

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**RAFAEL IRIA RODRIGUES**

**ANÁLISE DE CONTROLE APLICADA A UM  
SISTEMA TÉRMICO-LUMINOSO**

**VIÇOSA  
2013**

**RAFAEL IRIA RODRIGUES**

**ANÁLISE DE CONTROLE APLICADA A UM  
SISTEMA TÉRMICO-LUMINOSO**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Santos Brandão

VIÇOSA  
2013



**RAFAEL IRIA RODRIGUES**

**ANÁLISE DE CONTROLE APLICADA A UM SISTEMA TÉRMICO  
LUMINOSO**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 - Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 19 de Julho de 2013.

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Alexandre Santos Brandão - Orientador  
Universidade Federal de Viçosa

---

Prof. Dr. Tarcísio de Assunção Pizziolo - Membro  
Universidade Federal de Minas Gerais

---

Prof. Dr. Denilson Eduardo Rodrigues - Membro  
Universidade Federal do Espírito Santo

*Dedico a conclusão desse trabalho primeiramente a Deus, aos meus pais, família e amigos por todo o apoio necessário durante todos esses anos de curso. Dedico também aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica, pela dedicação de cada um deles em ensinar aos alunos essa arte chamada Engenharia Elétrica.*

# *Agradecimentos*

Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica pela dedicação, por todo o conhecimento transmitido em sala de aula, pela amizade e companheirismo. Um agradecimento especial aos professores Denilson Eduardo Rodrigues, Tarcísio de Assunção Pizziolo e Heverton Pereira, com os quais tive a oportunidade de estagiar e desenvolver algum projeto acadêmico. Não poderia esquecer o Professor Alexandre Brandão que me orientou nesse Trabalho de Conclusão de Curso, com o qual tive a oportunidade de aprender tais técnicas de controle apresentadas nesse trabalho (Além de me apresentar o LaTeX).

Um agradecimento ao Professor Alexandre Tadeu Gomes de Carvalho (Departamento de Física - UFV) pela oportunidade concedida em ministrar cursos de eletrônica e eletricidade com alunos da universidade e da cidade de Viçosa, e ao professor Fernando Falco Pruski (Departamento de Engenharia Agrícola - UFV), pela oportunidade em desenvolver projetos acadêmicos de Engenharia Elétrica aplicados à área de Engenharia Agrícola, na disciplina estágio supervisionado.

Não poderia esquecer alguns amigos que foram grandes professores durante esses seis anos de curso, como o Carlos Castelano (Carlim), Fabiano e Gianey (Hez). Três grandes amigos (e colegas de sala de aula) que me deram todo apoio nos momentos de dificuldade que o curso de Engenharia Elétrica proporcionou. Nunca negaram ajuda, e sempre fizeram um grande esforço para que eu caminhasse ao lado deles na estrada do conhecimento. A eles, deixo aqui registrado o meu MUITO OBRIGADO! Não poderia esquecer os companheiros da turma ELT 2007, pelos momentos únicos de diversão, companheirismo, sabedoria, noites e madrugadas na Biblioteca e principalmente por fazerem dessa turma uma família.

Aos amigos de longa jornada Marcelo, Rafael (Bujas), Hugo, Lucas (Micelio), Geraldo e minha amiga Lorena, que foram, são e serão o meu refúgio, minha diversão e meu braço direito. São anos de amizade e mesmo com muitos deles já formados a amizade não acabou e tenho a certeza de que nunca acabará. Meus parceiros, MUITO OBRIGADO!

Se hoje escrevo esse agradecimento é porque ela apareceu para mim justo quando

pensei em desistir, abandonar e mudar de curso. Débora é meu exemplo de persistência, de dedicação e sabedoria. É o meu colo quando preciso de conselhos, meu ombro amigo quando preciso de ajuda e é minha mão quando preciso de um puxão de orelha. Obrigado por acreditar que um dia eu poderia estar aqui defendendo meu projeto final e realizando meu sonho. Obrigado por caminhar ao meu lado e compartilhar comigo suas virtudes. Dedico o sucesso desse projeto final á ela e aos meus pais.

Meus pais, como eles sofreram! Vencer a Engenharia Elétrica não foi fácil, foram longas batalhas desleais. Não digo que venci, mas sim VENCEMOS. Não venci sozinho porque sem eles eu não teria conseguido e não foi só durante o curso de graduação, mas desde a pré-escola. Sempre se esforçaram ao máximo para educar minhas irmãs e eu, proporcionando as oportunidades que não tiveram. Muito obrigado, Papai e Mamãe, porque de todos os presentes que já me deram o maior estou recebendo agora que é a realização desse sonho. Para os senhores eu tiro o meu chapéu como forma de respeito e gratidão por tudo que fizeram e fazem por mim. MUITO OBRIGADO!

Se eu não falar dessas duas “o bicho pega”quando eu publicar esse agradecimento. Não poderia esquecer das minhas irmãs porque elas foram importantes durante minha graduação e continuarão sendo, porque elas fazem parte da minha família. Muito obrigado a vocês duas, principalmente pelos momentos de gargalhadas e diversão que descontraíam nosso ambiente familiar e é claro, pelo carinho de vocês que é único.

Á minha família; avós, tios, primos, cunhados e concunhados que são, junto aos meus pais, a base da minha formação pessoal. Todos eles são únicos e especiais, simplesmente porque são a minha família! Muito obrigado a todos vocês pelos ensinamentos, pelo amor, pelo carinho e pelo respeito, não só comigo mas um pelo outro. Hoje sou a soma de cada um de vocês.

Muito obrigado Deus por conceder esse momento único em estar aqui hoje escrevendo um breve agradecimento a pessoas tão importantes em minha vida, pessoal e profissional, e principalmente por ter me guiado até aqui, independente do caminho tomado, seja ele longo ou curto, mas cumprindo meu dever e alcançando a glória. Obrigado Santa Rita por indicar o caminho quando tudo parecia estar perdido. Obrigado UFV por abrir a portas ao conhecimento e Obrigado Cidade de Viçosa porque tudo que sou, vivi e aprendi foi aqui!

*Rafael Iria Rodrigues*

*“A gravidade explica os movimentos dos planetas, mas não pode explicar quem colocou os planetas em movimento. Deus governa todas as coisas e sabe tudo que é ou pode ser feito. ”*

*(Sir. Isaac Newton)*

# *Resumo*

Nesse trabalho foi feita uma análise de controle aplicada a um sistema térmico-luminoso. O Protótipo desenvolvido é composto por uma lâmpada, responsável por fornecer luminosidade ao ambiente, um sensor de luminosidade, um sensor de temperatura e um *cooler*, responsável por dissipar o calor apreendido entre a lâmpada e o ponto onde se encontra a medição de calor. Determinado as funções de cada componente do protótipo, foi feito uma modelagem matemática capaz de descrever seu comportamento dinâmico (através de análises em Modelagem e Identificação de Sistemas). Em seguida, foram projetados controladores PID (Proporcional Integral Derivativo) capazes de gerenciar as variáveis da malha térmico-luminosa e a estratégia de controle utilizada teve como base o modelo explícito do sistema. A motivação para esse trabalho deve-se a aplicabilidade desse projeto em indústrias hortifrutigranjeiras, onde o controle da temperatura e da luminosidade é de extrema necessidade, visto que o sucesso na produtividade depende da eficiência do modelo proposto. Serão apresentados e aplicados dois conceitos definidos como Controlabilidade e Observabilidade que são ferramentas capazes de informar (através de operações com as matrizes de espaço-estado) se o modelo projetado consegue colocar as variáveis controladas em qualquer ponto do subespaço controlável (determinado pelas limitações físicas) e se elas são capazes de retornar as condições iniciais quando aplicado entrada nula ao sistema. Essa análise deve-se a dificuldade de controlar as variáveis temperatura e luminosidade quando ambas são fornecidas pela mesma fonte. A princípio, o protótipo possui características SIMO (*Single Input - Multiple Output*), dando suporte a um modelo de características MIMO (*Multiple Input - Multiple Output*). Por fim, foi feito a análise com as matrizes de espaço-estado do sistema e ao final dos testes, verificou-se que o protótipo proposto é controlável e observável, dentro de sua limitação física. É apresentado como resultado: Curvas de resposta, Funções de Transferência, Equações de Espaço-Estado, Cálculo da Controlabilidade e da Observabilidade e Cálculo dos Graminianos.

