Veículo.

O sistema de coordenadas locais é o sistema que considera um referencial inercial, ou seja, é um referencial inerte ou em velocidade constante. Assim sendo, assumir-se-á que a Terra é plana e não girante e que a origem deste sistema encontra-se em algum ponto de sua superfície. Ao se referenciar uma variável neste sistema de coordenadas será denotado o índice B .

Ambos os Sistemas de Eixos Aerodinâmicos e de Coordenadas do Veículo têm como origem o centro de gravidade da aeronave.

O Sistema de Coordenadas do Veículo é descrito pelos ângulos de Euler como ilustrado na Figura 5.

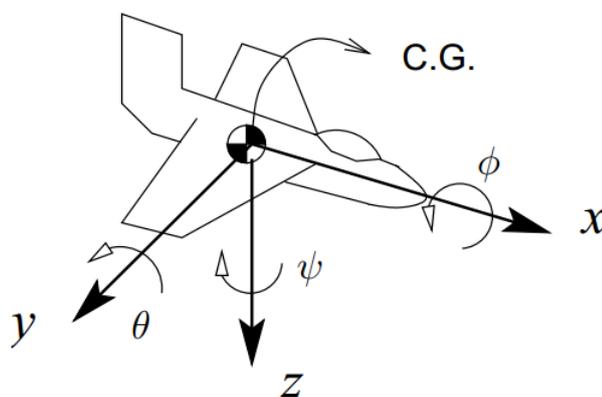


Figura 5: Ângulos de Euler e Coordenadas do Veículo

Onde ϕ, θ, ψ são denominados ângulos de rolamento, arfagem e azimute, respectivamente. Estes ângulos representam a rotação angular em torno dos eixos x , y e z , respectivamente. Note que este sistema de coordenadas apenas descreve a rotação do corpo. Neste trabalho será adotado a convenção de que o índice V representa variáveis neste sistema de coordenadas.

O Sistema de Eixos Aerodinâmicos são utilizados para controlar a quantidade de forças aerodinâmicas que atua sobre o aeroplano. Modificando-se certas variáveis pode-se controlar forças laterais e de sustentação antes que o sistema siga determinada ordem de controle. Para isso, são introduzidas duas grandezas: α , ângulo de ataque (ângulo entre a trajetória e o plano simétrico horizontal do avião), e β , ângulo de deslizamento (ângulo entre a trajetória e o plano simétrico vertical do avião). Tais grandezas são representadas na Figura 6.

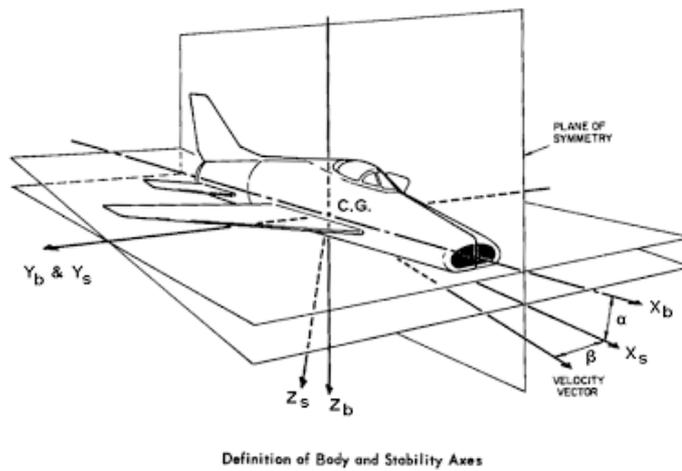


Figura 6: Coordenadas Aerodinâmicas

No limiar no qual o ângulo de ataque coincide com o ângulo de deslizamento, os eixos de coordenadas cartesianas coincidem com os Eixos do Vento. As grandezas trabalhadas neste eixo terão um índice E .

Outro sistema de coordenadas utilizado é obtido quando $\beta \rightarrow 0$. Este sistema de eixos é denominado Eixos de Estabilidade, e são amplamente utilizados quando se realizam ensaios para levantamento das características mecânicas, elásticas e aerodinâmicas da aeronave.

2.2.2.3 Nomenclatura de Entradas, Estados e Saídas

O modelo RCAM foi construído de tal forma que suas entradas, variáveis de estado e saídas fossem definidos como especificado nas Tabelas 1, 2 e 3 , respectivamente.

Tabela 1: Definições das Entradas

Símbolo	Entrada	Nome	Unidade
δ_A	$u(1)$	Deflecção do aileron	rad
δ_E	$u(2)$	Deflecção do profundor	rad
δ_R	$u(3)$	Deflecção do leme	rad
δ_{TH_1}	$u(4)$	Posição Acionador do Motor 1	-
δ_{TH_2}	$u(5)$	Posição Acionador do Motor 2	-
W_{x_E}	$u(6)$	Velocidade Longitudinal do Vento	$\frac{m}{s}$
W_{y_E}	$u(7)$	Velocidade Lateral do Vento	$\frac{m}{s}$
W_{z_E}	$u(8)$	Velocidade Vertical do Vento	$\frac{m}{s}$

A Figura 7 ilustra as partes do avião que serão controladas pelas grandezas de entrada. Elas são responsáveis pela trajetória e estabilidade do voo.

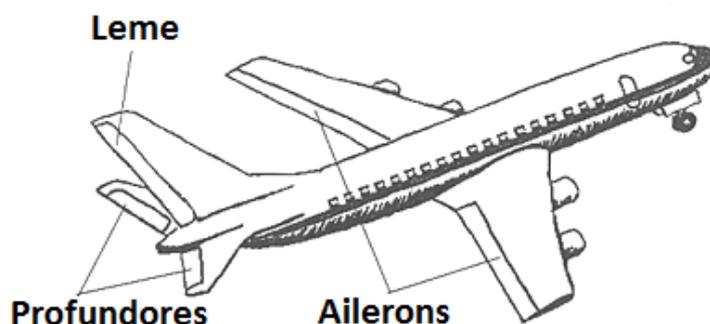


Figura 7: Coordenadas Aerodinâmicas

O movimento em torção do eixo θ é obtido alterando-se a deflexão δ_E dos profundores. A deflexão δ_R do leme é responsável pela movimentação através do eixo ϕ , enquanto δ_A proporciona uma movimentação através do eixo de azimute ψ .

Tabela 2: Definições das Saídas

Símbolo	Estado	Nome	Unidade
q	y(1)	Taxa de Arfagem	$\frac{rad}{s}$
n_x	y(2)	Fator de Carga Horizontal x	-
n_z	y(3)	Fator de Carga Vertical z	-
w_V	y(4)	Velocidade na Direção do eixo z	$\frac{m}{s}$
z	y(5)	Altura	m
V_c	y(6)	Velocidade do Ar	$\frac{rad}{s}$
V	y(7)	Velocidade Total	$\frac{rad}{s}$
β	y(8)	Ângulo de Deslizamento	rad
p	y(9)	Taxa de Deslizamento	$\frac{rad}{s}$
r	x(10)	Taxa de Guinada	$\frac{rad}{s}$
ϕ	y(11)	Ângulo de Rolagem	rad
u_V	y(12)	Velocidade na Direção do eixo x	$\frac{m}{s}$
v_V	y(13)	Velocidade na Direção do eixo y	$\frac{m}{s}$
y	y(14)	Posição y em Coordenadas Cartesianas	m
χ	y(15)	Ângulo de Direção de Trajetória de Voo	rad
Simulação			
ψ	y(16)	Ângulo de Azimute	rad
θ	y(17)	Ângulo de Arfagem	rad
α	y(18)	Ângulo de Ataque	rad
γ	y(19)	Ângulo de Trajetória	rad
x	y(20)	Posição x em Coordenadas Cartesianas	m
n_y	y(21)	Fator de Carga Lateral y	-

Tabela 3: Definições dos Estados

Símbolo	Estado	Nome	Unidade
p	$x(1)$	Taxa de Rolamento	$\frac{rad}{s}$
q	$x(2)$	Taxa de Arfagem	$\frac{rad}{s}$
r	$x(3)$	Taxa de Guinada	$\frac{rad}{s}$
ϕ	$x(4)$	Ângulo de Rolagem	rad
θ	$x(5)$	Ângulo de Arfagem	rad
ψ	$x(6)$	Ângulo de Azimute	rad
u_B	$x(7)$	Velocidade na Direção do eixo x	$\frac{m}{s}$
v_B	$x(8)$	Velocidade na Direção do eixo y	$\frac{m}{s}$
w_B	$x(9)$	Velocidade na Direção do eixo z	$\frac{m}{s}$
x	$x(10)$	Posição no eixo x	m
y	$x(11)$	Posição no eixo y	m
z	$x(12)$	Posição no eixo z	m

2.2.2.4 Equações de Movimento

Movimento de Translação

As equações para o movimento de translação em referência inercial são derivadas da 2ª Lei de Newton:

$$\mathbf{F} = m(\mathbf{a}_B + \boldsymbol{\omega} * \mathbf{V}_B) \quad (2.18)$$

Onde \mathbf{F} representa o somatório das forças devido à ação dos motores, influências da aerodinâmica e do campo gravitacional, m é a massa do avião, \mathbf{V}_B é a velocidade do corpo em relação ao ar e $\boldsymbol{\omega}$ a velocidade de rotação expressa em coordenadas do veículo. Sabe-se, também que a aceleração é dada por:

$$\mathbf{a}_B = \frac{d\mathbf{V}_B}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_\phi \\ v_\lambda \\ v_\psi \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

e a velocidade é uma derivada temporal do vetor Posição em Coordenadas Cartesianas:

$$\mathbf{V}_V = \frac{d\mathbf{X}_B}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Adicionalmente, o fator de carregamento vertical é definido por:

$$n_z = \frac{a_{nz}}{g} \quad (2.21)$$

onde a_{nz} é a saída do acelerômetro no eixo z no Centro de Gravidade.

