UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

RAPHAEL VENTORIM MOZZER

ESTUDO DAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DAS MÁQUINAS ELÉTRICAS DE CORRENTE CONTÍNUA E DE INDUÇÃO TRIFÁSICAS

RAPHAEL VENTORIM MOZZER

ESTUDO DAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DAS MÁQUINAS ELÉTRICAS DE CORRENTE CONTÍNUA E DE INDUÇÃO TRIFÁSICAS

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica. Orientador: Prof. Dr. José Tarcísio de

Resende.

VIÇOSA 2014

RAPHAEL VENTORIM MOZZER

ESTUDO DAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DAS MÁQUINAS ELÉTRICAS DE CORRENTE CONTÍNUA E DE INDUÇÃO TRIFÁSICAS

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 28 de janeiro de 2014.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. José Tarcísio de Resende - Orientador Universidade Federal de Viçosa

Prof. Paulo Fábio Figueiredo Rocha - Membro Universidade Federal de Viçosa

Prof. M.Sc. Francisco Carlos Rodrigues Coelho - Membro Universidade Federal do Viçosa

"Nossas dúvidas são traidoras e nos fazem perder o que, com frequência, poderíamos ganhar, por simples medo de arriscar!" (William Shakespeare)

Dedico este trabalho a todas as pessoas que estudam pensando em aprender para beneficiar e melhorar a sociedade em que vivemos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus e à minha família por ter me apoiado durante todo o tempo dos meus estudos e também agradeço aos meus colegas e professores que, sempre de alguma forma, buscaram me incentivar e me estimular ainda mais a persistir nos meus objetivos.

Resumo

As máquinas elétricas, de uma forma geral, são imprescindíveis na vida cotidiana e no dia-adia das indústrias, comércio, residências, transportes e tantos outros, sem as quais praticamente não existiria a tecnologia atual e seria impraticável todo o progresso e bem estar das pessoas.

O entendimento do desempenho das máquinas elétricas está intimamente ligado ao conhecimento das suas curvas características, curvas estas de conjugado eletromagnético, de velocidade mecânica, de potência elétrica ou mecânica, de rendimento, de fator de potência, de corrente elétrica, etc.

Neste contexto, esta monografia estuda e compara as curvas características das máquinas de corrente contínua e assíncronas (de indução) trifásicas, através de simulação computacional e de experimentos.

O primeiro estudo se refere às máquinas de corrente contínua, que consiste na análise das curvas características da tensão terminal em função da corrente de carga do gerador com excitação independente, shunt e composto longo (aditivo e subtrativo), e o controle da velocidade no motor de corrente contínua. Neste caso, será avaliado apenas o motor de corrente contínua com o enrolamento de campo ligado independente do circuito da armadura, denominado de excitação independente.

Em seguida, é feito um estudo dos gráficos de conjugado, velocidade mecânica, corrente elétrica, etc. da máquina de indução trifásica através da simulação da referida máquina, utilizando uma modelagem matemática que possibilita o estudo da máquina operando sem saturação (na região linear), da curva de magnetização normal da máquina.

Os valores eficazes em regime permanente da corrente em vazio e com carga nominal da simulação são comparados com os calculados pelo circuito equivalente. Também o valor do torque nominal obtido da simulação é comparado com o calculado pelo circuito equivalente.

Para ambas as máquinas são feitas simulações em computador e no caso da máquina de corrente contínua, também são feitos experimentos em laboratório para confrontações teórico-experimentais.

Abstract

As we all know, the electric machines, in general, are essential in the everyday life and in the daily routines of industries, commerce, residences, transports and many others. Without our electric operational systems virtually all the actual technology would not exist and would be impractical all progress and welfare for people.

The understanding of electrical machines performance is closely linked to the knowledge in its characteristics curves, these last sub typed in electromagnetic torque, mechanical speed, electrical or mechanical power, efficiency, power factor, electric current, etc.

Considering this context, this monograph studies and compares the characteristics curves of continuous and three-phase asynchronous current machines thru computer simulation and experiments.

The first study refers to the direct current (DC) machines. It consists in the study of characteristic curve of the terminal voltage depending on the load current of the DC generator with separate excitation, shunt and compound, among control of DC motor speed. In this case it will only be evaluated the DC motor with the field winding independent of the armature circuit, called independent excitation.

Following, it is done a study of graphics conjugate, mechanical speed, electric current, etc. of the three – phase induction machine by simulating the actual machine, utilizing a mathematical model that allows the study of the operating machine without saturation (in the linear area) and with saturation of its normal magnetization curve.

The effective values, in steady state, of the load current and rated load fo the simulation are compared with those calculation by the equivalent circuit. Also the nominal torque obtained from the simulation is compared with the calculated by the equivalent circuit. For both studied machines, there are simulations made in computers and experiments in labs to confront theoretical experiments.

Sumário

1	Int	Introdução	
	1.1	Máquinas de Corrente Contínua	15
	1.2	Máquinas de Indução Trifásicas	16
	1.3	Objetivo Geral	19
	1.4	Organização do Trabalho	19
2	Má	iquina de Corrente Contínua	20
	2.1	Gerador de Corrente Contínua	24
	2.2	Motor de Corrente Contínua	27
3	Mo	odelagem da Máquina de Indução Trifásica	29
	3.1	Equações Elétricas	29
	3.2	Equações Mecânicas	31
4	Re	sultados e Discussões	32
5	Co	nclusões	43
R	eferêi	ncias Bibliográficas	44
A	pêndi	ce	45