# *Sumário*

## **Lista de Figuras**

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
1.1	Descrição do Protótipo . . . . .	14
1.1.1	Introdução . . . . .	14
1.1.2	Instrumentação do Protótipo . . . . .	16
1.2	Análise de Controle . . . . .	17
1.2.1	Introdução . . . . .	17
1.2.2	Definição de Controlabilidade . . . . .	18
1.2.3	Definição de Observabilidade . . . . .	18
1.2.4	Teorema da Realização . . . . .	19
1.3	Modelagem e Identificação do Sistema Proposto . . . . .	20
1.4	Projeto das Malhas de Controle . . . . .	21
1.4.1	Controlador PID . . . . .	21
1.5	Objetivo Geral . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Materiais e Métodos</b>	<b>23</b>
2.1	Modelagem Matemática do Protótipo . . . . .	23
2.1.1	Introdução . . . . .	23
2.1.2	Escolha do Melhor Modelo Matemático . . . . .	25
2.2	Análise de Controle . . . . .	28
2.2.1	Cálculo da Matriz de Transferência . . . . .	29

2.2.2	Análise de Controle da Malha SIMO . . . . .	30
2.2.3	Análise de Controle da Malha MIMO . . . . .	31
2.2.4	Análise de Controle do Sistema MIMO Projetado . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>35</b>
3.1	Interpretação dos Resultados . . . . .	35
3.2	Simulação das Malhas de Controle Projetadas . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Conclusões</b>	<b>45</b>
	<b>Referências</b>	<b>47</b>

# *Lista de Figuras*

1	Influência da Temperatura na Fotossíntese. . . . .	13
2	Influência da Luminosidade na Fotossíntese. . . . .	13
3	Montagem do Protótipo. . . . .	14
4	Diagrama de Blocos do Modelo Malha Aberta - SIMO. . . . .	15
5	Diagrama de Blocos do Modelo Malha Aberta - MIMO. . . . .	15
6	Sensor de Temperatura e sua Respectiva Montagem Eletrônica. . . . .	16
7	Sensor de Luminosidade e sua Respectiva Montagem Eletrônica. . . . .	16
8	Construção do Protótipo. . . . .	17
9	Diagrama de Blocos do Controle PID. . . . .	22
10	Sistema de Aquisição de Dados. . . . .	24
11	Arquitetura do Toolbox Utilizado. . . . .	24
12	Relação Temperatura e Potência na Lâmpada. . . . .	25
13	Relação Temperatura e Potência no <i>Cooler</i> . . . . .	26
14	Sistema de Controle Projetado. . . . .	26
15	Modelo SIMO com as Respectivas Funções de Transferência.. . . . .	27
16	Modelo MIMO com as Respectivas Funções de Transferência.. . . . .	27
17	Malha Completa do Protótipo Proposto. . . . .	29
18	Matriz (B) do Modelo MIMO. . . . .	38
19	Submatriz (B) Correspondente a Malha SIMO. . . . .	38
20	Submatriz (B) Correspondente a Malha SISO. . . . .	38
21	Controle Luminoso para a Situação 01 ( $U_2 = 100\%$ ). . . . .	40
22	Controle Térmico para a Situação 01 ( $U_1 = 20^\circ\text{C}$ e $U_2 = 100\%$ ). . . . .	40

23	Controle Térmico para a Situação 01 ( $U1 = 45^{\circ}\text{C}$ e $U2 = 100\%$ ). . . . .	41
24	Controle Térmico para a Situação 01 ( $U1 = 60^{\circ}\text{C}$ e $U2 = 100\%$ ). . . . .	41
25	Controle Luminoso para a Situação 02 ( $U2 = 50\%$ ). . . . .	42
26	Controle Térmico para a Situação 02 ( $U1 = 20^{\circ}\text{C}$ e $U2 = 50\%$ ). . . . .	42
27	Controle Térmico para a Situação 02 ( $U1 = 32^{\circ}\text{C}$ e $U2 = 50\%$ ). . . . .	43
28	Controle Térmico para a Situação 02 ( $U1 = 45^{\circ}\text{C}$ e $U2 = 50\%$ ). . . . .	43
29	Controle de Luminosidade sem Saturador. . . . .	44
30	Controle de Luminosidade com Saturado. . . . .	44

# 1 *Introdução*

Na atualidade, praticamente todos os processos industriais utilizam sistemas de controle capazes de regular variáveis de interesse a valores desejados, muitas vezes de forma simultânea. Para esse caso, a literatura introduz o conceito de sistemas MIMO (*Multiple Input - Multiple Output*), o que é capaz de estudar o comportamento de múltiplas variáveis de saída, quando sujeitas a várias ações de controle. Quando comparado a sistemas SISO (*Single Input - Single Output*), SIMO (*Single Input - Multiple Output*) e MISO (*Multiple Input - Single Output*), observa-se que praticamente todas as ações de controle em uma planta industrial operam com características MIMO, visto que, em muitos casos, as variáveis controladas partem da mesma fonte, dificultando assim as ações de controle. Pode-se dizer ainda que os avanços tecnológicos estejam diretamente ligados aos inúmeros estudos e desenvolvimentos de projetos voltados ao controle multivariável de um sistema.

Nesse contexto, Bortolosso, 2010 [1], propõe realizar a simulação de um sistema com a arte da tecnologia MIMO. O simulador proposto permite avaliar o desempenho dos códigos em espaço-estado frente a diversos canais do IEEE com características de atenuação distintas. O objetivo foi obter como variáveis de saída as mesmas variáveis de entrada no sistema, independentemente da configuração das antenas.

Por sua vez, um controle multivariável ativo-adaptativo de vibrações aplicado em estruturas aeronáuticas é apresentado em Marra et al, 2010 [2], onde a planta teve suas funções de resposta em frequências reconstruídas através da metodologia de autovalores e autovetores, cujo os valores são provenientes de uma modelagem numérica. Esse trabalho teve como objetivo fazer o controle do posicionamento aerodinâmico das aeronaves (variáveis de saída) a partir das vibrações (variáveis de entrada) obtidos de diferentes pontos do veículo aéreo. Para esse caso, foi considerado o acoplamento físico existente entre todos os pontos de observação da planta, sendo que, para esse sistema com múltiplas entradas, a vibração observada é composta pela resposta da planta a todas as fontes de perturbação.

Uma versão mais aprofundada de sistemas MIMO são aqueles com múltiplos objetivos

de controle, como, por exemplo, em Silva, 2009 [3], onde é necessária a monitoração e controle da temperatura e umidade em secadores de massa alimentícia. O objetivo foi propor um sistema capaz de executar com precisão a leitura da umidade no interior dos alimentos utilizando microondas e sensores de temperatura e umidade baseados em semicondutores integrados. A grande dificuldade envolvida nesse projeto foi que, com o aumento da temperatura local aumentava também a umidade relativa em torno da massa alimentícia, caracterizando assim um sistema cujas variáveis controladas geram conflito quando sujeitas às ações de controle conjuntas.

Devido à aplicabilidade e a importância de se dominar a tecnologia MIMO, é necessária uma análise mais profunda no intuito de detectar o que acontece com as variáveis controladas de um sistema quando uma interfere no comportamento da outra. Na literatura escrita por Dominguéz et al, 2006 [4], é afirmado que qualquer sistema com característica SIMO jamais será controlável, visto que o comportamento das variáveis de estado dependem exclusivamente de uma única entrada, indicando assim uma dependência linear entre os estados do sistema. A partir dessa análise, observa-se que, para o projeto de controle multivariável, deve-se tomar o cuidado quanto a existência de um bloco de controle com características SIMO. Existem alguns métodos que identificam essa dependência linear entre as variáveis de um sistema, sendo de extrema importância no processo de caracterização e realização da malha de controle. Nessa literatura, é definido o conceito de Controlabilidade e Observabilidade que utilizam técnicas de geometria analítica (baseadas em representações de autovalores e autovetores) aplicadas às matrizes do modelo espaço de estados. A partir disso, é possível verificar matematicamente se as variáveis controladas de um sistema obedecem às ações de controle de forma independente ou se estão linearmente dependentes umas as outras.

A motivação do presente trabalho em aplicar a análise de controle em um sistema MIMO térmico-luminoso está na aplicabilidade do modelo em diversas áreas, com destaque nas indústrias hortifrutigranjeiras, onde o sucesso na produtividade depende da eficiência das ações de controle solicitadas. Para o desenvolvimento desse trabalho, será utilizado como exemplo um protótipo similar ao sistema utilizado em estufas artificiais, onde se faz necessário o controle conjunto da temperatura e da luminosidade [5, 3, 6]. As análises de controle apresentadas se fazem necessárias para esse exemplo, visto que a fonte geradora de luminosidade dissipa calor ao ambiente e tanto a luminosidade quanto a temperatura são variáveis importantes para o processo de fotossíntese (responsável pelo crescimento das plantas)[4, 7].

### Temperatura Vs Luminosidade

A Figura 1 é a representação gráfica da fotossíntese em relação à temperatura ambiente. Observa-se que, a uma temperatura controlada de aproximadamente  $35^{\circ}\text{C}$ , a planta realiza sua produção máxima de energia, sendo esse o ponto ótimo para o seu crescimento.

O mesmo pode ser observado na Figura 2, que demonstra a influência da luminosidade na produção de energia da planta [14]. Pela figura, observa-se que o intervalo I o consumo de energia é maior que a produção de fotossíntese. O ponto II é caracterizado pela diferença zero, onde tudo que é produzido é consumido pela planta. Já o intervalo III é a condição ideal para o crescimento da planta visto que há o acúmulo de energia produzido pela fotossíntese.

A importância de se projetar um controlador eficiente vai além do aumento na produtividade. Pode ser observado claramente na figura 2 que na reação III, em algum momento o aumento da luminosidade não interfere mais no aumento da fotossíntese, sendo ela permanecendo constante (Saturação Biológica). Dessa forma, para estufas artificiais, o

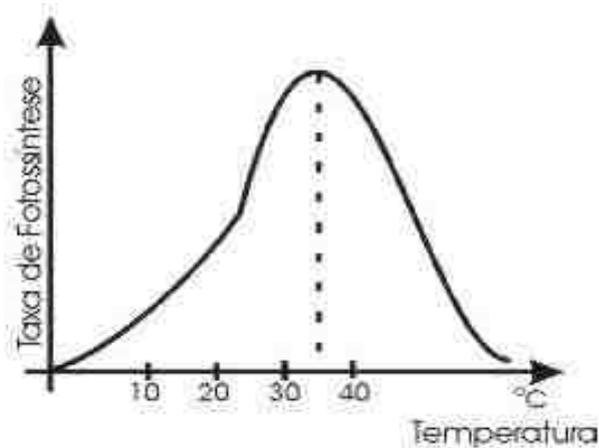


Figura 1: Influência da Temperatura na Fotossíntese.