A altura h , que é representada pela coordenada z negativa, em coordenadas cartesianas:

$$h = -z \quad (2.22)$$

O ângulo de trajetória é tal que:

$$tg\gamma = \frac{-v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \quad (2.23)$$

Finalmente, o ângulo de orientação com relação ao Eixo do Vento χ é dado por:

$$tg\chi = \frac{-x_y}{x_x} \quad (2.24)$$

Movimento de Rotação

As equações do movimento rotacional em sistema de coordenadas do corpo são derivadas da analogia da 2ª lei de Newton dada por:

$$\tau = I\dot{\omega} + \omega * I\omega \quad (2.25)$$

onde τ representa o somatório de momentos em relação ao Centro de Gravidade devido aos motores e da aerodinâmica, ω a velocidade de rotação e $\dot{\omega}$ a aceleração em sistema de coordenadas do veículo, dada por:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

A relação entre as velocidades rotacionais e os ângulos de Euler serão:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}\phi \text{tg}\theta & \text{cos}\phi \text{tg}\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \text{sen}\phi/\text{cos}\theta & \text{cos}\phi/\text{cos}\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

E o tensor de inércia \mathbf{I} é dado por,

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

onde todos os momentos de inércia e momentos mistos são funções dos parâmetros fixos em funções da massa m do avião e da estrutura do mesmo.

2.2.2.5 Transformações Lineares

Para descrever a posição do avião e se realizar um controle mais eficaz, faz-se necessária a transformação entre os sistemas de coordenadas locais e coordenadas vinculadas ao veículo. Para isso, apenas é necessária a rotação dos eixos (PEREIRA, 2001). Assim, a transformação linear que leva do Sistema de Coordenadas Vinculado ao Veículo ao Sistema de Coordenadas Locais será:

$$\mathbf{T}_{VB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

É possível verificar que esta transformação é ortogonal, e portanto, segue que:

$$\mathbf{T}_{BV} = \mathbf{T}_{VB}^T \quad (2.30)$$

Similarmente, acelerações, velocidades de rotação, posições, forças e momentos podem ser convertidos de um sistema para o outro utilizando as transformações \mathbf{T}_{BV} e \mathbf{T}_{VB} .

2.2.2.6 Velocidade Aerodinâmica

O vetor velocidade aerodinâmica V_a é dado pela diferença entre a velocidade inercial do avião e a velocidade do vento:

$$V_a = V_B - W_B = \begin{bmatrix} v_{xB} \\ v_{yB} \\ v_{zB} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

E, sendo assim, a velocidade total séra:

$$V = \sqrt{v_{x_B}^2 + v_{y_B}^2 + v_{z_B}^2} \quad (2.32)$$

Finalmente, os ângulos de ataque α e de deslizamento β são definidos por:

$$\begin{cases} tg\alpha = \frac{v_{z_B}}{v_{x_B}} \\ sen\beta = \frac{v_{y_B}}{V} \end{cases} \quad (2.33)$$

2.2.2.7 Forças Aerodinâmicas

As forças e momentos aerodinâmicos são dados nos eixos do vento e são funções do fator dinâmico ($\bar{q}S$), coeficientes de aerodinâmica (C_D, C_Y, C_L), do ângulo de ataque (α) e do ângulo de deslizamento (β) (THUMS, 2012).

A pressão dinâmica \bar{q} é dada por:

$$\bar{q}S = \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (2.34)$$

O coeficiente de sustentação é definido por:

$$C_L = C_{L_{wb}} + C_{L_t} \quad (2.35)$$

onde $C_{L_{wb}}$ é o coeficiente de sustentação da asa/corpo, e é descrito por:

$$C_{L_{wb}} = \begin{cases} 5.5(\alpha - \alpha_0) & \text{se } \alpha \leq 14.5^\circ \\ -768.5\alpha^3 + 602.9\alpha^2 - 155.2\alpha + 15.2 & \text{se } \alpha \geq 14.5^\circ \end{cases} \quad (2.36)$$

sendo α_0 o ângulo que torna nula a sustentação.

O coeficiente de sustentação da calda C_{L_t} é dado por:

$$C_{L_t} = \frac{S_t}{S} 3.1\alpha_t \quad (2.37)$$

onde α_t denota o ângulo de ataque da calda que é calculado através do seguinte sistema

de equações:

$$\begin{cases} \alpha_t = \alpha - \epsilon + \delta_E + 1.3 \frac{q l_t}{V} \\ \epsilon = \frac{d\epsilon}{d\alpha} (\alpha - \alpha_0) \\ \frac{d\epsilon}{d\alpha} = 0.25 \end{cases} \quad (2.38)$$

O coeficiente de arrasto C_D é calculado utilizando a equação a seguir:

$$C_D = 0.13 + 0.07(C_{L_{wb}} - 0.45)^2 \quad (2.39)$$

O coeficiente aerodinâmico de forças laterais C_Y é dado por:

$$C_Y = -1.6\beta + 0.24\delta_R \quad (2.40)$$

Assim, é possível calcular as influências das forças aerodinâmicas na dinâmica do avião:

$$\begin{bmatrix} D_E \\ Y_E \\ L_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_D \\ C_Y \\ C_L \end{bmatrix} \frac{1}{2} \rho V^2 S \quad (2.41)$$

A Figura 8 ilustra as forças aerodinâmicas com relação aos coeficientes aerodinâmicos.

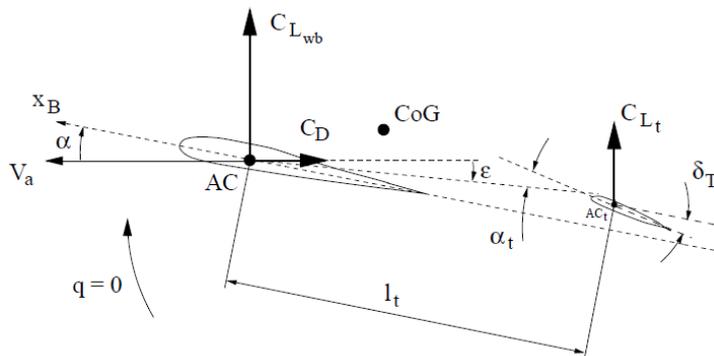


Figura 8: Forças Aerodinâmicas

De maneira semelhante, podem ser calculados os coeficientes de momentos dinâmicos. Em posse de tais coeficientes, a influência destes momentos serão:

$$\begin{bmatrix} L_E \\ M_E \\ N_E \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} C_l \\ C_m \\ C_n \end{bmatrix} \frac{1}{2} \rho V^2 S \begin{bmatrix} b & \bar{c} & b \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Note que tais forças e momentos estão expressas no Eixo do Vento. De modo análogo

à transformação vista anteriormente, para representá-las na referência inercial, deve-se aplicar a seguinte transformação linear:

$$T_{EB} = \begin{bmatrix} \text{sen}\alpha & -\text{cos}\alpha \text{ cos}\beta & -\text{cos}\alpha \text{ cos}\beta \\ 0 & -\text{sen}\beta & \text{cos}\beta \\ -\text{cos}\alpha & -\text{sin}\alpha \text{ cos}\beta & -\text{sin}\alpha \text{ sin}\beta \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

2.2.2.8 Motores

A propulsão \mathbf{F} proveniente de cada motor é descrita por

$$F_i = \delta_{THi} mg \quad (2.44)$$

onde $\delta_{TH} = 0$ representa nenhuma propulsão e $\delta_{TH} = 1$ representa uma propulsão igual à força gravitacional atuando sobre o avião. Tais forças estão alinhadas com o eixo x e os momentos referentes ao centro de gravidade são:

$$T_E = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} (F, 0, 0)' \quad (2.45)$$

2.2.2.9 Atmosfera

A Atmosfera é considerada constante em altura e posição:

$$\begin{cases} \rho = 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ P = 101325.0 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ T = 288.15 \text{K} \end{cases} \quad (2.46)$$

com ρ sendo a densidade do ar, P a pressão estática e T a temperatura absoluta em Kelvin.

2.2.2.10 Modelo Gravitacional

A gravidade é considerada uma função constante independente da altura:

$$W = mg \quad (2.47)$$

onde a aceleração gravitacional é considerada constante valendo $g = 9.81m/s^2$.

2.2.2.11 Bloco - Motores e atuadores

Os motores e atuadores são considerados funções de primeira ordem que apresentam saturação e taxa de variação limite. As constantes de tempo do sistemas são:

- **motores:** 1.5 s ;
- **atuadores do aileron e calda:** 0.15 s ;
- **atuador do leme:** 0.3 s .

2.2.2.12 Bloco - Vento

O vento influencia consideravelmente na dinâmica do voo, necessitando, assim, que ele seja modelado matematicamente. Para isso, é utilizado o modelo de turbulência de Dryden que trata as componentes das velocidades linear e angular de uma rajada de vento contínua como processos estocásticos variando no espaço, especificando a densidade espectral de potência de cada componente da mesma (GARTEUR, 1995).

Para demonstrar como funciona este modelo necessitaria de muita carga teórica prévia. Como não é o enfoque deste trabalho dissertar sobre o mesmo, optou-se por suprimir qualquer informação mais aprofundada à respeito desta modelagem.

3 *Materias e Métodos*

3.1 Linearização da Planta

A implementação da teoria de controle que será apresentada deve ser aplicada a sistemas lineares. Portanto, necessita-se aplicar um método de linearização ao modelo RCAM para que seja prosseguido o estudo. Consideraram-se os seguintes estados em torno dos quais o modelo foi linearizado: $V = 80m/s$, $m = 120.000kg$, $h = 1000m$ e $cg_x = 0,23m$. Esta escolha foi arbitrária, podendo ser alterada, gerando diferentes sistemas lineares em torno de diferentes pontos de operação.