Lista de Figuras

Figura 1 - Possíveis esquemas de funcionamento das máquinas elétricas	14
Figura 2 – Representações esquemáticas e formas de excitação das máquinas de corrente contínua.	16
Figura 3 – Vista em corte longitudinal de um motor de indução trifásico com um rotor bobinado	17
Figura 4 – Vista em corte longitudinal de um motor trifásico do tipo Gaiola de Esquilo	18
Figura 5 – (a) O rotor de um pequeno motor do tipo gaiola de esquilo. (b) A estrutura da gaiola de esquilo depois que as lâminas do rotor foram submetidas à corrosão	18
Figura 6 – Ligações do circuito de campo de máquinas de corrente contínua	20
Figura 7 – Circuito equivalente da máquina de corrente contínua com excitação independer	nte. 21
Figura 8 – Circuito equivalente da máquina de corrente contínua série.	22
Figura 9 – Circuito equivalente da máquina de corrente contínua shunt	22
Figura 10 – Circuito equivalente da máquina de corrente contínua composta	23
Figura 11 – Forma típica das curvas de magnetização de uma máquina de corrente contínua	a. 23
Figura 12 – Circuito equivalente do gerador com excitação independente	24
Figura 13 – Circuito equivalente do gerador de corrente contínua shunt	25
Figura 14 – Desencadeamento do processo de geração da tensão terminal do gerador shunt	. 25
Figura 15 – Circuito equivalente do gerador de corrente contínua Composto Longo	26
Figura 16 – Disposição das bobinas de campo no gerador de corrente contínua Composto Aditivo.	27
Figura 17 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua com excitação independe (a) Simulação. (b) Experimental	nte. 33
Figura 18 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua shunt. (a) Gráfico obtido simulação. (b) Gráfico obtido experimentalmente	da 33
Figura 19 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua composto aditivo. (a) Simulação. (b) Experimental.	34
Figura 20 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua composto subtrativo. (a) Simulação. (b) Experimental.	34
Figura 21 – Gráficos obtidos para o motor de corrente contínua com excitação independent (diminuindo o VT). (a) Simulação. (b) Experimento	te 35
Figura 22 – Gráficos obtidos para o motor de corrente contínua com excitação independent (aumentando o VF). (a) Simulação. (b) Experimento	te 36
Figura 23 – Gráficos obtidos de simulação para o motor de indução trifásico operando em vazio. (a) Curva Torque x Tempo. (b) Curva Velocidade Angular x Tempo. (c) Curva Corrente x Tempo.	37

Figura 24 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Torque x Tempo para o motor operando em vazio
Figura 25 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Velocidade x Tempo para o motor operando em vazio
Figura 26 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Corrente x Tempo para o motor operando em vazio
 Figura 27 – Gráficos obtidos de simulação para o motor de indução trifásico operando com carga nominal. (a) Curva Torque x Tempo. (b) Curva Velocidade Angular x Tempo. (c) Curva Corrente x Tempo
Figura 28 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Torque x Tempo para o motor operando com carga nominal
Figura 29 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Velocidade x Tempo para o motor operando com carga nominal40
Figura 30 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Corrente x Tempo para o motor operando com carga nominal
Figura 31 – Circuito equivalente para o motor de indução operando em vazio41
Figura 32 – Circuito equivalente para o motor de indução operando com carga nominal41

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Valores eficazes das correntes da fase "a" do estator em vazio e com carga	
nominal	42

1 Introdução

As máquinas elétricas são extremamente importantes em todos os setores, sejam nas indústrias, nos comércios, nas residências ou nos transportes. Sem elas não haveria o avanço tecnológico de hoje e praticamente inviabilizaria o desenvolvimento do país.

As máquinas elétricas rotativas são classificadas em máquinas de corrente alternada (síncronas e assíncronas), tanto monofásicas quanto trifásicas, máquinas de corrente contínua e máquinas elétricas especiais. As máquinas elétricas especiais são utilizadas em aplicações específicas. Embora as máquinas tenham especificações diferentes, os princípios físicos que regem o seu comportamento são bastante similares e frequentemente é útil pensar nelas em termos de um mesmo ponto de vista físico. Por exemplo, a análise de uma máquina de corrente contínua mostra que, associadas tanto ao rotor quanto ao estator, há distribuições fixas de fluxo magnético no espaço e que as características de produção de conjugado da máquina provêm da tendência dessas distribuições se alinharem entre si. **[1]**. Um procedimento semelhante ocorre nas outras máquinas.

As ferramentas analíticas básicas para o estudo das máquinas rotativas são as expressões da tensão gerada e do conjugado eletromecânico. Em conjunto, elas exprimem o acoplamento entre os sistemas elétrico e mecânico. [2]. Praticamente todas elas podem funcionar como motores e como geradores, conforme mostrado na Figura 1.



Figura 1 - Possíveis esquemas de funcionamento das máquinas elétricas.

Certamente, modelos analíticos são essenciais à análise e ao projeto de máquinas elétricas. Ao longo desta monografia, tais modelos serão utilizados. Aqui são estudadas as curvas características da máquina de indução trifásica e da máquina de corrente contínua.

Existem, na literatura, muitos modelos matemáticos que são capazes de simular em computador a maioria das máquinas elétricas em todas as faixas de operação, tanto motores quanto geradores. [3].

As curvas características das máquinas de corrente contínua são levantadas experimentalmente no laboratório e comparadas com as de simulação pelas equações simples do circuito equivalente da própria máquina de corrente contínua.

Já as curvas do motor de indução trifásico são obtidas da simulação através de um modelo matemático da máquina. Os valores de regime permanente são comparados com os valores calculados do circuito equivalente.

1.1 Máquinas de Corrente Contínua

Todo processo da conversão eletromecânica de energia ocorre sob a forma alternada. As máquinas de corrente contínua transformam esta energia em corrente contínua por meio de um dispositivo denominado comutador. Uma das utilizações da máquina de corrente contínua é em situações que exigem um controle mais refinado da velocidade, uma vez que as mesmas tem esta facilidade. Outra aplicação pode ser a necessidade de um bom torque de partida e funcionamento, caso da tração elétrica, onde as máquinas de corrente contínua possuem estas características. Quando a máquina de corrente contínua é utilizada como motor, necessita-se para sua alimentação de uma fonte de tensão contínua e sua grande desvantagem em relação às outras máquinas é o seu elevado custo, tanto de aquisição como de operação, devido à manutenção mais freqüente. O fator principal que diferencia uma máquina de corrente contínua das demais é a presença do comutador.