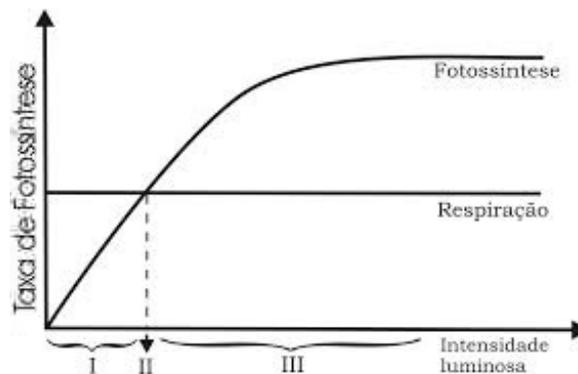


Figura 2: Influência da Luminosidade na Fotossíntese.

aumento da luminosidade a partir desse ponto não irá aumentar a produção de energia pela planta, mas sim aumentará o desperdício de energia pela lâmpada que por sua vez esta diretamente ligada aos gastos financeiros com a produção.

## 1.1 Descrição do Protótipo

### 1.1.1 Introdução

De acordo com a motivação apresentada em analisar um sistema MIMO térmico-luminoso, foi feito um protótipo para representar a dinâmica das variáveis controladas em uma estufa artificial, mostrado na Figura 3 . Foram utilizados os seguintes materiais:

- Uma lâmpada (12 v, 24 w);
- Sensor de temperatura (LM 35);
- Sensor de luminosidade (LDR);
- Três *coolers* (12 v, 5.52 w).

Os cálculos e análises apresentadas nesse trabalho foram feitos para uma lâmpada (fornecendo brilho e calor) e três *coolers* (dissipando o calor). Vale comentar que os mesmos cálculos e análises podem ser feitos para quantas lâmpadas e quantos coolers forem necessários desde que instalados em paralelo, respectivamente.

Primeiramente, foi instalado o modelo malha aberta do sistema SIMO, composto pela malha luminosa e pela malha térmica (correspondente a dissipação de calor da lâmpada



Figura 3: Montagem do Protótipo.

para o ambiente), sucedido por um modelo MIMO com a instalação da malha de resfriamento, como mostrado nas Figuras 4 e 5.

Visualmente, observa-se que para o modelo apresentado na Figura 4, as variáveis temperatura e luminosidade não podem ser controladas de forma independente [3, 4]. Já na Figura 5, com a adição da malha de resfriamento, é possível controlar uma faixa de temperatura independentemente da luminosidade solicitada. Essa análise visual não é o bastante e nem deve ser levado em consideração para a construção de um protótipo e suas respectivas ações de controle. Dessa forma, será feita a análise mais profunda do sistema verificando sua capacidade de gerenciar as variáveis temperatura e luminosidade dentro de um subespaço definido por suas limitações físicas. Essa análise requer o estudo de dois conceitos definidos como Controlabilidade e Observabilidade [4].

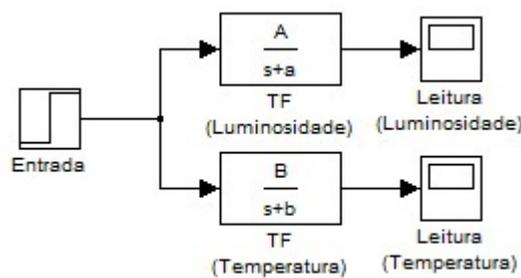


Figura 4: Diagrama de Blocos do Modelo Malha Aberta - SIMO.

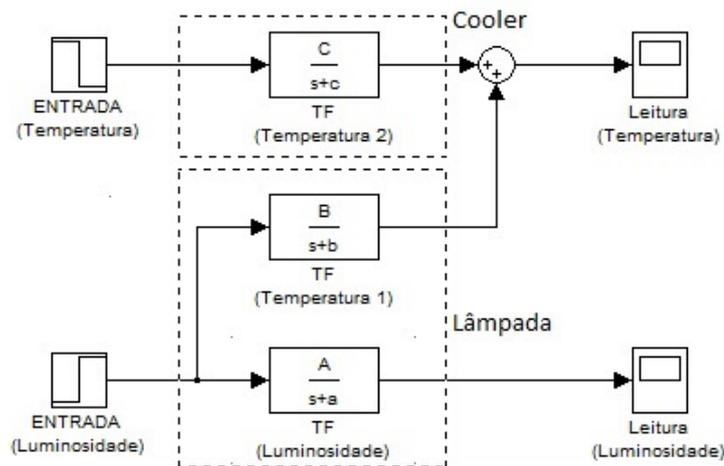


Figura 5: Diagrama de Blocos do Modelo Malha Aberta - MIMO.

### 1.1.2 Instrumentação do Protótipo

Foram utilizados os sensores LM35 e LDR como medidores de temperatura e luminosidade, respectivamente. A Figura 6 corresponde ao sensor LM35 utilizado, que tem como principal característica uma escala linear de 10mV por 1°C, dentro de uma faixa de -55°C a 150°C.

Já a Figura 7 corresponde ao sensor de luminosidade LDR onde a principal característica é a diminuição da resistência elétrica com o aumento da luminosidade ambiente. Para esse trabalho, utilizou-se uma escala, em porcentagem de luminosidade, com o limite máximo de 0 a 100%.

Foi construído um protótipo com objetivo de descrever o comportamento dinâmico das variáveis temperatura e luminosidade, conforme a Figura 8. No protótipo utilizado encontram-se as malhas de aquecimento, resfriamento e suas respectivas medições de temperatura e luminosidade. O objetivo de sua realização é para a aquisição temporal dos dados, lidos pelos sensores, no intuito de encontrar as funções de transferência do sistema projetado e assim calcular a melhor ação para ele.

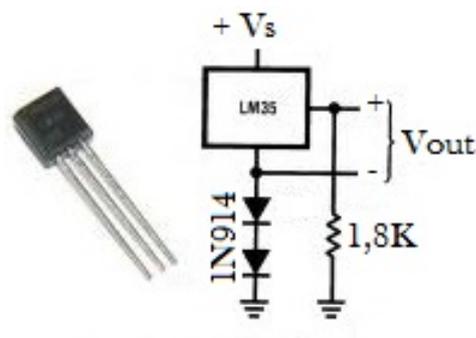


Figura 6: Sensor de Temperatura e sua Respectiva Montagem Eletrônica.

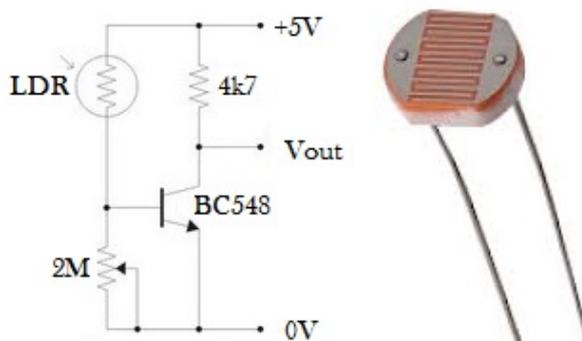


Figura 7: Sensor de Luminosidade e sua Respectiva Montagem Eletrônica.

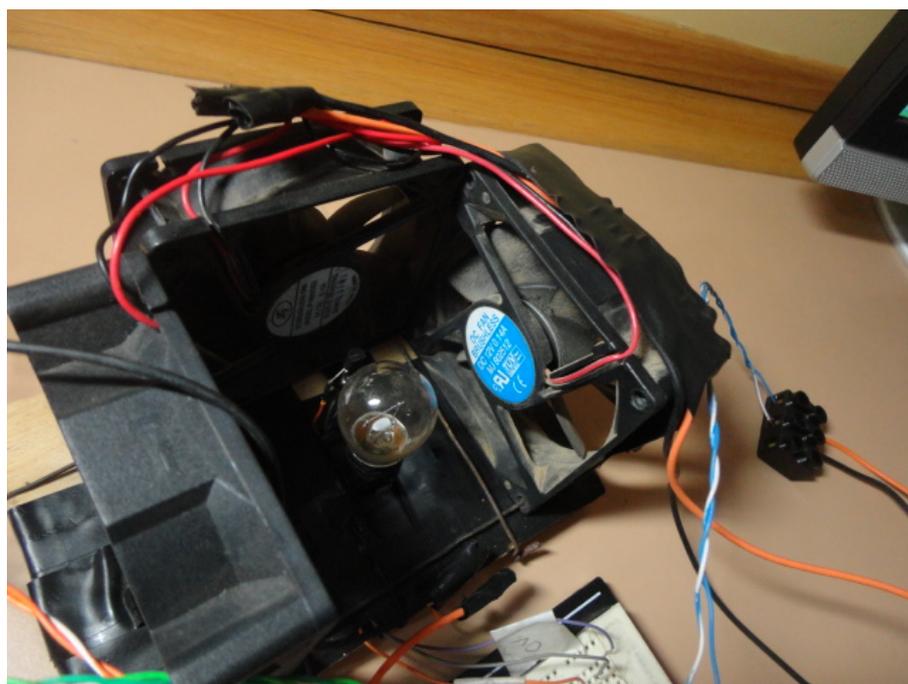


Figura 8: Construção do Protótipo.