3.2 Divisão do Problema

Com o sistema linearizado em mãos, deseja-se separar, inicialmente, os estados, entradas, saídas que alteram as trajetórias longitudinal e lateral. Para isso, foi criada uma matriz de permutação P , contendo 0's e 1's, com a qual é possível rearranjar a posição das variáveis do sistema linear. A representação em espaço de estados do sistema linear em sua forma padrão, após a aplicação da matriz permutação, será descrita como a seguir:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = PAP^{-1}\mathbf{X} + PBU \\ \mathbf{Y} = CP^{-1}\mathbf{X} + DU \end{cases} \quad (3.1)$$

Ao escolher submatrizes de \mathbf{X} e de \mathbf{U} , ações referentes às variáveis de estado e comandos de \mathbf{X} e \mathbf{U} podem ser separadas em subespaços de estado, permitindo uma redução de ordem do sistema e, conseqüentemente, simplificando a implementação do controle. Desta forma, foram criados dois subespaços de estados S_{lon} e S_{lat} com os quais foi implementado um controle apresentado no capítulo 2.

3.2.1 Controle Longitudinal

Utilizando a matriz de permutação P_{lon} , foi criado o subespaço de estado S_{lon} que descreve por completo o comportamento longitudinal do modelo RCAM. Assim, foram escolhidos 4 estados (q, θ, u_B, w_B) , 2 entradas (δ_E, δ_{TH}) e 3 saídas (q, \dot{z}, v) para compor tal subespaço.

Para realizar uma representação fiel da planta, foram consideradas as dinâmicas dos atuadores e um atraso de transporte, de acordo com as especificações propostas pelo modelo.

3.2.1.1 Laço Interno

O laço interno visa estabilizar a velocidade V e diminuir ao máximo a taxa de arfagem q do avião. Para projetar a forma da resposta do laço deve-se ter em mente que o sistema precisa ser quadrado, i.e. o número de entradas e saídas são iguais. Para transformar o sistema em um sistema quadrado, foram combinadas as variáveis q e \dot{z} em um único sinal. Para isso, foi analisado o gráfico de Bode de δ_E em respeito a q e \dot{z} .

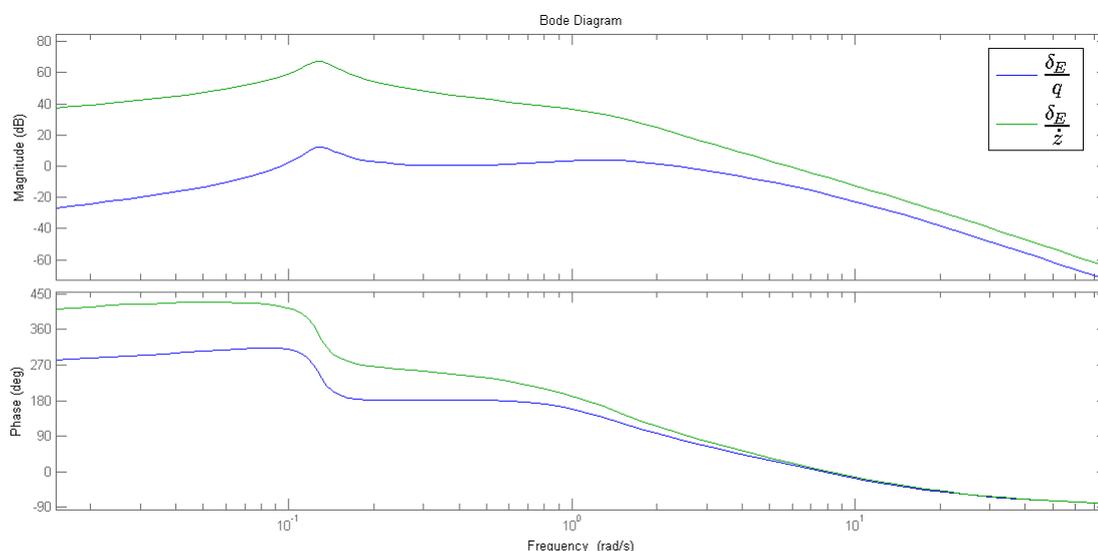


Figura 9: Resposta em Frequência de q e \dot{z} para a entrada δ_E

Como visto na Figura 9, existem similaridades no comportamento em alta frequência, digamos a partir de 5rad/s . Como constatado por (GARTEUR, 1995), a qualidade do sinal da taxa do profundor q é maior que a do sinal \dot{z} em altas frequências. Tendo isso em mente, tomou-se a parte de frequência alta de q e a parte de frequência baixa de \dot{z} . Para

isso foi introduzida a velocidade vertical aumentada $\dot{\hat{z}}$ dada por:

$$\dot{\hat{z}} = \frac{2.66}{s+5}q + \frac{5}{s+5}\dot{z} \quad (3.2)$$

O sinal obtido se assemelha ao sinal original \dot{z} porém possui menos interferência em frequências elevadas. O fator 2.66 é utilizado para ajustar o sinal de q e de \dot{z} em um mesmo nível para frequências acima de 5 rad/s . Os valores singulares do sistema quadrático estão ilustrados na Figura 10. Ao analisá-la, pode-se estipular o ganho máximo do sistema em 60 dB para uma frequência próxima de $0,1 \text{ rad/s}$. Esta análise proporciona uma forma alternativa, graficamente, de como é feita a seleção do controlador pelo método H_∞ .

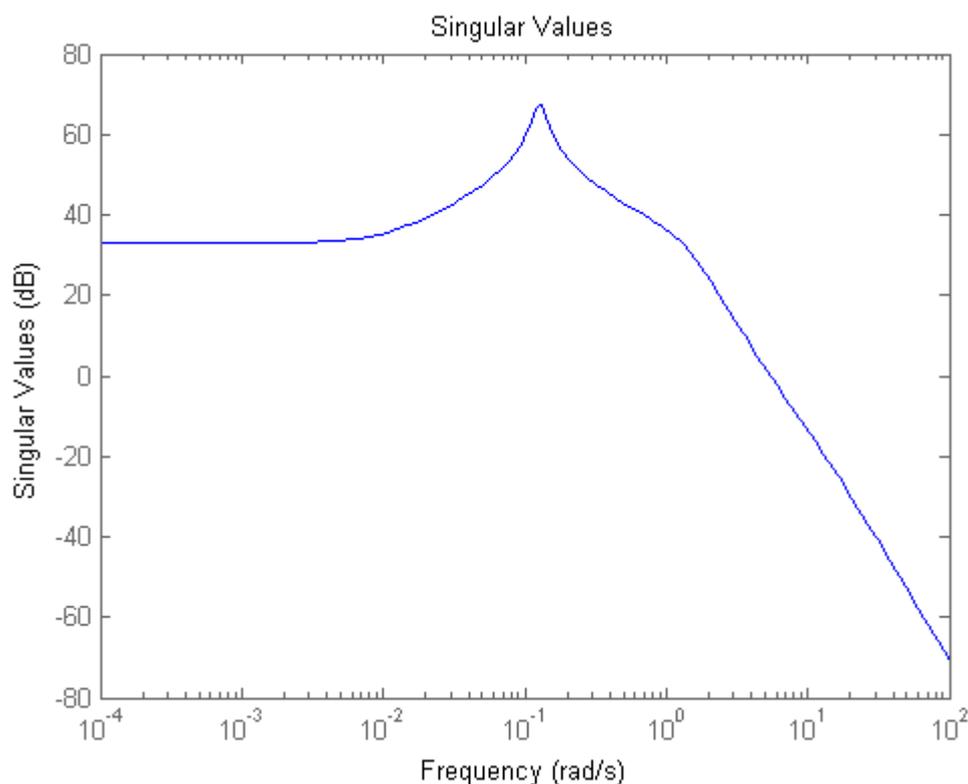


Figura 10: Valores singulares do sistema em malha aberta para a taxa de arfagem

A planta obtida para o estudo do movimento longitudinal será:

$$G_{lon}(s) = G_{at}(s)G_d(s)C(sI - A)^{-1}B \quad (3.3)$$

onde $\{A, B, C, 0\}$ é a realização de G_{lon} através da mudança $\dot{\hat{z}}$ no sistema original, $G_{at}(s)$ representa os atuadores e $G_d(s)$ o atraso de transporte.

O próximo passo a seguir é encontrar as ponderações apropriadas, W_1 e W_2 , que dêem a resposta em malha aberta desejada e que garantam um comportamento robusto em malha fechada. Para obter uma resposta ao degrau com tempo de subida menor que 12 s,

deve-se considerar uma largura de banda da ordem de $0.5rad/s$. Ao moldar o ganho em malha aberta, escolheu-se W_1 composto por integradores e ganhos estáticos. Assim sendo, o ganho em malha aberta será baixo em altas frequências e alto em baixas frequências, como desejado. A ponderação W_2 é estática e calculada para diagonalizar o sistema, simplificando a moldagem de resposta à comandos (sinais de referência).

Para suprimir erros estáticos devem ser incluídos integradores às entradas do sistema G_{lon} , neste caso, via a ponderação W_1 . Foi escolhido o integrador $3 + \frac{1}{s}$, pois possui um ganho aproximadamente unitário para frequências acima de $\frac{1}{3}rad/s$ enquanto para frequências menores o integrador age eliminando os erros estáticos. A escolha do valor $\frac{1}{3}rad/s$ foi uma escolha arbitrária que apresentou rapidez na eliminação de erros estáticos e boa margem de fase. O Controlador K_∞ é, então, calculado de acordo com a resolução da equação 2.15, via esforço computacional. A malha de controle pode então ser criada, de acordo com a topologia do método, como ilustra a Figura 11. O Bloco representado pela planta é dado pela função G_{lon} . O Controlador K_∞ é calculado através de esforço computacional, utilizando-se a relação de Glover-McFarlane (eq. 2.15).