As máquinas de corrente contínua, que podem funcionar como gerador e como motor, se dividem em: excitação independente, shunt e composto (longo e curto). Praticamente não se utiliza essas máquinas como gerador. A Figura 2 ilustra o circuitos equivalentes destes tipos de máquinas.



Figura 2 - Representações esquemáticas e formas de excitação das máquinas de corrente contínua.

As especificações de cada circuito e seus parâmetros gerais serão explicadas no segundo capítulo.

1.2 Máquinas de Indução Trifásicas

A máquina elétrica de indução é também chamada de máquina assíncrona, podendo ser monofásica ou trifásica, funcionando como gerador ou motor. Os motores de indução trifásicos e monofásicos são as máquinas elétricas mais utilizadas no dia a dia, devido às várias características das mesmas. No motor de indução a corrente alternada é fornecida diretamente ao estator, ao passo que o rotor recebe a corrente por indução, como em um transformador, a partir do estator. Quando a alimentação é feita por uma fonte de tensão trifásica equilibrada, um campo magnético girante é produzido no entreferro que movimenta em uma velocidade denominada de velocidade síncrona dada por: **[4]**

$$\omega_S = \frac{120 \times F}{p} \tag{1}$$

onde

 $\omega_s = velocidade síncrona em RPM$ F = frequência em Hz

p = número de pólos da máquina

Essa velocidade é determinada pelo número de pólos do estator e pela frequência elétrica aplicada ao estator.

O rotor de uma máquina de indução pode ser de dois tipos: *Rotor Bobinado* e em *Gaiola de Esquilo*. O Rotor Bobinado é constituído de um enrolamento trifásico semelhante ao do estator (três enrolamentos idênticos defasados no espaço de 120°), tendo o mesmo número de pólos do estator, sendo que os seus terminais são conectados a anéis coletores deslizantes isolados entre si e montados sobre o eixo da máquina. Escovas de carvão apoiadas sobre esses anéis permitem o acesso externo ao rotor, como mostrado na Figura 3. As máquinas de indução de rotor bobinado são bem menos utilizadas que as de rotor em gaiola de esquilo, sendo encontradas apenas em um número limitado de aplicações.



Figura 3 – Vista em corte longitudinal de um motor de indução trifásico com um rotor bobinado.

O Rotor em Gaiola de Esquilo, mostrado na Figura 4, é constituído de barras condutoras de cobre ou alumínio encaixadas em ranhuras no ferro do rotor e curto-circuitadas em cada lado por anéis condutores. A extrema simplicidade e a robustez deste tipo de rotor, entre outras vantagens, fazem dele o motor mais utilizado nos setores industriais, comerciais e residenciais.



Figura 4 – Vista em corte longitudinal de um motor trifásico do tipo Gaiola de Esquilo.

A Figura 5a mostra o rotor de um pequeno motor de tipo gaiola de esquilo, ao passo que a Figura 5b mostra a própria gaiola de esquilo depois que as lâminas do rotor foram removidas quimicamente por corrosão.



Figura 5 – (a) O rotor de um pequeno motor do tipo gaiola de esquilo. (b) A estrutura da gaiola de esquilo depois que as lâminas do rotor foram submetidas à corrosão.

Como geradores as máquinas de indução são pouco utilizadas, uma vez que as mesmas necessitam de uma fonte de potência externa para suprir a necessidade de potência reativa.

1.3 Objetivo Geral

Tomando como base os fatores motivacionais citados anteriormente, esta monografia tem como objetivo geral simular a máquina de corrente contínua operando como motor e como gerador, no tocante à variação da tensão nos seus terminais com a carga elétrica (caso do gerador) e o controle da velocidade pela variação da tensão terminal e excitação do enrolamento de campo (caso do motor).

O trabalho procede com um estudo das curvas características de um motor de indução trifásico através da simulação computacional de um modelo matemático.

Em ambos os casos, tanto para a máquina de corrente contínua quanto para a máquina de indução, são feitos experimentos no laboratório para confrontações teórico-experimentais.

1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho é dividido em cinco capítulos. No primeiro capítulo é apresentada a introdução. No segundo capítulo é apresentado o modelo matemático da máquina de corrente contínua para a sua simulação, na operação como motor e como gerador. O terceiro capítulo estuda a modelagem matemática da máquina de indução trifásica, na qual é utilizada para a simulação do motor. As discussões e os resultados são mostrados no quarto capítulo. Por fim, o quinto capítulo apresenta as conclusões e as propostas de continuidade do presente estudo.

2 Máquina de Corrente Contínua

Conforme já comentado precedentemente, a máquina de corrente contínua pode funcionar adequadamente como motor e como gerador.

As notáveis vantagens das máquinas de corrente contínua provêm da grande variedade de características de operação que podem ser obtidas quando se escolhe o método de excitação dos enrolamentos de campo. Vários diagramas de ligações estão mostrados na Figura 6. O método de excitação influencia profundamente nas características de regime permanente e, no caso de sistemas de controle, no comportamento dinâmico da máquina. **[5]**.



Figura 6 - Ligações do circuito de campo de máquinas de corrente contínua.

No caso de um gerador de corrente contínua com excitação independente, a corrente de campo requerida é uma fração muito pequena da corrente nominal de armadura, na ordem de 1 a 3% para um gerador médio: uma pequena quantidade de potência no circuito de campo pode controlar uma quantidade relativamente elevada de potência no circuito de armadura, isto é, o gerador é um amplificador de potência. Os geradores de excitação independente são usados frequentemente em sistemas realimentados de controle, quando é necessário controlar a tensão de armadura dentro de uma ampla faixa. **[5]**.