Para alimentar a lâmpada e o *cooler*, foram utilizados duas fontes de tensão, com tensões de alimentação de 10V e 12V respectivamente. De acordo com a montagem apresentada, a leitura da luminosidade e da temperatura foi feita pelos sensores LM35 e LDR, respectivamente, e processados por um microcontrolador PIC 16F887a, sucedido pela transmissão serial (RS232) ao computador.

## 1.2 Análise de Controle

### 1.2.1 Introdução

Esse tópico faz a análise no Espaço de Estados de um sistema Linear Invariante no Tempo (LIT). A importância de tais análises está na dificuldade de controlar as variáveis de interesse a valores desejados. A complexidade dos modelos apresentados nas Figuras 4 e 5 estão no fato de existirem respostas observadas linearmente ligadas a outras respostas do sistema [3, 4, 8]. Esse tipo de situação coloca a Controlabilidade do sistema em risco, pois, se torna cada vez mais difícil encontrar uma entrada  $u(t)$  tal que o sistema seja trazido à origem  $x(0)$  em um tempo finito a partir de uma condição inicial arbitrária. Outro conceito proposto pela literatura é a Observabilidade, dito quando, para qualquer estado inicial  $x(0)$ , existir um tempo finito tal que o conhecimento da entrada  $u(t)$  e da saída  $y(t)$  seja suficiente para se determinar de maneira única  $x(0)$ . Esses dois conceitos são

técnicas de controle que atuam diretamente nas matrizes das equações de espaço-estado.

Seja a equação (1.1) definida como equação de Espaço-Estados de um sistema Linear Invariante no Tempo, de ordem  $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathcal{R}^{n \times p}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathcal{R}^{q \times n}$  e  $\mathbf{D} \in \mathcal{R}^{q \times q}$ .

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}.x + \mathbf{B}.u \\ y &= \mathbf{C}.x + \mathbf{D}.u\end{aligned}\tag{1.1}$$

### 1.2.2 Definição de Controlabilidade

Considere o sistema, definido pela equação (1.1), onde  $x \in \mathcal{R}^n$  e  $u \in \mathcal{R}^p$ .

O sistema ou par (A,B) é dito controlável se para qualquer condição inicial  $x(0) = x_0$  e qualquer estado final  $x_1$ , existe um sinal de entrada  $u(t)$  que transfere os estados de  $x_0$  para  $x_1$  em tempo finito. Do contrário, o sistema é dito não controlável.

Pela definição anterior, a entrada  $u(t)$  deve ser capaz de mover o estado de uma posição inicial para qualquer outro valor em tempo finito. Não é especificada a trajetória tão pouca a energia necessária para isso.

As seguintes condições são equivalentes:

- O par n-dimensional (A,B) é controlável.
- A matriz  $n \times n$  da equação (1.2) é não-singular para  $t > 0$ , onde  $W_c$  é nomeado como Graminiano de Controlabilidade, definido por:

$$\mathbf{W}_c = \int_0^t e^{\mathbf{A}.T} . \mathbf{B} . \mathbf{B}' . e^{\mathbf{A}' . T} dT,\tag{1.2}$$

- A matriz de controlabilidade [Ctrb] tem posto  $n$ , conforme:

$$\mathit{Ctrb} = \left[ \mathbf{B} \mid \mathbf{A} . \mathbf{B} \mid \mathbf{A}^2 . \mathbf{B} \mid \mathbf{A}^{n-1} . \mathbf{B} \right]\tag{1.3}$$

### 1.2.3 Definição de Observabilidade

Considere novamente o sistema, definido por (1.1), onde  $x \in \mathcal{R}^n$  e  $u \in \mathcal{R}^p$ .

O sistema é chamado de observável se para qualquer condição inicial  $x(0)$  desconhecida, existe um tempo finito  $t_1 > 0$  tal que o conhecimento da entrada  $u(t)$  e da saída  $y(t)$  no intervalo  $[0, t_1]$  é suficiente para determinar unicamente o valor de  $x(0)$ . Caso contrário, o sistema é chamado de não observável.

O conceito de observabilidade pode ser visto como o problema de estimar o valor dos estados a partir do conhecimento dos sinais de saída e entrada.

As seguintes condições são equivalentes:

- O par  $n$ -dimensional  $(A,C)$  é observável.
- A matriz  $n \times n$  da equação (1.4) é não-singular para  $t > 0$ , onde  $W_o$  é nomeado como Graminiano de Observabilidade, definido por:

$$W_o = \int_0^t e^{A' \cdot T} \cdot C' \cdot C \cdot e^{A \cdot T} dT, \quad (1.4)$$

- A matriz de controlabilidade  $[Obsv]$  tem posto  $n$ , conforme:

$$Obsv = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ \vdots \\ C \cdot A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

As equações (1.3) e (1.5) devem ser analisadas em relação ao posto das matrizes  $[Ctrb]$  e  $[Obsv]$  respectivamente, sendo necessário saber a dimensão de cada matriz que compõe a equação de espaço-estado, indicado em (1.1). Dessa forma, um sistema é dito Controlável se o posto da matriz  $[Ctrb]$  de ordem  $n \times np$  é maior ou igual  $n$ . De forma análoga, é dito Observável se o posto da matriz  $[Obsv]$  de ordem  $nq \times n$  também for maior ou igual a  $n$ .

A análise dos Graminianos  $W_c$  e  $W_o$  são em relação á singularidade dessas matrizes, conforme as equações (1.2) e (1.4). Se o Graminiano  $W_c$  é não-singular, ou seja, o determinante é diferente de zero, o sistema é dito controlável. De forma análoga, se o Graminiano  $W_o$  é não-singular, o sistema é dito observável.

### 1.2.4 Teorema da Realização

Seja um sistema MIMO que pode ser descrito da seguinte forma:

$$\hat{y}(s) = \hat{G}(s) \cdot \hat{u}(s) \quad (1.6)$$

Onde:

$\hat{y}(s)$  é um vetor de saídas,

$\hat{u}(s)$  é um vetor de entradas,

$\hat{G}(s)$  é a matriz de transferência.

A matriz de transferência  $\hat{G}(s)$  é dita *Realizável* se, e somente se, é de dimensão finita e pode ser escrita pelas matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  da equação (1.1), tal como:

$$\hat{G}(s) = \mathbf{C} \cdot (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (1.7)$$

O caminho inverso também é válido quando é conhecida a matriz de transferência  $\hat{G}(s)$  e se deseja obter as matrizes que compõem a equação (1.1). Dessa forma, a equação de espaço de estados pode ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{B}n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}1 & \dots & \mathbf{C}n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}1 & \dots & \mathbf{D}n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.8)$$

A Realização está ligada ao fato do sistema ser implementável, ou seja, indica que o sistema pode de fato ser construído porque as variáveis de estado são capazes de reconstruir sua matriz de transferência (composta pelas funções de transferência). Vale lembrar que a afirmação acontece dentro do subespaço controlável, limitado pelas restrições físicas do protótipo [4].

### 1.3 Modelagem e Identificação do Sistema Proposto

A modelagem matemática estuda diversas formas de construir modelos (matemáticos) capazes de descrever o comportamento dinâmico de um sistema. Existem três formas de classificar as técnicas de modelagem, denominadas Modelagem Caixa-Branca, Modelagem Caixa-Preta e Modelagem Caixa-Cinza.

Na modelagem caixa-branca, é necessário conhecer as leis físicas que regem o sistema (conhecida também como modelagem pelas leis físicas ou natureza de processos). Dessa forma, devido a complexidade e a intereção entre as variáveis de controle somado ao pouco

tempo para se modelar o sistema, torna-se inviável seguir esse procedimento. O que se pretende descrever com tais modelos matemáticos são as relações de causa e efeito entre as variáveis de entrada e saída, e para isso, utiliza-se a modelagem caixa-preta. Os modelos caixa-preta são aqueles cujo único conhecimento do sistema é os dados de entrada com suas respectivas respostas. Na grande maioria das vezes, é a melhor técnica a ser adotada quando se utilizam sistemas dinâmicos de grande complexidade e interação entre variáveis. Já os modelos caixa-cinza são aqueles que, além das variáveis de entrada e saída, tem-se um conhecimento prévio de como o sistema se comporta. Um sistema térmico-luminoso proposto pode ser modelado como caixa-cinza devido o conhecimento prévio que, quando aplicado uma entrada degrau unitário, o comportamento da saída se aproxima de uma equação diferencial linear de primeiro grau [9].

## 1.4 Projeto das Malhas de Controle

Encontrado o modelo matemático que descreve o comportamento dinâmico do protótipo, foram projetados controladores capazes de gerenciar as variáveis temperatura e luminosidade. As ações de controle foram projetadas de acordo com o modelo explícito encontrado no item anterior [10, 11].

### 1.4.1 Controlador PID

O controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) é um mecanismo de controle por realimentação que calcula o desvio (ou erro) entre o valor medido e o valor que se deseja obter, para aplicar uma ação correta que ajuste o processo. O algoritmo de cálculo do PID se dá em três parâmetros distintos: O Proporcional, o Integral e o Derivativo. O valor proporcional determina a reação do erro atual. O Integral gera uma correção proporcional á integral do erro, assegurando um esforço de controle suficiente para que o erro se reduza a zero. Já o Derivativo determina a reação do tempo no que o erro é produzido. A soma dessas três ações é usada para ajustar o processo mediante um elemento de controle. A Figura 9 corresponde ao diagrama de blocos do modelo PID utilizado [4, 5, 12, 13, 14].