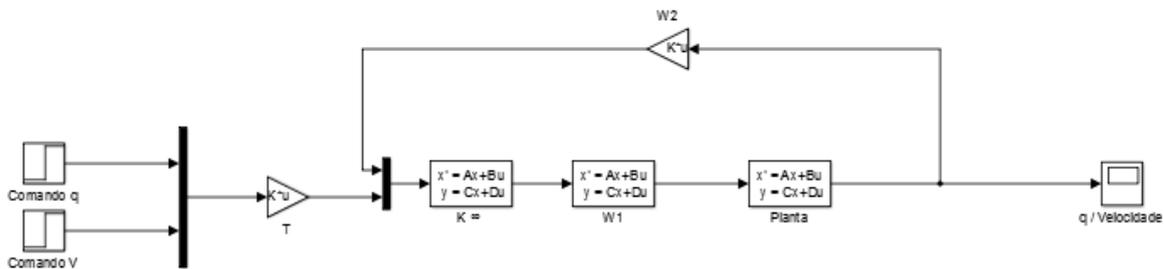
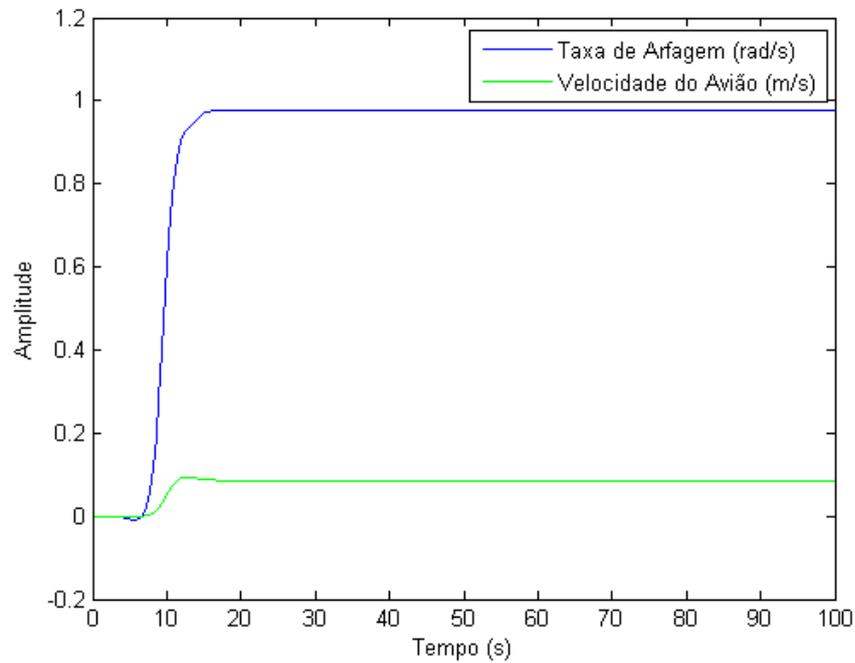
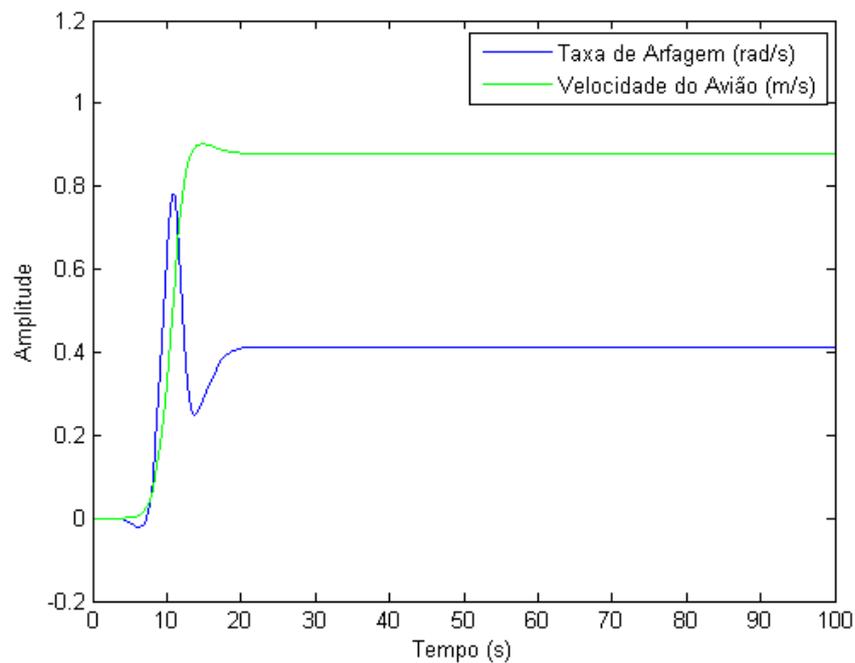


Figura 11: Malha de Controle do Laço Interno

A resposta ao degrau no comando da taxa de arfagem q , considerando o comando da velocidade V_a nulo, é ilustrada na Figura 12.

De mesma maneira, a resposta ao degrau no comando da velocidade V_a , considerando o comando da taxa de arfagem q zero, é mostrado na Figura 13.

Nota-se que as duas variáveis são acopladas uma vez que a resposta ao degrau de cada variável separadamente influencia na resposta da outra. O ajuste da matriz de pré-filtro T melhora a resposta. Entretanto, o acoplamento das variáveis não foi desfeito.

Figura 12: Resposta ao Degrau em q Figura 13: Resposta ao Degrau em V_a

3.2.1.2 Laço Externo

Para se completar o controlador longitudinal, é necessária a síntese de um laço externo para o rastreamento da altitude, através de uma altitude de referência, e fornecer

a referência de velocidade ao laço interno. O desenvolvimento do controlador é analago ao visto para o laço interno, exceto pelo fator de ser um controle de um problema *SISO*, (*single-input single-output*), o que o torna mais fácil de ser resolvido.

Começamos por extrair a função de transferência $\frac{z}{z_c}$, que representam altitude e comando da trajetória do voo, respectivamente. Como se trata de um problema escalar, podemos tomar $W_2 = 1$. Para obter W_1 foram feitas algumas iterações afim de diminuir a margem de robustez ϵ para 0.38. Assim, teremos

$$W_1 = 0,25 + \frac{0,05}{s} \quad (3.4)$$

Esta escolha de W_1 proporciona uma frequência de corte perto de $0,3rad/s$ e boa robustez. O esquema do controle do laço externo é mostrado na Figura 14, após encontrar-se o controlador K_∞ .

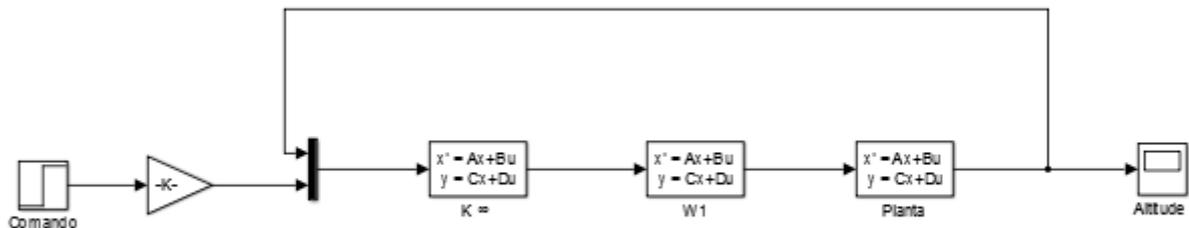


Figura 14: Malha de Contrle do Laço Externo

A resposta para o comando da altitude é apresentada na Figura 15.

Foi encontrado um tempo de subida da ordem de 12 s, tempo de acomodação de 40 s e máximo sobre sinal de 5%. Não foi utilizada a matriz de pré-filtro T.

3.2.2 Controle Lateral

O comportamento lateral foi projetado utilizando-se uma matriz de permutação P_{lat} que agrupasse todas as variáveis que influenciam no movimento lateral do avião. O controle lateral é projetado de maneira analoga ao controle longitudinal. Assim, são extraídas as informações as variáveis de estado que influenciam no movimento lateral do avião. O sub-sistema trabalhado em questão é constituído de cinco estados (p, r, ϕ, ψ, v_B) , duas entradas (δ_A, δ_R) e seis saídas (β, p, r, ϕ, v_V) .

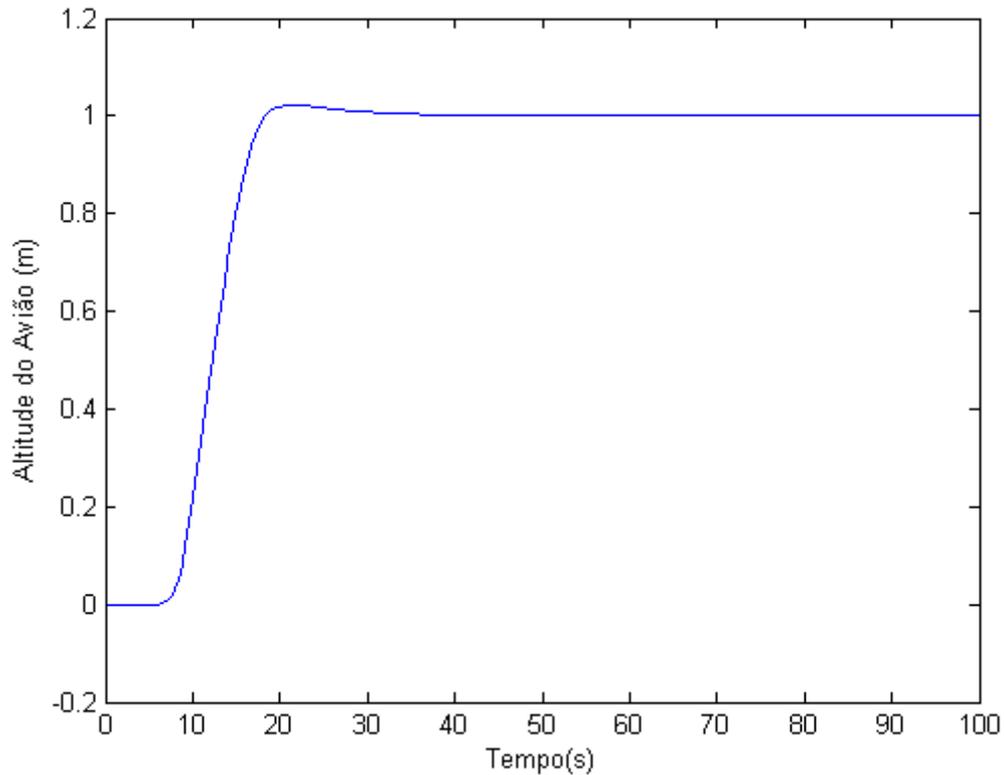


Figura 15: Resposta ao Degrau na Altitude

3.2.2.1 Laço Interno

O laço interno consiste no projeto de um controlador com β e ϕ como sinais de *feedback*. Estas variáveis estabilizam a trajetória lateral, diminuindo os deslizamentos no plano de rolamento ϕ e em referência à trajetória, através da minimização do ângulo de deslizamento β . Foram adicionados integradores à matriz W_1 e utilizado o mesmo procedimento que no laço longitudinal, tendo em vista que o tempo de subida adotado neste caso era de 15 s. A malha de controle do laço interno é ilustrada na Figura 16, onde a planta é representada por uma matriz de transferência relacionando δ_A e δ_R com β e ϕ .