O diagrama de ligações de uma máquina de corrente contínua com excitação independente está ilustrado na Figura 7.



Figura 7 - Circuito equivalente da máquina de corrente contínua com excitação independente.

onde

- V_F tensão contínua de alimentação do campo em V
- V_T tensão obtida nos terminais da armadura em V
- $E_A tensão \ gerada \ na \ armadura \ em V$
- I_f corrente no campo em A
- $I_A corrente$ na armadura em A
- $\Delta Vesc queda de tensão por contato nas escovas em V$
- R_{aj} resistência para controle da corrente de campo em Ω
- R_f resistência própria da bobina do campo em Ω
- N_f número de espiras da bobina do campo
- $R_A-resistência própria do enrolamento de armadura em <math display="inline">\Omega$
- R_I resistência própria do enrolamento de interpolo em Ω
- R_{C} resistência própria do enrolamento de compensação em Ω

Os enrolamentos de campo de um gerador auto excitado podem ser conectados de três modos diferentes:

O campo pode ser ligado em série com a armadura, resultando em uma máquina série, cujo circuito equivalente é ilustrado na Figura 8. Esse tipo de máquina tem a bobina indutora ligada em série com o enrolamento do rotor, sendo, por este motivo, as bobinas indutoras constituídas por fio grosso e com poucas espiras, o que faz com que esta máquina seja bastante robusta.



Figura 8 – Circuito equivalente da máquina de corrente contínua série.

onde

 I_L – corrente de carga em A

I_s – corrente de campo série em A

 R_{S} – resistência campo série em Ω

 $N_S - n$ úmero de espiras campo

O campo pode ser conectado em paralelo com a armadura, resultando em uma máquina *shunt*, e a tensão de alimentação do campo é a própria tensão terminal gerada, como ilustrado na Figura 9.



Figura 9 - Circuito equivalente da máquina de corrente contínua shunt.

A máquina *shunt* tem o campo ligado em paralelo com o enrolamento do rotor. A sua bobina indutora possui elevada resistência devido ao número elevado de espiras de fio fino, que devem conduzir um valor baixo de corrente. Além disso a sua velocidade é praticamente constante desde vazio até a plena carga. **[6]**.

O campo pode ainda estar dividido em duas seções, uma das quais é conectada em série e a outra, em paralelo com a armadura, resultando em uma máquina composta, como ilustrado na Figura 10.



Figura 10 - Circuito equivalente da máquina de corrente contínua composta.

Esta máquina possui as mesmas características da máquina série, além de possuir um bom conjugado de partida e poder partir sem carga ligada no eixo. Um motor de corrente contínua série nunca pode ser ligado diretamente na rede elétrica sem carga ligada no seu eixo, pois a velocidade do mesmo aumenta indefinidamente.

Nestas máquinas auto excitadas, deve estar presente um magnetismo residual no ferro da máquina para que o processo de auto excitação possa iniciar-se. Os efeitos do magnetismo residual podem ser vistos claramente na Figura 11, onde o fluxo e a tensão são diferentes de zero quando a corrente de campo é nula.



Figura 11 - Forma típica das curvas de magnetização de uma máquina de corrente contínua.

2.1 Gerador de Corrente Contínua

Neste trabalho é estudado, tanto na simulação quanto na parte prática, apenas a característica da tensão nos terminais do gerador em função da corrente de carga, para o gerador com excitação independente, shunt e composto longo (aditivo e subtrativo). Em todos os casos serão analisadas as relações da tensão nos terminais com a corrente de carga.

No caso do gerador com excitação independente, ilustrado na Figura 12, tem-se que:

$$I_A = I_L \tag{2}$$

$$V_F = (R_{aj} + R_f) \times I_f \tag{3}$$

$$V_T = E_A - R_A \times I_A \tag{4}$$

$$E_A = K \times \Phi \times \omega_R \tag{5}$$

onde

 $\Phi - fluxo$ do enrolamento de campo em Wb

 ω_R – velocidade do rotor em rad/s

$$K = \frac{p \times z}{2 \times \pi \times a} \tag{6}$$

em que

z = número de condutores do enrolamento da armadura

a = número de caminhos paralelos



Figura 12 - Circuito equivalente do gerador com excitação independente.

No caso do gerador Shunt, ilustrado na Figura 13, tem-se que:

$$I_A = I_L + I_f \tag{7}$$

$$V_T = E_A - R_A \times I_A \tag{8}$$

$$V_F = V_T = \left(R_{aj} + R_f\right) \times I_f \tag{9}$$

 $E_A = K \times \Phi \times \omega$



Figura 13 - Circuito equivalente do gerador de corrente contínua shunt.

O gerador shunt é também chamado de gerador de corrente contínua auto-excitado. A geração da tensão depende inicialmente do magnetismo remanescente ou residual existente no ferro da máquina. Se as ligações do circuito de campo estiverem corretas em relação às dos terminais da armadura, o fluxo residual no ferro da armadura induz uma pequena tensão no circuito de campo, que reforça o fluxo residual, daí por diante o processo se desencadeia até procurar o ponto de equilíbrio conforme ilustrado na Figura 13.



Figura 14 - Desencadeamento do processo de geração da tensão terminal do gerador shunt.

Observa-se que quanto maior for $R_T = R_{aj} + R_f$, menor é a tensão gerada.

(10)

No gerador composto longo, ilustrado na Figura 14, tem-se que:

$$I_A = I_S = I_L + I_f \tag{11}$$

$$V_T = E_A - (R_A + R_S) \times I_A \tag{12}$$

$$V_T = V_f = \left(R_f + R_{aj}\right) \times I_f \tag{13}$$

$$V_T = E_A - (R_A + R_S) \times (I_f + I_L) \tag{14}$$

$$E_A = K_A \times (\Phi_{sh} \Phi_{sr}) \pm \times \omega \tag{15}$$

onde

 $\Phi_{sh} - fluxo \ do \ campo \ shunt$

 $\Phi_{sr} - fluxo$ do campo série



Figura 15 - Circuito equivalente do gerador de corrente contínua Composto Longo.