Os parâmetros do PID  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  devem ser ajustados de modo que a ação de controle corrija eficazmente e no mínimo de tempo possível os efeitos da perturbação. Se os parâmetros do controlados PID forem ajustados de maneira incorreta, o processo a controlar pode se tornar instável. Ajustar um laço de controle significa ajustar os parâmetros do

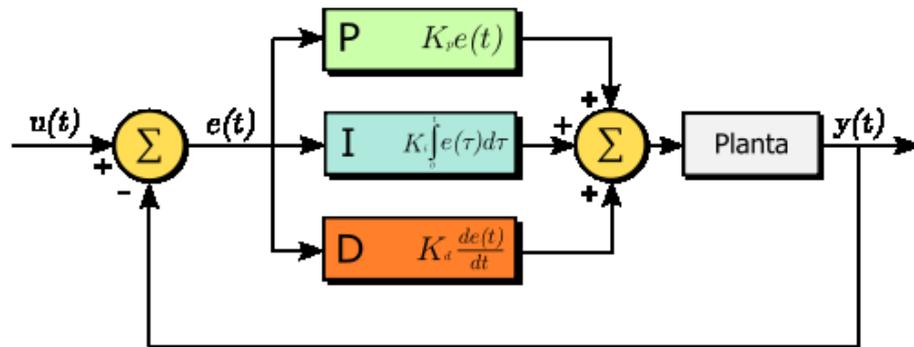


Figura 9: Diagrama de Blocos do Controle PID.

sistema de controle aos valores ótimos para a resposta desejada.

## 1.5 Objetivo Geral

O objetivo é a análise de controle aplicado a um sistema térmico-luminoso mediante o protótipo apresentado, ao modelo dinâmico obtido e às ações de controle projetadas, bem como as limitações físicas do sistema. Será verificado se o modelo proposto é ou não controlável e observável, de acordo com a metodologia apresentada anteriormente. Dado o objetivo geral, têm-se como objetivos específicos:

- Tomar como início de projeto uma malha SIMO e comprovar que é um sistema não controlável, porém observável;
- Comprovar que o modelo MIMO proposto é controlável e observável, dentre suas limitações físicas;
- Mediante as análises e o projeto da malha de controle, comprovar que o protótipo responderá as ações de controle solicitadas;
- Propor uma generalização para novos modelos, garantindo a controlabilidade e a observabilidade de novos projetos.

## 2 *Materiais e Métodos*

### 2.1 Modelagem Matemática do Protótipo

#### 2.1.1 Introdução

Sabe-se que, para um modelo matemático que envolve fluxo de calor [15], a função de transferência (Transformada de Laplace) é a relação entre a saída ( $^{\circ}\text{C}$  ou  $[\text{lm}]$ ) pela entrada  $[\text{w}]$ . Dessa forma, foi feita a aquisição dos dados gerados pelo protótipo quando aplicadas entradas de potência na lâmpada e no *cooler*. Essas entradas de potência foram aplicadas como pulsos aleatórios, com o objetivo de excitar o maior número de frequências que compõem a resposta transitória da planta. Assim, quanto mais variados forem os pulsos aleatórios aplicados ao protótipo, mais diversificadas serão as respostas obtidas, implicando em um modelo matemático mais fiel do sistema.

O sistema de aquisição possui os sensores de temperatura e luminosidade ligados a um microcontrolador, que por sua vez está conectado ao computador via comunicação serial RS232. A lâmpada e o *cooler* foram conectados em duas fontes de tensão  $[\text{v}]$  distintas onde é fornecido, através da tensão elétrica, o equivalente em potência  $[\text{w}]$  necessário para excitar o sistema. A base de dados foi obtida á uma taxa de amostragem de 1 segundo. A Figura 10 corresponde ao sistema de aquisição de dados projetado e segue as propostas desenvolvidas em [16, 17, 12].

Um cuidado tomado na obtenção dos dados foi com taxa de amostragem. Visando caracterizar o comportamento dinâmico da variação da temperatura e luminosidade, foi escolhida uma taxa de 1 segundo. A grande dificuldade em escolher um tempo de amostragem está na grande diferença entre as constantes de tempo do sistema térmico e do luminoso. Enquanto a constante térmica varia entre 50 a 200 segundos para estabilização da temperatura, a constante luminosa está em torno de 0,007 segundos [6]. Para valores menores que 1 segundo, os dados obtidos passam a conter valores de picos discrepantes (ruídos), degradando a modelagem. Visto que o sistema térmico é mais lento que o lu-

minoso, adotou-se uma amostragem de 1 segundo e optou-se por fazer uma modelagem caixa-branca da malha de luminosidade.

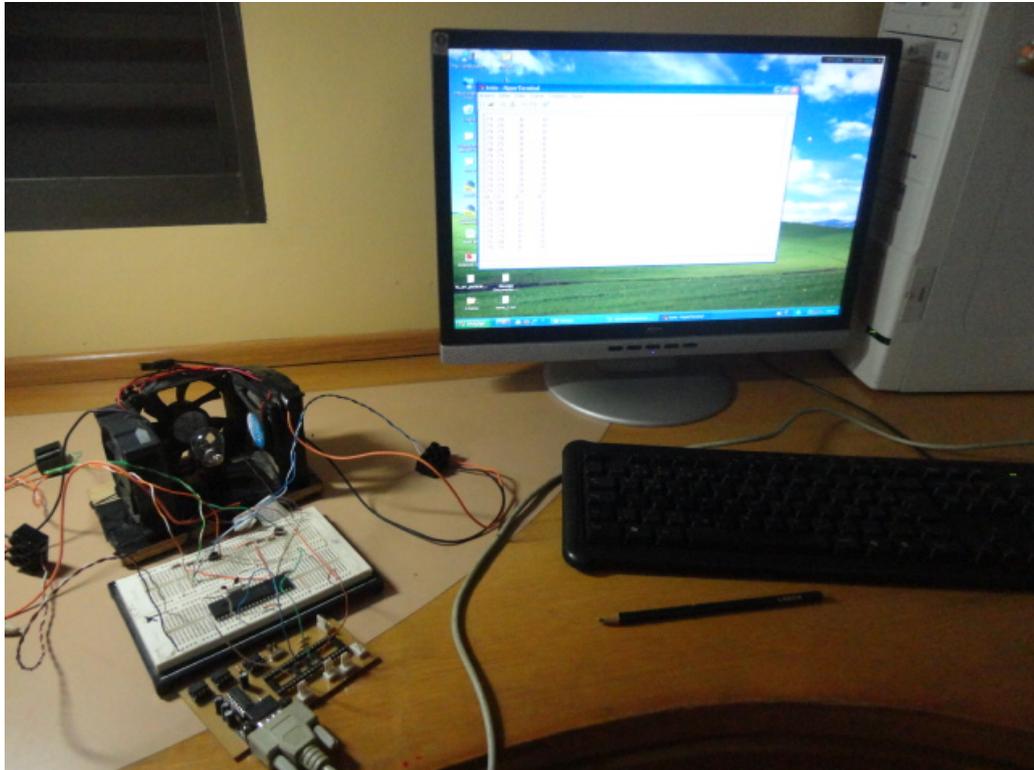


Figura 10: Sistema de Aquisição de Dados.

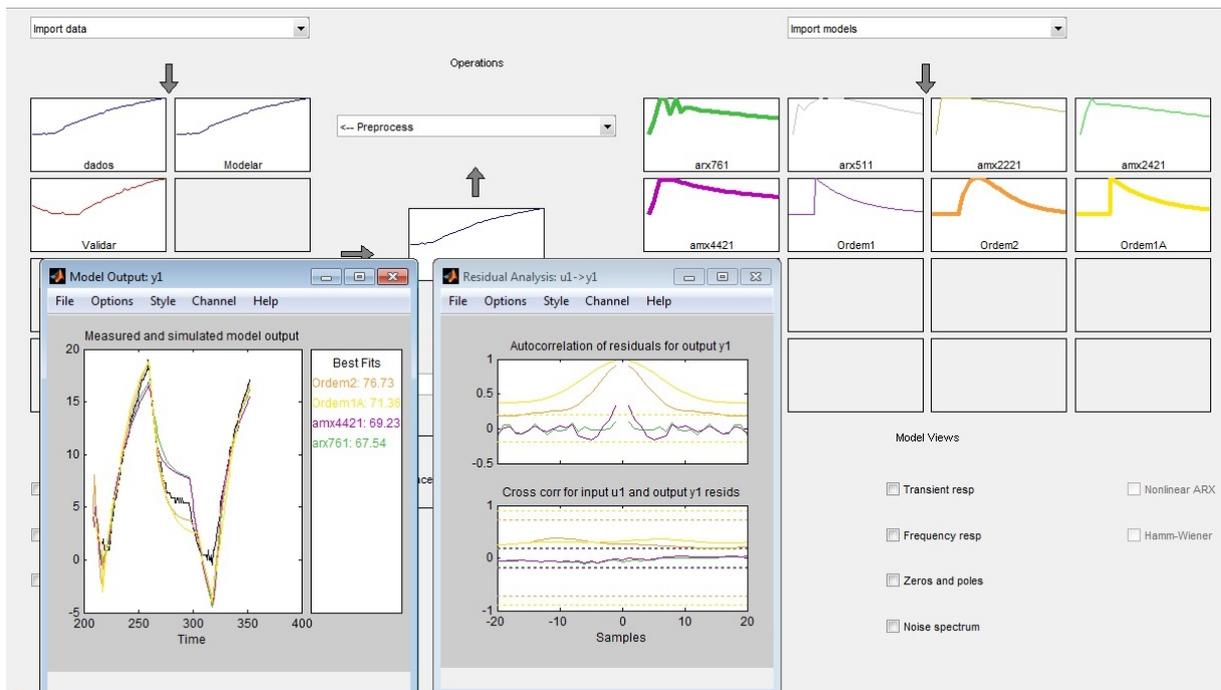


Figura 11: Arquitetura do Toolbox Utilizado.