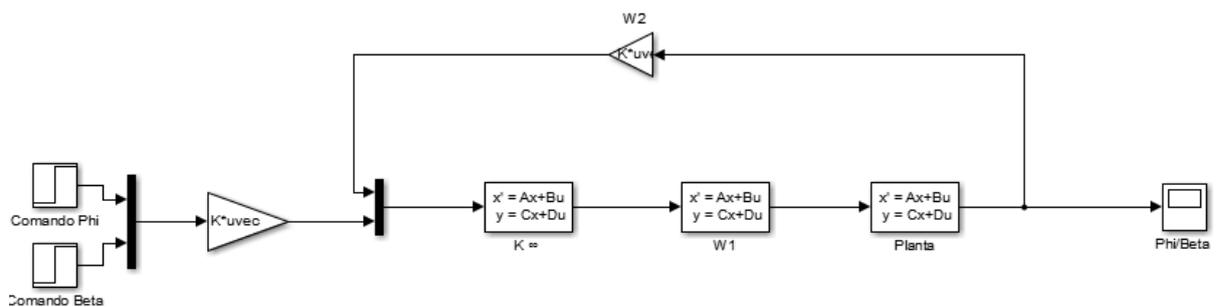


Figura 16: Malha de Controle do Laço Interno

As Figuras 17 e 18 apresentam a resposta obtida para um degrau nos sinais de δ_A e δ_R para o controle das saídas β e ϕ .

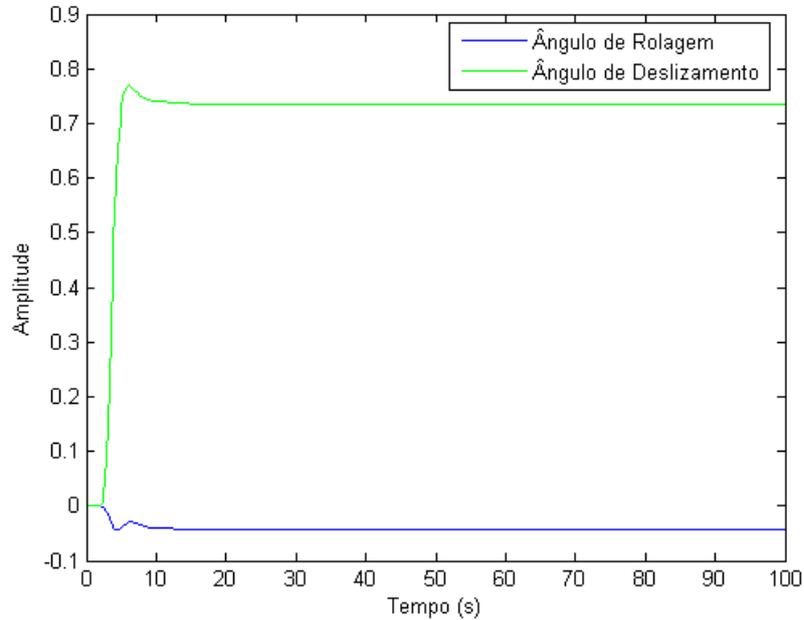


Figura 17: Resposta ao Degrau no Ângulos de Deslizamento

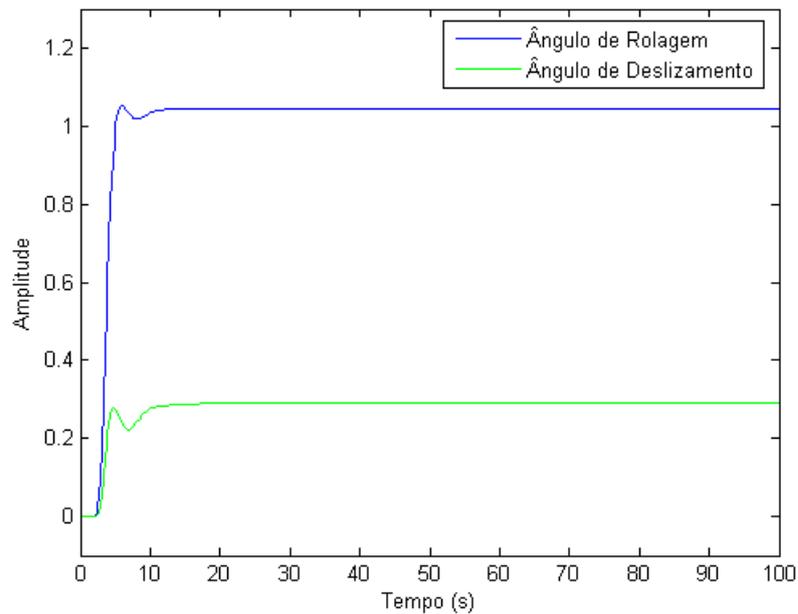


Figura 18: Resposta ao Degrau no Ângulos de Rolagem

Novamente percebe-se uma relação mútua entre as variáveis controladas, mas menos perceptíveis que no controle da malha interna longitudinal. De maneira semelhante, a

matriz de pré-filtro T foi ajustada de forma a minimizar a dependência entre as variáveis de saída.

3.2.2.2 Laço Externo

O propósito do laço externo é manter o erro de trajetória lateral o menor possível. O ângulo de rolamento é, geralmente, utilizado neste rastreamento. A resposta estacionária do laço deve ser nula, o que implica na utilização de integradores para lidar com voos cujas trajetórias são assimétricas. Assim, o ângulo de rolamento deve ser reduzido à zero para manter a estabilidade da aeronave. A Figura 19 mostra a malha de controle do laço externo.

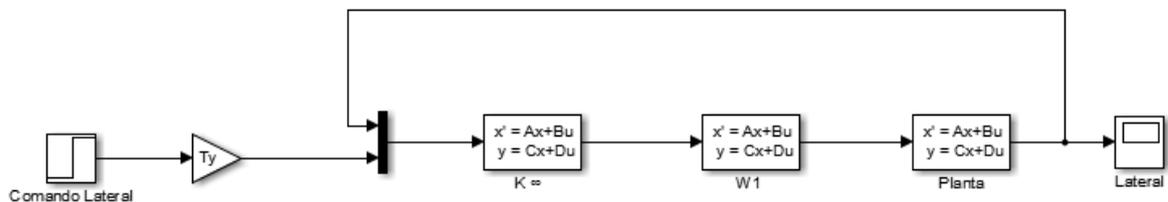


Figura 19: Malha de Controle do Laço Externo

A Figura 20 ilustra a resposta ao degrau do comando erro da trajetória lateral.

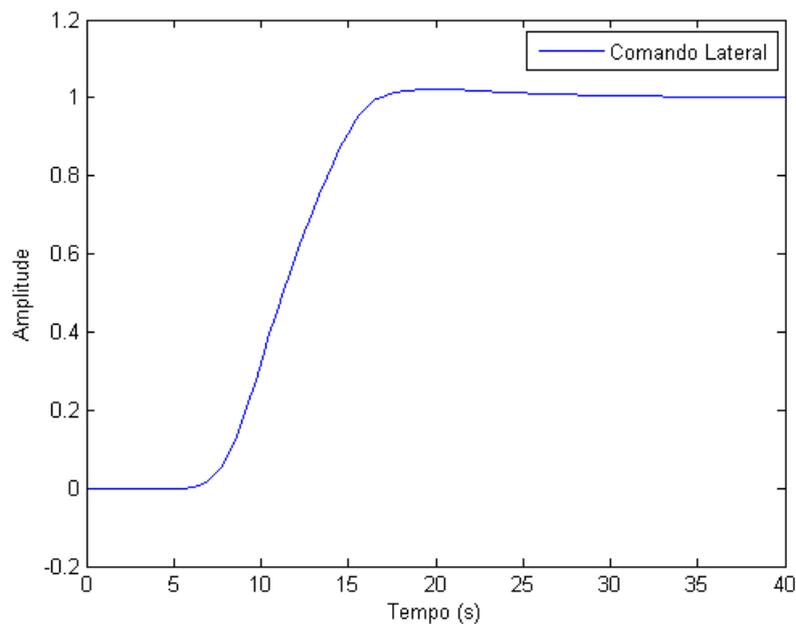


Figura 20: Resposta ao Degrau no Erro de Trajetória Lateral Δy

4 Resultados

Para analisar se o controle adotado neste trabalho foi desenvolvido com sucesso, o mesmo foi aplicado ao modelo não-linear do RCAM. A estratégia de análise foi estipular uma trajetória de voo como ilustrada na Figura 21.