É importante dizer que se a polaridade do enrolamento do campo série $N_S \times I_S$ for igual a do campo shunt $N_F \times I_F$ a força magnetomotriz soma, e se estiver em sentido oposto subtrai.

Quando o circuito do campo série contribui para adicionar o fluxo tem-se o gerador composto aditivo (cumulativo), ilustrado na Figura 14. E quando o circuito contribui para subtrair o fluxo tem-se o gerador composto subtrativo. Estas observações serão feitas na parte prática.



Figura 16 - Disposição das bobinas de campo no gerador de corrente contínua Composto Aditivo.

É interessante observar que à medida que a carga é aumentada, a tensão nos terminais aumenta para o gerador com enrolamento série, porque a corrente de armadura I_A aumenta.

2.2 Motor de Corrente Contínua

O circuito equivalente do motor é o mesmo do gerador com exceção do fluxo de corrente que é invertido. Relacionando a velocidade com a tensão de alimentação para o controle de velocidade nos motores de corrente contínua com excitação independente ou shunt, tem-se que:

$$E_A = k \times \Phi \times \omega_R \tag{16}$$

$$E_A = V_T - R_A \times I_A \tag{17}$$

Portanto,

$$\omega_R = \frac{V_T - R_A \times I_A}{K \times \phi} \tag{18}$$

O torque eletromagnético do motor é dado por:

$$T = K \times \Phi \times I_A \tag{19}$$

onde

T = torque induzido no eixo do motor

Então, substituindo (19) em (18), tem-se que:

$$\omega_R = \frac{V_T}{K \times \phi} - \frac{R_A \times T}{(K \times \phi)^2} \tag{20}$$

Neste caso, a velocidade pode ser controlada por V_T , tensão de alimentação da armadura, V_F , tensão de alimentação do enrolamento de campo e pela inserção de resistência em série com o circuito da armadura, caso do motor com excitação independente. A equação (20) mostra que diminuindo o V_T ou aumentando o V_F seria possível, por exemplo, reduzir a velocidade de rotação do eixo do motor.

Relacionando a velocidade com a tensão de alimentação para o controle de velocidade nos motores série ou com ligação composta, tem-se que:

$$E_A = k \times \Phi \times \omega_R = V_T - (R_A + R_S) \times I_A \tag{21}$$

Portanto,

$$\omega_R = \frac{V_T - (R_A + R_S) \times I_A}{K \times \phi} \tag{22}$$

Neste caso, a velocidade também pode ser controlada basicamente por V_T ou pela excitação de campo (que é diretamente proporcional à corrente I_F ou ao fluxo φ). A equação (22) mostra que diminuindo V_T ou aumentando o fluxo φ seria possível, por exemplo, reduzir a velocidade do eixo do motor.

3 Modelagem da Máquina de Indução Trifásica

Existem na literatura vários modelos matemáticos da máquina de indução trifásica que permitem a simulação digital da mesma. Esses modelos podem ser desenvolvidos nos eixos "dQO", alfa-beta, variáveis abc, etc. cada um com suas particularidades e considerações. **[7]**.

Nesta monografia é utilizada uma modelagem matemática desenvolvida por **[8]**, na qual foi modelada em variáveis "abc", incluindo na mesma a saturação magnética. Aqui é apresentado de forma resumida a modelagem e qualquer informação a mais pode ser encontrada nesta mesma referência.

3.1 Equações Elétricas

Chamando de "i" uma fase genérica que representa qualquer uma das fases "abc" do estator, e "ABC" do rotor, a sua tensão aplicada é: **[8]**

$$V_i = R_i \times i_i + \frac{d\lambda_i}{dt} \tag{23}$$

em que

 R_i – resistência da fase "i" i_i – corrente da fase "i" λ_i – concatenamento total de fluxo da fase "i" O termo λ_i é dividido em:

$$\lambda_i = \lambda_{d_i} + \lambda_{m_i} \tag{24}$$

em que

 $\lambda_{d_i} - fluxo \ de \ dispersão \ da \ fase "i"$

 $\lambda_{m_i} - fluxo$ magnetizante da fase "i"

e

$$\lambda_{d_i} = L_i \times i_i \tag{25}$$

em que

 L_i – indutância de dispersão da fase i

De (24) e (25), tem-se que:

$$i_i = \frac{\lambda_i - \lambda_{m_i}}{L_i} \tag{26}$$

O objetivo básico é obter λ_{m_i} , onde é incluído ou não a saturação da máquina. Como para se chegar a λ_{m_i} é envolvido um procedimento matemático longo e tedioso, é apresentada aqui a equação de λ_{m_i} , desenvolvida em [8].

$$\lambda_{m_i} = \sum_h F_h(\overline{FM}) \times \cos[h \times (\alpha - \theta_i)]$$
(27)

onde

h - harmônico

 $F_h(\overline{FM}) - função harmônica magnética, definindo o circuito magnético$

- α ângulo de posição da força magnetomotriz
- $\theta_i \hat{\mathbf{a}} ngulo \ de \ deslocamento \ espacial \ da \ fase$ "i"