Os dados obtidos foram salvos no formato texto (.txt) para serem utilizados no processo de modelagem matemática do sistema. Foi utilizado um software matemático para obter diversos tipos de modelos a partir do banco de dados obtidos na aquisição. Esse software é uma arquitetura simples capaz de estimar modelos contínuos e discretos. A escolha do melhor modelo pode ser em relação ao melhor FIT, análises de autocorrelação entre entradas e saídas ou até mesmo de acordo com a necessidade de controle. A figura 11 mostra a arquitetura do toolbox utilizado.

### 2.1.2 Escolha do Melhor Modelo Matemático

Foi feito a aquisição de dados do sistema térmico (Figura 3) para a modelagem caixa-cinza seguido de uma modelagem caixa-branca para o sistema luminoso. A Figura 12 e a Figura 13 mostram a dinâmica da temperatura quando aplicado potência na lâmpada e no cooler, respectivamente. A curva escrita em azul corresponde aos dados utilizados para modelagem e as curvas em vermelho são os dados retirados para a validação dos modelos.

Terminada a aquisição, foi feita a modelagem seguido de sua validação (para verificar qual modelo é capaz de descrever melhor a dinâmica da malha térmica). Foi obtida a função de transferência de primeira ordem como o melhor modelo para descrever a dinâmica do sistema, conforme a figura 14.

Terminado o processo de modelagem, pode-se escrever a função de transferência dos modelos térmicos, conforme mostrado anteriormente na Figura 5:

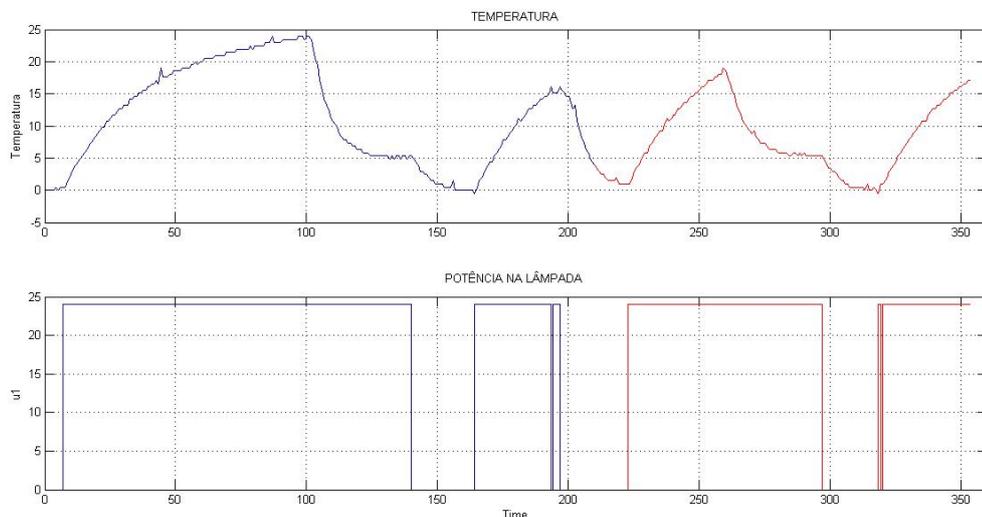


Figura 12: Relação Temperatura e Potência na Lâmpada.

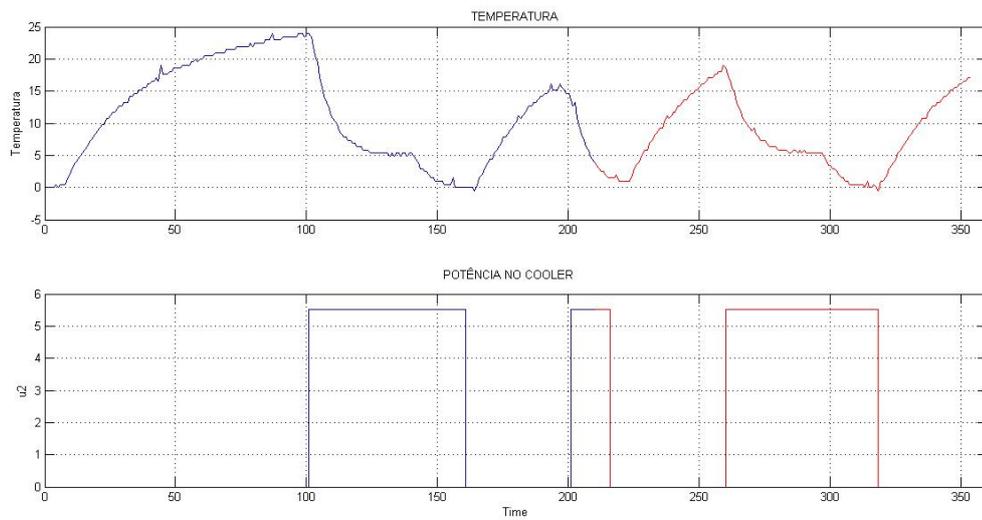


Figura 13: Relação Temperatura e Potência no *Cooler*.

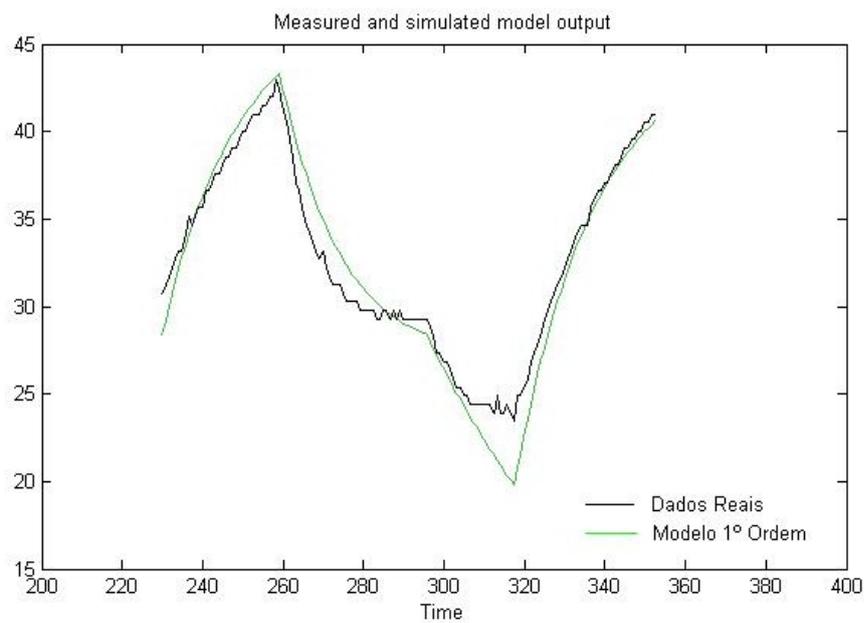


Figura 14: Sistema de Controle Projetado.

- Função de transferência do modelo térmico (lâmpada).

$$G_3(s) = \frac{1,125}{134,7s + 1}$$

- Função de transferência do modelo térmico (cooler).

$$G_1(s) = \frac{-3,887}{16,78s + 1}$$

A modelagem da malha luminosa teve como princípio a característica de uma função

de transferência de primeira ordem onde a constante de tempo é extremamente pequena quando comparada com  $G_3$  e  $G_1$ . Para a obtenção do ganho da malha luminosa, aplicou-se um degrau unitário na lâmpada e observou-se o valor de saída apontado pelo sensor LDR. A constante de tempo foi calculada com o auxílio de um osciloscópio, com objetivo de encontrar o tempo correspondente à 62,8% do valor de estabilização da malha.

- Função de transferência do modelo luminoso (lâmpada).

$$G_2(s) = \frac{4,1667}{0,007s + 1}$$

Dessa forma, pode-se reescrever o sistema SIMO conforme a Figura 15 e o correspondente MIMO conforme a Figura 16.

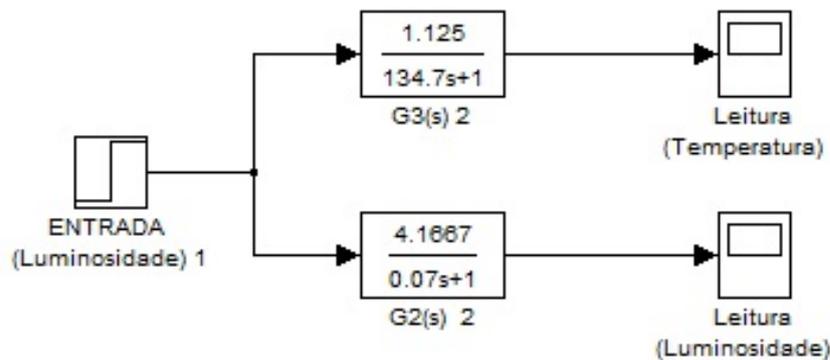


Figura 15: Modelo SIMO com as Respectivas Funções de Transferência..