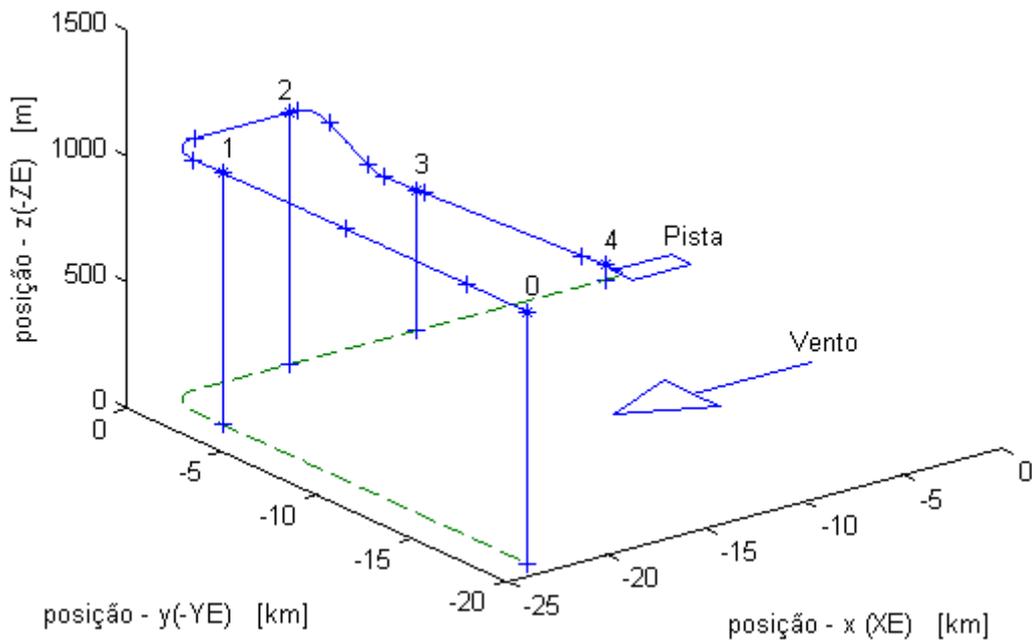


Figura 21: Trajeto do Avião

O trajeto leva 500 s começando do ponto 0 e termina no ponto 4, passando pelos pontos 1, 2 e 3, respectivamente. Cada cruz ao longo do percurso representa um evento que acontece naquele ponto no espaço. A trajetória se dará da seguinte forma:

- O voo se inicia do ponto 0 ao ponto 1, com uma duração de 200 s, ocorrendo uma falha em um dos motores dentro do percurso ao longo de um trecho deste percurso entre 40 e 120 s;
- Do ponto 1 ao ponto 2, será realizada uma volta de 1 quarto de circunferência a fim de que o avião esteja alinhado com a pista na vertical. Este trecho leva 110 s para ser percorrido;

- Ao chegar no ponto 2, o avião começa uma aterrissagem com ângulo de ataque de 6° , até chegar ao ponto 3;
- Do ponto 3 ao ponto 4 o voo segue com um ângulo de ataque igual a 3° . A aterrissagem desde o ponto 2 até o ponto 4 demora 200 s, ocorrendo uma corrente de ar na lateral do avião.

Todas as margens de segurança, descritas através de limiares inferiores e superiores, nos resultados a seguir foram estipulados pelo GARTEUR como sendo níveis aceitáveis para a segurança dos passageiros. (GARTEUR, 1995)

4.1 Segmento 1

No trecho 0 – 1, que consiste um movimento ao longo do plano yz , percebe-se um desvio considerável, mas não ultrapassando o limiar estipulado, no trecho $a - b$. Este fato deve-se a inserção da falha em um dos motores, fazendo com que a aeronave seja controlada por apenas um motor durante o percurso. Encontra-se na Figura 22 o comportamento do movimento da aeronave no plano xy para o trecho entre os pontos 0 e 1.

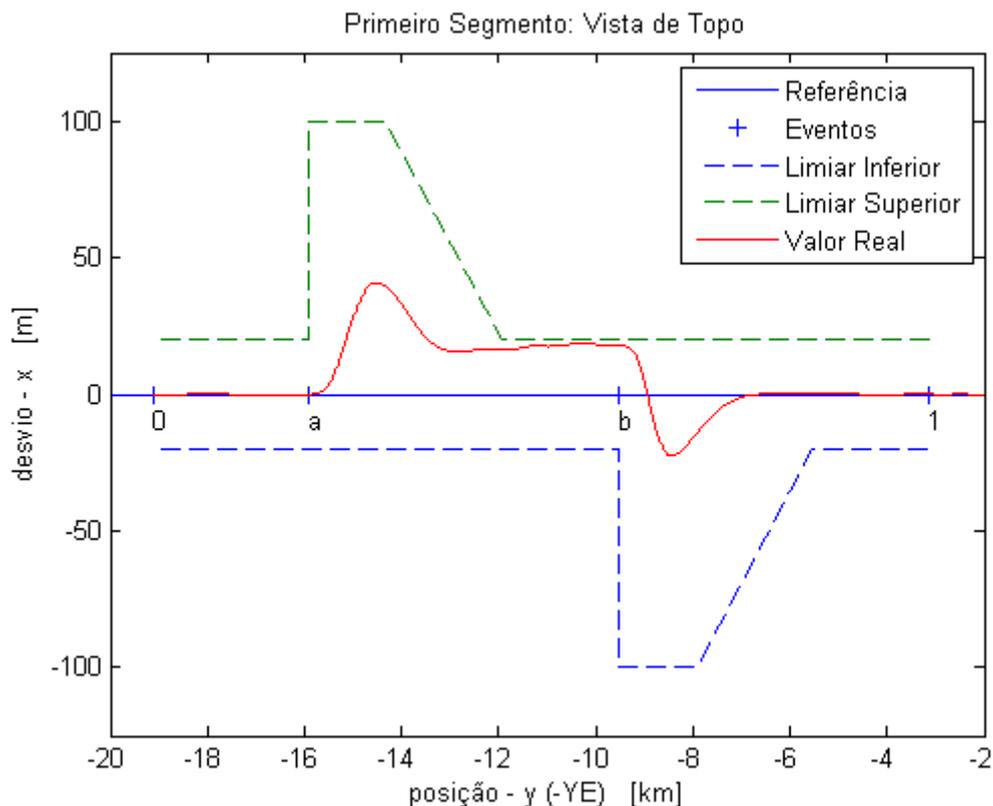


Figura 22: Trecho 0 - 1

4.2 Segmento 2

Neste segmento o avião fará a volta de meia circunferência entre os pontos c e d , como ilustrado na Figura 23.

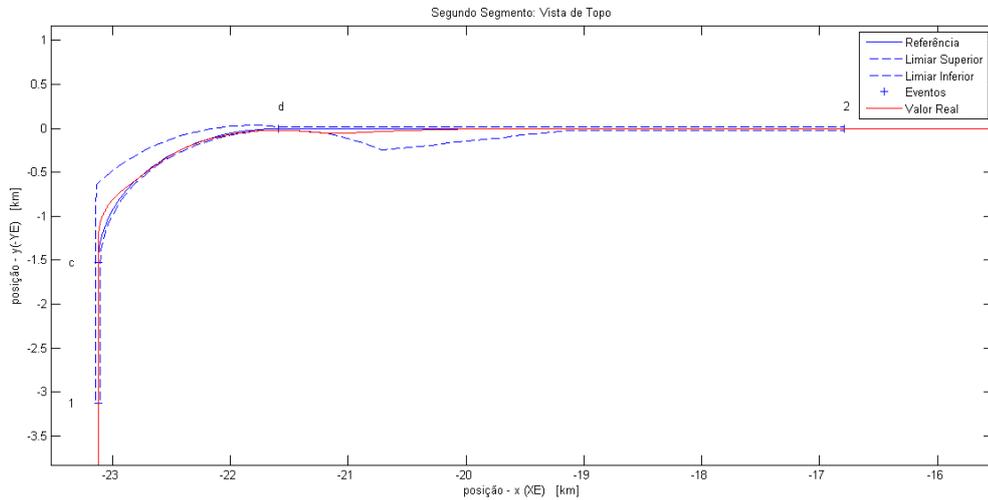


Figura 23: Trecho 1 - 2

Nota-se que o desvio máximo de posição é respeitado. O mesmo gráfico é apresentado na Figura 24, onde o trecho foi convertido em uma reta para melhor visualização das margens de aceitação e desvio do avião no percurso.

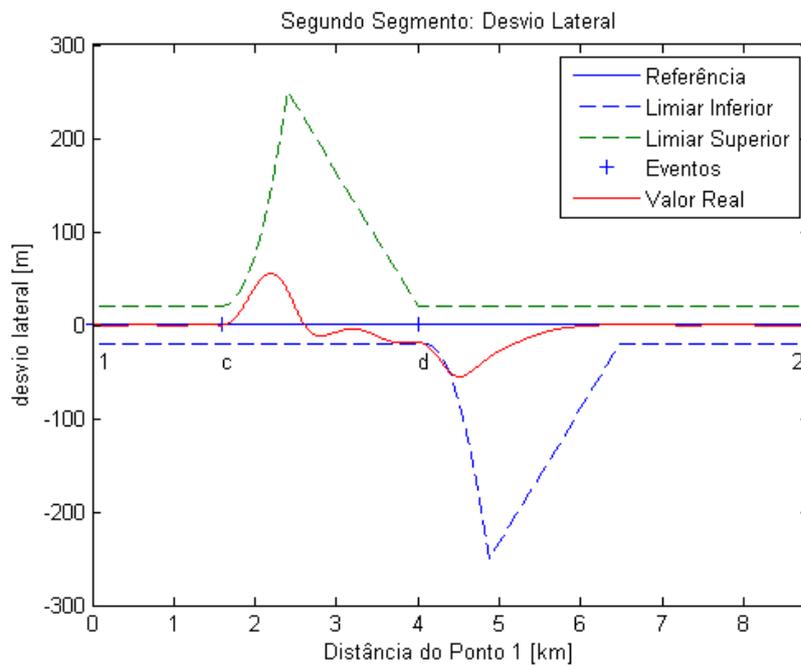


Figura 24: Trecho 1 -2

4.3 Segmento 3

Neste trecho acontece o início da aterrissagem em si. Entre os pontos e e f o ângulo de ataque γ é de 6° . O resultado obtido numa vista lateral no plano xz é mostrada na Figura 25.