Trabalhando mais com a modelagem segundo a referência [8], chega-se às equações:

$$f_R(\lambda) = \sum_i \frac{\lambda_i}{L_i} \times \cos \theta_i \tag{28}$$

$$f_I(\lambda) = \sum_i \frac{\lambda_i}{L_i} \times \sin \theta_i \tag{29}$$

Com um pouco mais de desenvolvimento feito em [8], chega-se a

$$A = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{L_S} + \frac{1}{L_R}\right) \tag{30}$$

$$f^{2}(\lambda) = f_{R}^{2}(\lambda) + f_{I}^{2}(\lambda)$$
(31)

$$F_1(\overline{FM}) = \frac{1}{A} \times f(\lambda) - \frac{1}{A} \times \overline{FM}$$
(32)

$$\tan \alpha = \frac{f_I(\lambda)}{f_R(\lambda)} \tag{33}$$

3.2 Equações Mecânicas

Segundo a referência [8] a equação para o torque eletromagnético é:

$$T_M = \frac{P}{2} \times \sum_h F_h(\overline{FM}) \times [i_A \times \sin(\alpha - \theta_R) + i_B \times \sin(\alpha - \theta_R - 120^\circ) + i_C \times \sin(\alpha - \theta_R + 120^\circ)]$$
(34)

$$T_m - T_c = J \times \frac{dW_R}{dt} + D \times W_R \tag{35}$$

$$W_R = \frac{d\theta_R}{dt} \tag{36}$$

É importante frisar que esta monografia tem o objetivo de observar as curvas características do motor de indução trifásico, curvas estas de torque eletromagnético, velocidade mecânica e corrente elétrica e fazer comparações dos valores em regime permanente com os valores calculados pelo circuito equivalente. Portanto este modelo considera apenas a operação da máquina na região linear da sua curva de magnetização.

4 Resultados e Discussões

Para confrontações teórico-experimentais, neste capítulo, são apresentados os resultados de simulação em computador para a máquina de corrente contínua funcionando como motor e como gerador, comparados com os obtidos experimentalmente. Para a operação como gerador são obtidos os gráficos da tensão terminal em função da corrente de carga, para o mesmo operando com excitação independente, shunt e composto longo (aditivo e subtrativo). Para a simulação da carga no laboratório foram utilizadas lâmpadas incandescentes ligadas em paralelo com os terminais da armadura da máquina. O eixo da máquina de corrente contínua foi acionado por um motor síncrono na velocidade nominal de 1800 RPM. Os dados de placa do motor síncrono são apresentados no Apêndice.

Para o funcionamento da máquina como motor foi feito o controle de velocidade apenas para o enrolamento de campo ligado independente do circuito da armadura (excitação independente), onde foi feito o controle da velocidade variando ora a tensão de alimentação do motor, ora o controle da excitação do enrolamento de campo, com o motor operando em vazio, sem carga ligada no eixo. São apresentados os gráficos da velocidade do eixo em função da corrente de armadura I_A . Os dados de placa da máquina de corrente contínua são apresentados no Apêndice.

Primeiramente são apresentados os gráficos do gerador e em seguida os do motor. Na simulação, foram utilizadas as equações presentes no Capítulo 2, relacionadas diretamente do circuito equivalente.

Nas Figuras 17 a e b, são mostrados os gráficos da tensão terminal em função da corrente de carga para o gerador com excitação independente da simulação e experimental, respectivamente.



Figura 17 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua com excitação independente. (a) Simulação. (b) Experimental.

Observa-se a partir das figuras uma grande semelhança entre os resultados.

As Figuras 18 a e b mostram os mesmos gráficos para o gerador shunt.



Figura 18 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua shunt. (a) Gráfico obtido da simulação. (b) Gráfico obtido experimentalmente.

Observa-se na Figura 18 uma significativa discrepância nos resultados de simulação e experimentais, visto que a modelagem da máquina de corrente contínua foi feita considerando apenas as equações do circuito equivalente, de forma simplificada, sem levar em consideração a dinâmica da máquina. Caso a máquina fosse modelada considerando toda a sua dinâmica os resultados ficariam mais próximos.

As Figuras 19 a e b mostram, respectivamente, os gráficos da simulação e experimental para o gerador de corrente contínua composto aditivo.



Figura 19 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua composto aditivo. (a) Simulação. (b) Experimental.

Observa-se que os gráficos são bastante semelhantes.

As Figuras 20 a e b mostram, respectivamente, os gráficos obtidos da simulação e experimental, para o gerador de corrente contínua composto subtrativo.



Figura 20 – Gráficos obtidos para o gerador de corrente contínua composto subtrativo. (a) Simulação. (b) Experimental.

A partir da Figura 20, percebe-se que há uma significativa discrepância nos resultados, havendo, na prática, um afundamento de tensão quando se adiciona carga nos terminais do gerador, ocasionando uma redução abrupta de corrente de tal maneira que a mesma passa a diminuir o valor da tensão terminal, mesmo com a adição de carga. Isto se deve ao fato de que a força magnetomotriz do campo série predomina sobre a do campo shunt e como o gerador é composto subtrativo a tensão nos terminais cai abruptamente. A diferença no gráfico da

simulação e o experimental, conforme já comentado, é que a máquina foi modelada diretamente do seu circuito equivalente não levando em consideração a sua dinâmica.

Em seguida são apresentados os resultados de simulação e experimentais para a máquina de corrente contínua operando como motor. Nesse caso foi considerado apenas o enrolamento de campo ligado em separado com o enrolamento da armadura (excitação independente), onde focalizou-se apenas os gráficos da velocidade em função da corrente de armadura, atuando na excitação do enrolamento de campo e na variação da tensão terminal. O motor foi operado em vazio, sem carga ligada no seu eixo.

As Figuras 21 a e b mostram, respectivamente, os gráficos obtidos da simulação e experimentalmente, da velocidade em função da tensão terminal do circuito de armadura para o controle de velocidade atuando na variação da tensão de alimentação do motor, mantendo a alimentação do enrolamento de campo constante.



Figura 21 – Gráficos obtidos para o motor de corrente contínua com excitação independente (diminuindo o V_T). (a) Simulação. (b) Experimento.

Observando-se a Figura 21, percebe-se que os gráficos são bastante semelhantes.