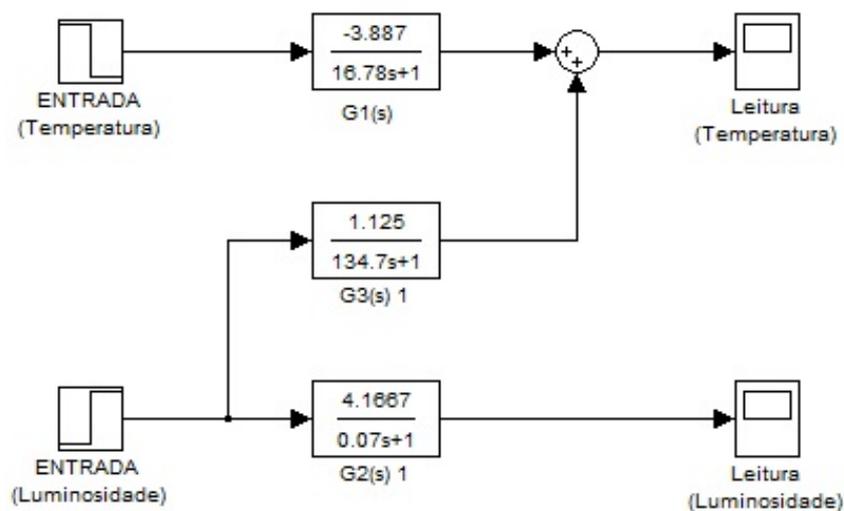


Figura 16: Modelo MIMO com as Respectivas Funções de Transferência..

## 2.2 Análise de Controle

Seja as variáveis utilizadas nesse tópico, definidas como:

$Y_1 = YT(s)$ - Variável de saída (Temperatura medida).

$Y_2 = YL(s)$  - Variável de saída (Luminosidade medida).

$P_1 = PC(s)$  - Variável de entrada (Potência aplicada ao cooler).

$P_2 = PL(s)$  - Variável de entrada (Potência aplicada á lâmpada).

$G_1 = GTC(s)$  - Função de Transferência de temperatura (Malha aberta - cooler).

$G_2 = GL(s)$  - Função de Transferência de luminosidade (Malha aberta - lâmpada).

$G_3 = GTL(s)$  - Função de Transferência de temperatura (Malha aberta - lâmpada).

$G_4 = GcL(s)$  - Função de Transferência de luminosidade (Malha fechada - lâmpada).

$G_5 = GcC(s)$  - Função de Transferência de temperatura (Malha fechada - cooler).

$G_6 = Gpid1(s)$  - Função de Transferência PID (Malha de resfriamento).

$G_7 = Gpid2(s)$  - Função de Transferência PID (Malha Luminosa).

$U_1 = UT(s)\%$  - Entrada de controle (Temperatura).

$U_2 = UL(s)\%$  - Entrada de controle (Luminosidade).

Primeiramente, deve-se comprovar que uma malha SIMO é Não-Controlável, porém Observável [4]. Partindo dessa afirmação e da proposição de uma malha MIMO, será comprovado que, com a adição de uma malha de controle atuando na variável linearmente dependente (temperatura dissipada pela lâmpada), o modelo passa a ser Controlável e essa controlabilidade é o grau de liberdade que a variável temperatura atinge dentre suas limitações físicas. A Figura 17 corresponde ao projeto final proposto, onde os controladores PID e o saturadores possuem as seguintes características:

- Pela Figura 17, o bloco PID(1) é na verdade um controlador PI responsável por gerenciar a malha de resfriamento.

$$G_6(s) = \frac{60s + 0,01}{s}$$

- De forma análoga, o bloco PID(2) é um controlador PI responsável por gerenciar a malha de luminosidade.

$$G_7(s) = \frac{0,1s + 1,42}{s}$$

- SATURADOR(1) limita a potência aplicada no cooler( $P_c$ ).

$$0 < P_1 < 5.52W$$

- SATURADOR(2) limita a potência aplicada á lâmpada(PL).

$$0 < P_2 < 24W$$

- SATURADOR(3) limita a faixa controlável de temperatura(T).

$$Y_1(min) < T < Y_1(max)$$

Vale ressaltar que, para esse trabalho, os valores de  $K_p$  e  $K_i$  foram obtidos por tentativa e erro, porém, a forma mais correta para se obter esses parâmetros seria pelas técnicas de sintonia, como por exemplo, o método de *Ziegler-Nichols*.

Para a aplicação das análises de controle, foi calculada a matriz de transferência do protótipo indicado na Figura 17, segundo a *Teoria da Realização de Sistemas Lineares Invariantes no Tempo (LIT)*, conforme a equação (1.6). A partir dessa matriz, pode-se calcular a equação de estados desse sistema (1.8) e, por fim, analisar a sua controlabilidade e observabilidade.

### 2.2.1 Cálculo da Matriz de Transferência

Serão calculadas três matrizes de transferência, correspondentes à malha SIMO (sem controle), MIMO (sem controle) e MIMO (com controle).

#### Malha SIMO - Sem controle

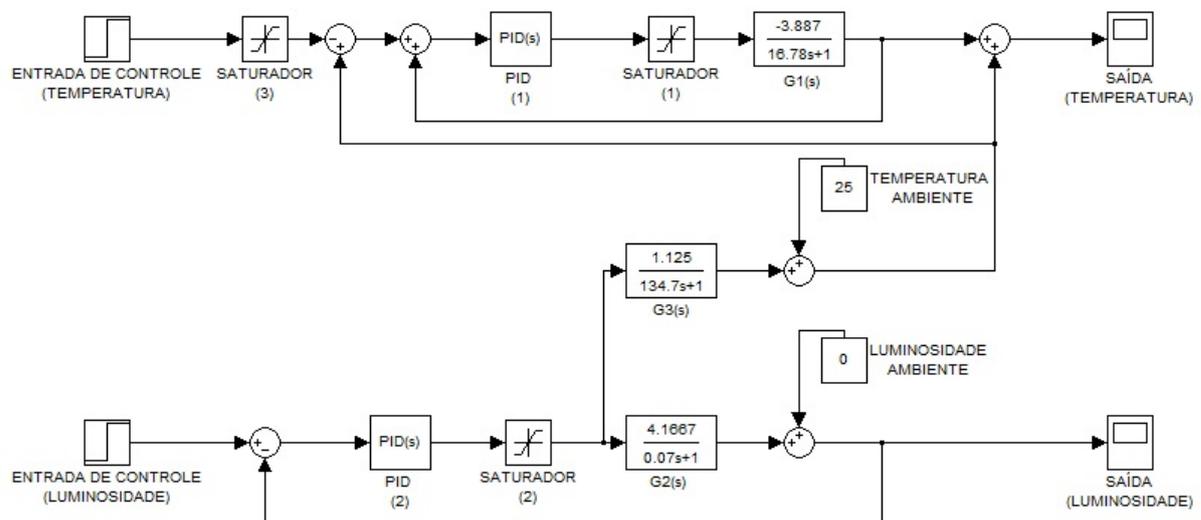


Figura 17: Malha Completa do Protótipo Proposto.

$$Y1 = G3.P2$$

$$Y2 = G2.P2$$

$$\begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G3 \\ G2 \end{bmatrix} \cdot [P2] \quad (2.1)$$

### Malha MIMO - Sem controle

$$Y1 = G1.P1 + G3.P2$$

$$Y2 = G3.P2$$

$$\begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G1 & G3 \\ 0 & G2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

### Malha MIMO - Com controle

$$Y1 = G7.G3.[(G5 + I) + (I - G5).G4].U2 - G5.U1$$

$$Y2 = G4.U2$$

$$\begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G5 & [G7.G3.[(G5 + I) + (I - G5).G4]] \\ 0 & G4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

## 2.2.2 Análise de Controle da Malha SIMO

De acordo com a matriz de transferência do modelo SIMO indicado em (2.1), pode-se construir sua equação de espaço-estados, tomando como base em (1.8) e a Figura 15.

$$A = \begin{bmatrix} -14.3 & 0 \\ 0 & -0.007 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 59.5 & 0 \\ 0 & 0.008 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

A partir das matrizes que compõem a equação de espaço estados, aplicou-se as análises de controle sugeridas:

### *Cálculo da Controlabilidade*

$$[\mathbf{ctrb}] = \left[ B \mid A.B \right] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -14.3 & -14.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cuja dimensão é  $\mathbf{R}^{2 \times 4}$  com posto 1.

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wc}] = 0$$

### ***Cálculo da Observabilidade***

$$[\mathbf{Obsv}] = \begin{bmatrix} C \\ C.A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 59.5 & 0 \\ 0 & 0.008 \\ -850.5 & 0 \\ 0 & -0.0001 \end{bmatrix}$$

Cuja dimensão é  $\mathbf{R}^{4 \times 2}$  com posto 2.

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wo}] = 0.58$$

## **2.2.3 Análise de Controle da Malha MIMO**

De acordo com a matriz de transferência (equação 2.2) e a figura 16, pôde-se calcular as matrizes da equação 1.8.

$$A = \begin{bmatrix} -0.059 & 0 & 0 \\ 0 & -14.28 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0074 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -0.23 & 0 & 0 \\ 0 & 59.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0084 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

A partir das matrizes que compõem a equação de espaço estados, aplicou-se as análises de controle seguido do cálculo do Graminiano.

### ***Cálculo da Controlabilidade***

$$[\mathbf{ctrb}] = \left[ B \mid A.B \mid A^2.B \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.06 & 0 & 0 & 0.004 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -14 & -14 & 0 & 204 & 204 \\ 1 & 0 & 0 & -0.007 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cuja dimensão é  $\mathbf{R}^{3 \times 9}$  com posto 3.