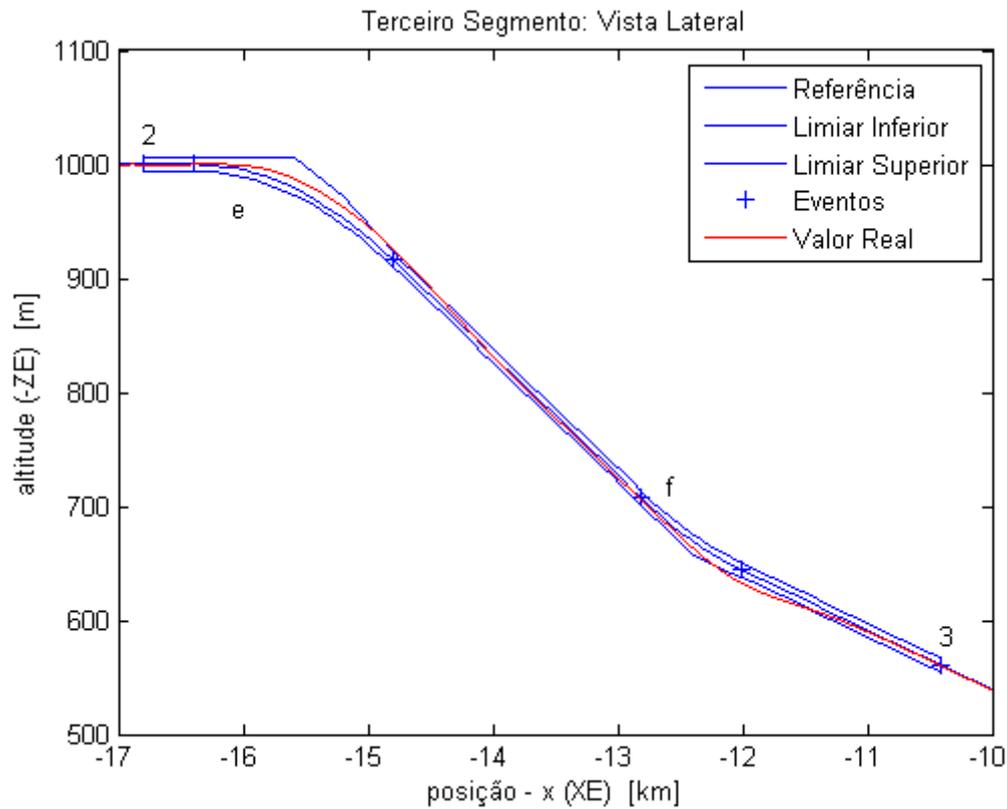


Figura 25: Trecho 2 - 3

A partir do ponto f a aeronave modifica o ângulo de ataque para 3° até o final do percurso.

4.4 Segmento 4

Neste segmento ocorre a corrente de vento vinda pela lateral do avião. A atuação do controle Δlat é mostrada na Figura 26.

Uma análise comparativa com o controlador PID tentou ser realizada. No entanto, o mesmo apresentou um controle instável ao ser aplicado ao modelo não-linear.

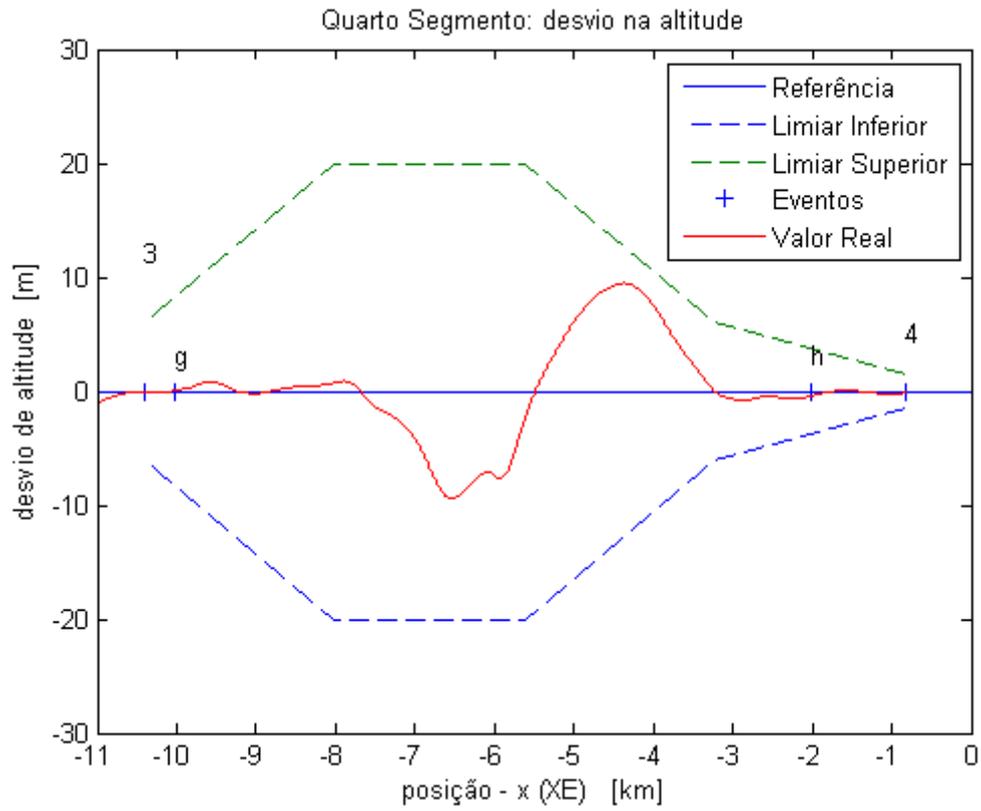


Figura 26: Trecho 2 - 3

4.5 Análise de Variáveis

As Figuras 27 à 30 têm como objetivo mostrar o comportamento de variáveis importantes do sistema ao longo de todo o percurso desde o ponto 0 ao ponto 4.

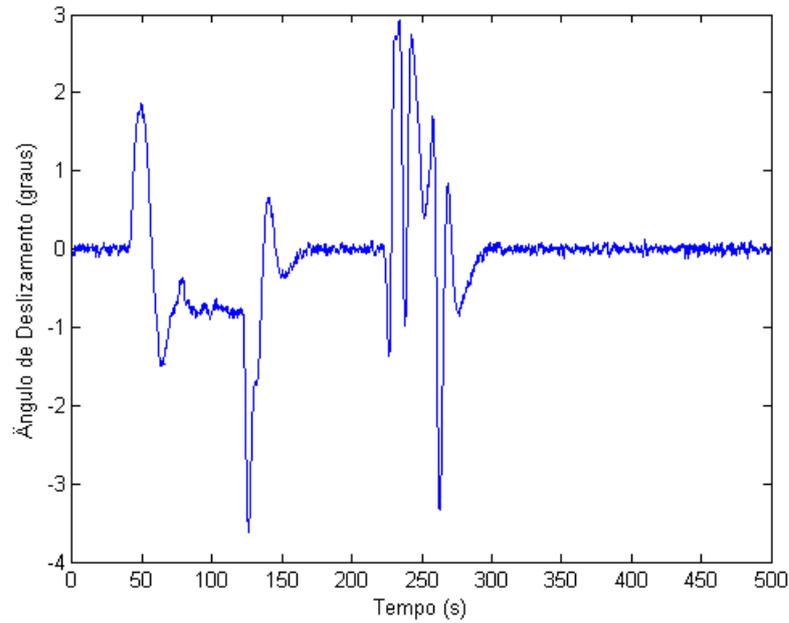


Figura 27: Ângulo de Deslizamento

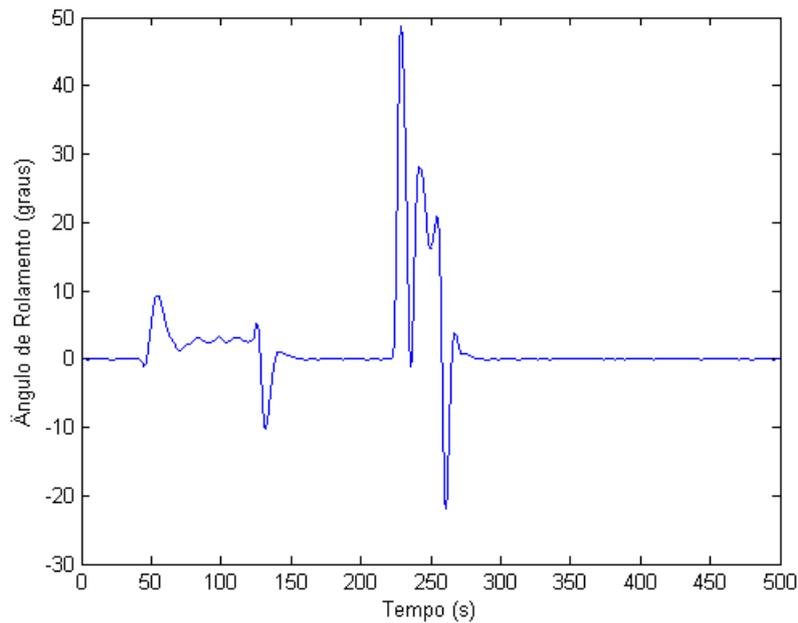


Figura 28: Ângulo de Rolamento

Nota-se que o trajeto manteve uma taxa de arfagem, q , próxima de valor nulo, velocidade em relação ao ar praticamente constante e leves perturbações nos ângulos de deslizamento e de rolamento entre 40 e 150 s (devido à inserção da falha no motor). Um desvio na angulação de até 10° é aceitável para a segurança do voo, o que torna o controlador aplicado dentro dos padrões estipulados.