Vale lembrar que, para o motor de corrente contínua, normalmente o gráfico relaciona a velocidade angular com o torque aplicado no eixo da máquina. Mas como a máquina de corrente contínua não foi modelada dinamicamente e como as alterações no fluxo concatenado da bobina do estator e da velocidade angular impedem uma demonstração completa da modelagem dos circuitos equivalentes, considerou-se a variação da tensão terminal para facilitar os efeitos da tensão terminal sobre a velocidade do rotor. Além disso, o motor está operando em vazio e qualquer aumento da corrente de armadura se deve às perdas no ferro e mecânicas.

Atuando na excitação do enrolamento de campo, variando a sua tensão de alimentação, as Figuras 22 a e b mostram, respectivamente, os gráficos obtidos da simulação e experimentalmente, da velocidade em função da corrente do campo. Aqui a tensão terminal foi mantida constante.



Figura 22 – Gráficos obtidos para o motor de corrente contínua com excitação independente (aumentando o V_F). (a) Simulação. (b) Experimento.

Observa-se que, os gráficos estão mostrando a corrente do campo, que é diretamente proporcional à tensão de alimentação do campo. Desta forma, é possível considerar válido o uso da corrente para efeitos de comparação.

A diferença entre os gráficos se deve ao fato, como já comentado, de a máquina ter sido modelada diretamente do seu circuito equivalente sem levar em consideração todos os seus aspectos físicos.

Finalmente são apresentados os resultados de simulação da máquina de indução trifásica operando na região linear da sua curva normal de magnetização, onde o objetivo básico é comparar os valores eficazes da corrente nominal da simulação e os valores de torque nominal com os calculados pelo circuito equivalente, para o motor operando em vazio e com carga nominal no eixo. Também são mostrados os gráficos da velocidade do torque e das correntes em função do tempo para o motor operando em vazio e com carga nominal. Para a simulação foi utilizada a modelagem da máquina apresentada no Capítulo 3.

Os dados de placa do motor de indução e os parâmetros do circuito equivalente, obtidos através dos ensaios em vazio e de rotor bloqueado são mostrados no Apêndice.

É importante ressaltar que os terminais do estator do motor foram ligados em triângulo.

As Figuras 23 a, b e c mostram, respectivamente, os gráficos do torque, da velocidade e da corrente do estator, obtidos de simulação para o motor de indução trifásico operando em vazio, em função do tempo.



Figura 23 – Gráficos obtidos de simulação para o motor de indução trifásico operando em vazio. (a) Curva Torque x Tempo. (b) Curva Velocidade Angular x Tempo. (c) Curva Corrente x Tempo.

No caso da Curva Torque x Tempo, cujo gráfico foi ampliado na Figura 24, observa-se que a oscilação estabilizou em torno do eixo horizontal com amplitude de \pm 0,06 $N \times m$. As mudanças de sentido ocorrem porque o sistema não está amortecido, o que pode ser justificado pelo fato de o motor estar operando em vazio.



Figura 24 - Gráfico obtido da ampliação da Curva Torque x Tempo para o motor operando em vazio.

No caso da Curva Velocidade x Tempo, cujo gráfico foi ampliado na Figura 25, observase que a velocidade praticamente estabiliza em 1800 RPM.



Figura 25 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Velocidade x Tempo para o motor operando em vazio.

No caso da Curva Corrente x Tempo, cujo gráfico da corrente foi ampliado na Figura 26, observa-se que a oscilação estabilizou em torno do eixo horizontal originando senóides com amplitudes de 2A.



Figura 26 - Gráfico obtido da ampliação da Curva Corrente x Tempo para o motor operando em vazio.



As Figuras 27 a, b e c mostram os mesmos gráficos para o motor operando com carga nominal no eixo.

Figura 27 – Gráficos obtidos de simulação para o motor de indução trifásico operando com carga nominal. (a)
 Curva Torque x Tempo. (b) Curva Velocidade Angular x Tempo. (c) Curva Corrente x Tempo.

Na Figura 27 observa-se que, decorrido aproximadamente 1s, o sistema entra em regime permanente. No caso da Curva Torque x Tempo, cujo gráfico foi ampliado na Figura 28, observa-se que a oscilação estabilizou em 8,2 $N \times m$.



Figura 28 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Torque x Tempo para o motor operando com carga nominal. No caso da Curva Velocidade x Tempo, cujo gráfico foi ampliado na Figura 29, observase que a velocidade estabiliza em 1788 RPM.



Figura 29 – Gráfico obtido da ampliação da Curva Velocidade x Tempo para o motor operando com carga nominal.

No caso da Curva Corrente x Tempo, cujo gráfico foi ampliado na Figura 30, observase que a oscilação estabilizou em torno do eixo horizontal dando origem a senóides com amplitudes de 4,31A.



Figura 30 - Gráfico obtido da ampliação da Curva Corrente x Tempo para o motor operando com carga nominal.

Para fins de comparação dos valores em regime permanente do torque nominal, o valor eficaz da corrente da fase do estator da simulação, foi feito um cálculo destes valores a partir do circuito equivalente do motor. Para isto, o escorregamento foi obtido a partir das velocidade em vazio e com carga nominal da simulação, no regime permanente. Como o motor é de 4 polos, a velocidade do campo girante é:

 $\omega_{S} = \frac{120 \times F}{P} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \, RPM$

Em vazio, da simulação a velocidade em vazio é aproximadamente $\omega_R = 1800 RPM$, onde $S = \frac{\omega_S - \omega_R}{\omega_S} \times 100 \rightarrow (S = 0)$

Portanto o circuito equivalente fica como ilustrado na Figura 31.



Figura 31 – Circuito equivalente para o motor de indução operando em vazio.

Resolvendo este circuito, tem-se I_S .

Com carga nominal, $\omega_R = 1788 RPM$, onde $S = \frac{1800 - 1788}{1800} \approx 0,007$

O circuito equivalente fica como ilustrado na Figura 32.



Figura 32 – Circuito equivalente para o motor de indução operando com carga nominal.

Resolvendo este circuito, obtém-se I_S e o torque nominal.

A Tabela 1 mostra os valores eficazes das correntes da fase "a" do estator em vazio e com carga nominal, calculados do circuito equivalente em regime permanente e da simulação, bem como os valores do regime permanente do torque nominal e em vazio.

	I _S	I _S	T_N	T_N	ω_R	ω_R
	Vazio	Carga Nominal	Vazio	Carga Nominal	Vazio	Carga Nominal
Circuito Equivalente	2,45	3,98	0	8,26	1800	1788
Simulação	1,41	3,05	0	8,20	1800	1788

Tabela 1 – Valores eficazes das correntes da fase "a" do estator em vazio e com carga nominal.

A diferença nos valores eficazes das correntes em vazio e com carga nominal e dos torques se deve ao fato de que a modelagem não contempla as perdas no ferro e mecânicas, sendo que as mesmas existem fisicamente na prática.

5 Conclusões

Pela modelagem matemática das máquinas de corrente contínua e do motor de indução trifásico, considerando a sua operação na região linear, pode-se obter conclusões importantes com relação às curvas características destas máquinas elétricas, devido ao efeito de inclusão de carga ou de variação de tensão nos seus terminais.

Para as máquinas de corrente contínua, verificou-se que é possível aproximar as suas curvas características a partir do seu próprio circuito equivalente, com relativa fidelidade, sem a necessidade de fazer uma modelagem completa da dinâmica física da máquina. Com exceção do gráfico obtido para o gerador de corrente contínua composto subtrativo, que sofre um afundamento de tensão em seus terminais quando se adiciona carga, foi possível verificar a idéia geral do funcionamento da máquina operando como motor ou gerador.

Para as máquinas de indução trifásicas, com relação ao torque produzido pelo motor de indução, verificou-se que existe uma grande proximidade entre os valores calculados pelo circuito equivalente e os valores gerados pela simulação. O não contemplamento das perdas no ferro e mecânicas na modelagem da simulação mostra que essas perdas provocam o surgimento de maiores correntes do estator, exigindo um material de melhor qualidade para o projeto de uma máquina, por exemplo. As perdas no ferro e mecânicas atuam, de forma final, exigindo maiores correntes e um maior estresse do motor para se realizar o mesmo trabalho.

Como sugestão de um trabalho futuro, poderiam ser implementadas simulações com uma modelagem completa da máquina de corrente contínua, considerando toda a sua dinâmica, incluindo os motores shunt e composto (longo e curto).

Referências Bibliográficas

CASOS

[01] Fitzgerald, A. E. (2008). Máquinas Elétricas. Com introdução à eletrônica de potência. pp. 174 - 177	14
[02] Fitzgerald, A. E. (2008). Máquinas Elétricas. Com introdução à eletrônica de potência. pp. 230 - 232	14
[03] The MathWorks, Simulink	14
[04] Sen, P.C. (1997). Principles of Electric Machines and Power Electronics. Second Edition. pp. 212	16
[05] Fitzgerald, A. E. (2008). Máquinas Elétricas. Com introdução à eletrônica de potência. pp. 347	20
[06] Sturm, Wilerson. Apostila de Acionamentos. Revisado por Lílian Schultz. REV.00 pp. 23	22
[07] Geaquinto, H. D., Assunção, J. T. (2006) Desenvolvimento de um algoritmo para a simulação do motor de	e
indução trifásico	29
[08] Resende, J. T.; Modelagem da Máquina de Indução Trifásica, Incluindo a Saturação Magnética - Análise	
Dinâmica do Gerador de Indução Auto-Excitado, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia,	
UFU, Minas Gerais, 1999, 150p. p. 18-50.	29
[09] Chapman, J. S. (2005). Electric Machinery Fundamentals 4th edition, Mc GrawHill	
[10] Kosow, Irving L. Máquinas Elétricas e Transformadores	

[11] Del Toro, Vincent. (1999). Fundamentos de Máquinas Elétricas

Apêndice

Dados de placa do motor síncrono:

Tensão da armadura: V = 220 VCorrente nominal da armadura: $I_A = 9,1 A$ Potência desenvolvida no eixo: P = 2 kWRotação nominal: $\omega_N = 1800 RPM$ Tensão do enrolamento de campo: V = 220 VCorrente do enrolamento de campo: I = 0,6 AFrequência nominal de operação: 60 Hz

Dados de placa da máquina de corrente contínua:

Tensão da armadura: V = 220 V Corrente nominal da armadura: I_A = 9,1 A Potência desenvolvida no eixo: P = 2 kW Rotação nominal: ω_N = 1800 RPM Frequência nominal de operação: 0 Hz

Medições da máquina de corrente contínua:

A resistência de armadura, R_A , da máquina de corrente contínua foi medida e vale

$$R_A = 3,7 \ \Omega$$

A resistência do campo shunt, R_{Sh} , da máquina de corrente contínua foi medida e vale $R_{Sh} = 344 \,\Omega$

A resistência do campo série, R_S , da máquina de corrente contínua foi medida e vale $R_S = 0.8 \ \Omega$

Dados de placa do motor de indução:

Tensão da armadura: V = 220 VCorrente nominal da armadura: $I_A = 9 A$ Potência desenvolvida no eixo: P = 2,24 kWFator de potência: FP = 0,8 Frequência nominal de operação: 60 Hz Rotação nominal: $\omega_N = 1690 RPM$

Parâmetros do circuito equivalente do motor de indução obtidos através dos ensaios em vazio e de rotor bloqueado:

Reatância de magnetização: $X_m = 89,58\Omega$

Resistência do rotor bloqueado: $R_{R_B} = 0,524\Omega$

Reatância do estator: $X_S = 6,63\Omega$

Reatância do rotor bloqueado: $X_{R_B} = 6,63\Omega$.