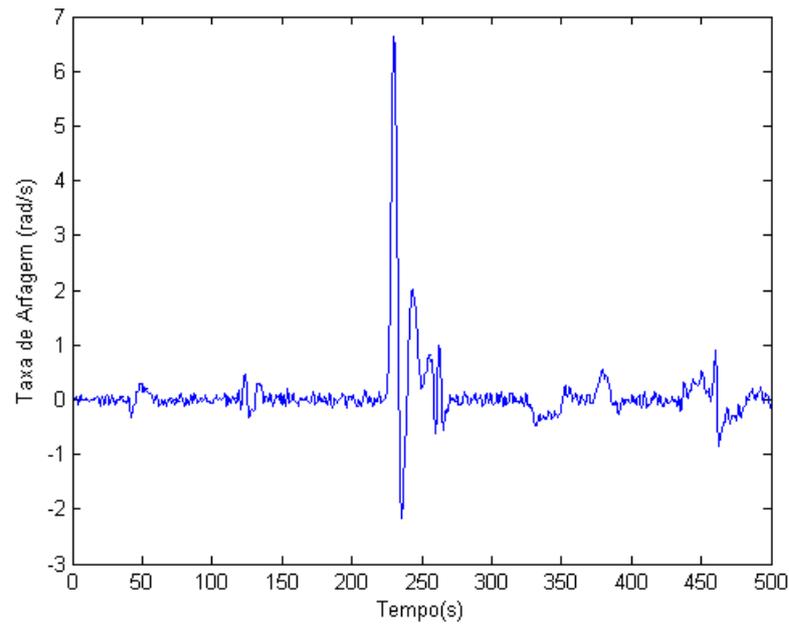


Figura 29: Taxa de Arfagem

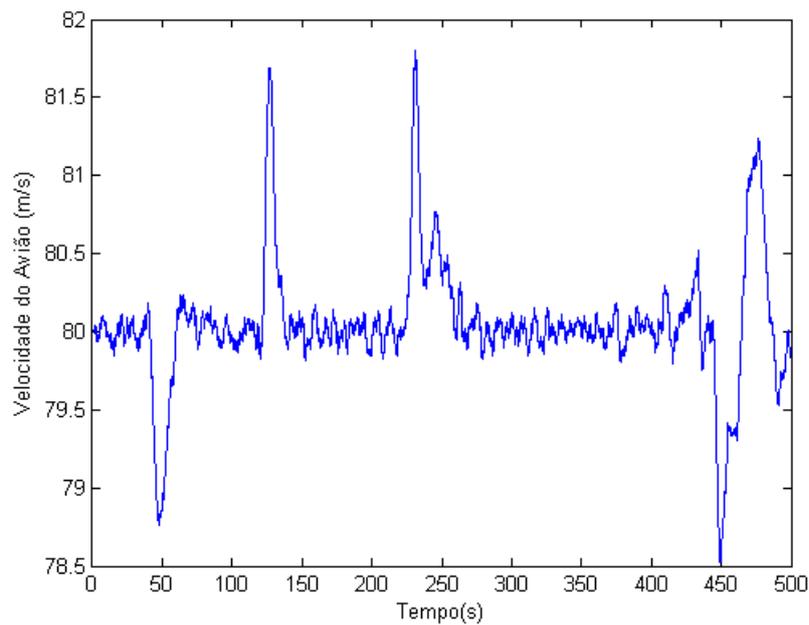


Figura 30: Velocidade do Avião

4.6 Vista 3D

A trajetória completa da aeronave no espaço é ilustrada em vermelho como mostra a Figura 25. Ao compará-la com a Figura 16 e os resultados obtidos nas seções precedentes pode-se inferir que a aterrissagem foi bem realizada e com um grau de segurança aceitável.

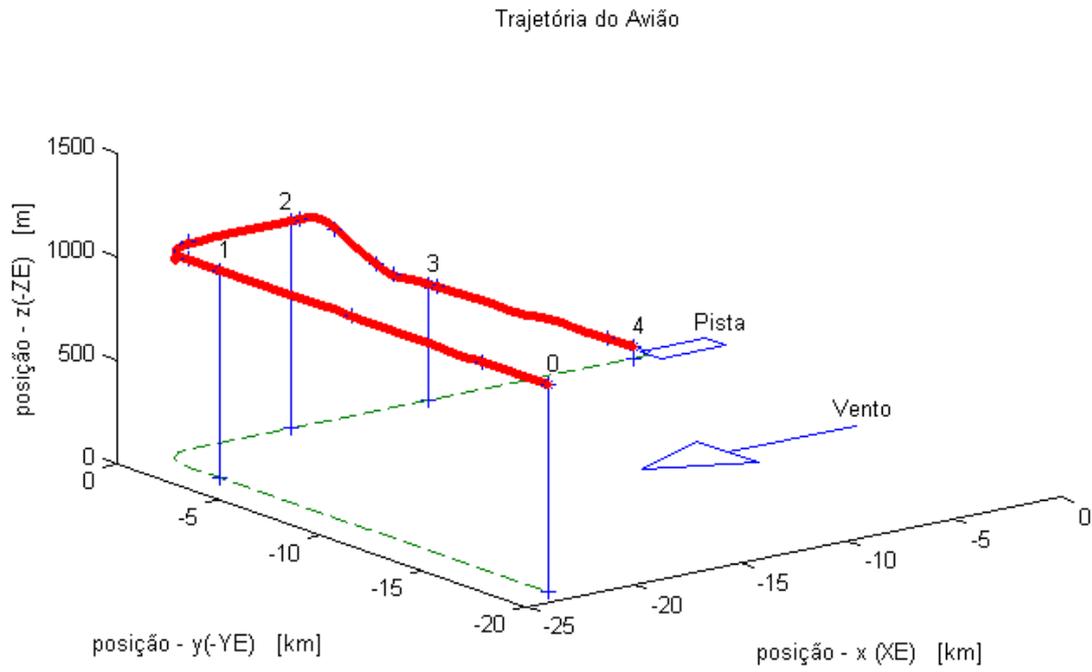


Figura 31: Vista em 3D do Trajeto do Avião

5 *Conclusão*

Este trabalho teve como objetivo mostrar uma nova topologia de controle baseada em controle H_∞ e na fatoração coprima normalizada descrita pelo método de Glover McFarlane. O modelo RCAM foi utilizado para demonstrar que o procedimento de criação do controlador é viável e eficaz quando aplicado a este modelo, que possui um comportamento não-linear.

A utilização do método clássico mostrou-se inviável para este projeto, pois resultava em instabilidades nos sinais de saída da planta, devido à forte não-linearidade do mesmo. Justificando, assim, a utilização do método Glover McFarlane como a mais adequada para a resolução do desafio proposto por GARTEUR.

Para trabalhos futuros, a implementação de um sistema de controle adaptativo faz-se necessária a fim de melhorar ainda mais os tempos de resposta, estabilidade, e robustez do sistema, tornando o voo o mais fluido possível.

Referências

- [1] BARMISH, B.R.; KANG, H.I. *A survey of extreme point results for robustness of control systems*. Automatica, 1993. v. 29, n. 1, p. 13- 35.
- [2] CUBILLOS X. C. M. *Investigação de Técnicas de Controle Multivariáveis no Controle de Altitude de um Satélite Rígido - Flexível* 2008. 143f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). São José dos Carlos. 2008.
- [3] DOYLE, J.C. *Synthesis of robust controllers and filters with structured Plant uncertainty*. In: IEEE CONF. ON DECISION AND CONTROL, 1983, San Antopnio. Proceedings. . . San Antonio: IEEE, p. 109-114, 1983.
- [4] Flight Mechanics Action Group 08. *Robust Flight Control Design Challenge Problem Formulation and Manual: the Research Civil Aircraft Model (RCAM)*. GARTEUR. TP- 088-3. 1995.
- [5] Flight Mechanics Action Group 08. *RCAM Preliminary Design Document*. GARTEUR. TP- 088-9. 1995.
- [6] Flight Mechanics Action Group 08. *Robust Control Techniques Tutorial Document*. GARTEUR. TP- 088-7. 1995.
- [7] GLOVER, K. E DOYLE J. C. *State space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an h-infinity norm bound and relations to risk sensitivity*. Systems and Control Letters, v.11, p. 167-172. 1988.
- [8] HOROWITZ, I. *Quantitative feedback theory. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. Part D, 129, p 215-226, 1982.
- [9] KRUCK, K.; ATUL, G.K. *Development of robust control strategies for aerospace systems*. Ames: Iowa State University, IA 50014 – Dec. 2002.
- [10] MACIEJOWSKI J. M. A., WOKINGHAM, BERKSHIRE, *Multivariable Feedback Design*. 1989. 15th edition. UK.
- [11] McFARLANE, D.C. e K. GLOVER, *Robust Controller Design using Normalised Coprime Factor Plant Descriptions* , Springer Verlag, Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 138, 1989.
- [12] PEREIRA, A. R. *Controladores Robustos com Interpolação de Ganhos via Lógica Difusa* 2001. 139f. Tese (Mestrado em Engenharia Eletrica) - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro. 2001.
- [13] SAFONOV, M.G.; LIMEBEER, D. J. N.; CHIANG, R. Y. *Simplifying the $H \infty$ Theory via Loop Shifting, Matrix Pencil and Descriptor Concepts*. Int. J. Control, v. 50, n. 6, p. 2467-2488, 1989.
- [14] STEIN, G.; ATHANS, M. *The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design*. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 32. n. 2, p. 105-104, Feb., 1987.

-
- [15] THUMS G. D. *Sintonia PID Robusta Multi-malha para Veículos Aéreos Não Tripulados* 2012. 174f. Tese (Mestrado em Engenharia Eletrica) - Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais. 2012.
- [16] VON ZUBEN, F.J. *Tópicos avançados: controle robusto, controle adaptativo e controle inteligente*. Campinas: DCA/FEEC/Unicamp, 2003. EA932 - Sistemas de Controle II - Turma U.
- [17] ZAMES G. *Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses*. 1981. IEEE Trans. Automatic Control. vol. 26. pg. 301–320.
- [18] ZHOU K.; DOYLE J. C; GLOVER K. *Robust and Optimal Control* - PRENTICE HALL – August 17, 1995