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wc}] = 23.97$$

### ***Cálculo da Observabilidade***

$$[\mathbf{Obsv}] = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ C.A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.006 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00001 \\ 0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & -0.08 & 0 \\ 0 & 0 & -0.00001 \\ -0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & 1.21 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00001 \end{bmatrix}$$

Cuja dimensão é  $\mathbf{R}^{9 \times 3}$  com posto 3.

*Determinante*[\mathbf{Wo}] = 0.26

### 2.2.4 Análise de Controle do Sistema MIMO Projetado

De acordo com a matriz de transferência (equação 2.3) e a figura 17, pôde-se calcular as matrizes da equação 1.8.

$$A = \begin{bmatrix} -13.9 & -0.0023 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -20.2 & -78.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.007 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -13.9 & -0.0023 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.9 & 84.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.008 & 0.019 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Novamente, a partir das matrizes que compõem a equação de espaço estados, aplicou-se as análises de controle seguido do cálculo do Graminiano.

#### *Cálculo da Controlabilidade*

$$[\mathbf{ctrb}] = \left[ B \mid A.B \mid A^2.B \mid A^3.B \mid A^4.B \mid A^5.B \right]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & -40 & 0 & 0 & -50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -5 & 0 & -3 & 0 & 0 & 40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & -5 & 3 & 80 & 80 & -50 & -120 & -120 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0.3 & -0.2 & -5.2 & -5.2 & 3 & 78 & 78 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.3 & -0.2 & -5.2 & -5.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Cuja dimensão é  $\mathbf{R}^{6 \times 18}$  com posto 6.

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wc}] = 23.10^5$$

### *Cálculo da Observabilidade*

$$[\mathbf{Obsv}] = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ C.A^2 \\ C.A^3 \\ C.A^4 \\ C.A^5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 & 0.0003 & 0 & 0.0006 \\ 0 & 0 & 0.0002 & 0.0001 & 0.0003 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0005 & 0 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 & 0.003 & 0 & 0 \\ 0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0019 & -0.0175 & -0.0001 & 0 \\ -0.5 & -0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0.146 & 0.0011 & 0 & 0 \\ 7.2 & 0.0012 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2608 & -1.5797 & -0.0116 & 0 \end{bmatrix}$$

Cuja dimensão é  $\mathbf{R}^{18 \times 6}$  com posto 6.

$$\text{Determinante}[\mathbf{W}\mathbf{o}] = 10^5$$

## 3 Resultados e Discussões

### 3.1 Interpretação dos Resultados

No capítulo anterior foram realizadas as análises de controle para três casos distintos. O primeiro caso foi a análise da malha SIMO (Figura 15), que corresponde á uma fonte gerando duas variáveis de controle (Temperatura e Luminosidade), onde foi encontrado o seguinte resultado:

#### CASO 1: Malha SIMO - Sem controle

$$\text{Whos}[\mathbf{ctrb}] = 2 \times 4$$

$$\text{Rank}[\mathbf{ctrb}] = 1$$

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wc}] = 0$$

$$\text{Whos}[\mathbf{obsv}] = 4 \times 2$$

$$\text{Rank}[\mathbf{obsv}] = 2$$

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wo}] = 0.58$$

A matriz de controlabilidade  $[\mathbf{ctrb}]$  possui dimensão  $\mathbf{R}^{2 \times 4}$  e um posto igual a 1. Isso significa que existe uma linha dentro dessa matriz que é linearmente dependente a outra linha. A dependência linear caracteriza o sistema SIMO pelo fato de existir duas variáveis sendo geradas por uma única fonte, sendo ela classificada como *Não-Controlável*. A afirmação pode ser comprovada com o cálculo do Graminiano, onde o determinante da matriz  $[\mathbf{Wc}]$  é zero ( $\mathbf{Wc}$  é singular).

Por outro lado, a análise da observabilidade diz que a malha é de característica *Observável*, visto que a matriz de observabilidade  $[\mathbf{obsv}]$  possui dimensão  $\mathbf{R}^{4 \times 2}$  com posto igual a dois. Isso garante que, a partir do conhecimento dos valores de entrada e saída é possível encontrar as variáveis de estado associadas. De forma análoga, pode ser comprovado com o cálculo do Graminiano de observabilidade  $[\mathbf{Wo}]$ , onde o determinante da matriz é um valor positivo diferente de zero.

No segundo caso foi adicionado uma malha SISO (composta pelo *cooler*) à malha SIMO, gerando a malha MIMO (Figura 16), no intuito de corrigir a controlabilidade da variável temperatura. Aplicado as análises de controle, encontrou-se a seguinte resposta:

### CASO 2: Malha MIMO - Sem controle

$$\text{Whos}[\mathbf{ctrb}] = 3 \times 9$$

$$\text{Rank}[\mathbf{ctrb}] = 3$$

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wc}] = 23.97$$

$$\text{Whos}[\mathbf{obsv}] = 9 \times 3$$

$$\text{Rank}[\mathbf{obsv}] = 3$$

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wo}] = 0.26$$

Diferentemente do caso anterior, a adição de uma nova malha ao sistema garantiu a *Controlabilidade* do modelo MIMO proposto, visto que a matriz  $[\mathbf{ctrb}]$  é de ordem  $\mathbf{R}^{3 \times 9}$  e posto 3. Essa afirmação pôde ser comprovada com o cálculo de  $[\mathbf{Wc}]$  onde o determinante é positivo e diferente de zero.

Quanto á observabilidade, a adição de uma nova malha não compromete na determinação das variáveis de estado pelas suas entradas e saídas. De acordo com o resultado obtido, o modelo MIMO apresentado possui característica *Observável*.

O terceiro e último caso corresponde ao modelo MIMO anterior, porém, adicionando ações de controle para gerenciarem as variáveis temperatura e luminosidade (Figura 17).

### CASO 3: Malha MIMO - Com controle

$$\text{Whos}[\mathbf{ctrb}] = 6 \times 18$$

$$\text{Rank}[\mathbf{ctrb}] = 6$$

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wc}] = 23.10^5$$

$$\text{Whos}[\mathbf{obsv}] = 18 \times 6$$

$$\text{Rank}[\mathbf{obsv}] = 6$$

$$\text{Determinante}[\mathbf{Wo}] = 10^5$$

Como era esperado, o protótipo proposto é *Controlável*, pois, a matriz  $[\mathbf{ctrb}]$  de ordem  $\mathbf{R}^{6 \times 18}$  possui posto 6 e o determinante da matriz  $[\mathbf{Wc}]$  é positivo.

De forma análoga, a protótipo é *Observável* pois sua matriz  $[\mathbf{obsv}]$  é de ordem  $\mathbf{R}^{18 \times 6}$  e posto igual a 6, comprovado pelo cálculo do Graminiano que, como nos casos anteriores, é positivo.

Em um sistema multivariável, é necessário verificar se suas variáveis de controle estão ou não linearmente dependentes umas nas outras. Essa dependência pode ser comprovada calculando a controlabilidade do sistema, expressa pela matriz  $[\mathbf{ctrb}]$  ou pelo cálculo do determinante da matriz Graminiano  $[\mathbf{Wc}]$ . Sempre que o posto de  $[\mathbf{ctrb}]$  for maior que o número de linhas da matriz e o determinante de  $[\mathbf{Wc}]$  for positivo, pode-se afirmar que, dentre uma faixa de valores, o sistema será controlável. Essa controlabilidade não depende apenas do resultado calculado, mas também da limitação física do sistema. O protótipo desenvolvido é limitado porque o controle de temperatura opera entre a temperatura ambiente ( $T_a$ ) e a temperatura máxima ( $T_M$ ) que pode ser atingida (que é soma de  $T_a$  e a temperatura fornecida pela lâmpada). O *cooler*, responsável pelo resfriamento da planta, é capaz de contribuir no máximo com  $-21,45^\circ\text{C}$ , porém, nunca abaixo da temperatura ambiente. Com outras palavras, o *cooler* retira o calor fornecido pela lâmpada, mas nunca o calor fornecido pelo ambiente. Dessa forma, o protótipo desenvolvido possui temperatura controlável na faixa de  $T_a$  até  $T_M$  e luminosidade controlada de 0% a 100%.

Quanto à observabilidade, tanto o modelo SIMO quanto o modelo MIMO são observáveis, porém, o resultado encontrado também depende do conhecimento das limitações físicas do protótipo. De forma análoga, para uma temperatura ambiente  $T_a$  igual a  $25^\circ\text{C}$ , temperatura de dissipação máxima do *cooler* igual a  $-21,45^\circ\text{C}$  e uma temperatura fornecida pela lâmpada  $T_L$  igual a  $26,98^\circ\text{C}$ , é possível descrever com exatidão uma variável de estado (com o conhecimento das entradas e saídas) dentro da faixa de  $30,53^\circ\text{C}$  a  $51,98^\circ\text{C}$  e uma luminosidade de 0% a 100%. Portanto, os resultados encontrados com a matriz  $[\mathbf{obsv}]$  e o determinante de  $[\mathbf{Wo}]$  são válidos dentro dessa faixa de valores.

A Figura 18 corresponde a Realização da matriz  $\mathbf{B}$  do protótipo MIMO apresentado, conforme (1.8). Observa-se que, na Figura 19, a submatriz circulada corresponde à realização da malha SIMO (Composto pela lâmpada), onde, a submatriz  $[\mathbf{b1}]$  e  $[\mathbf{b2}]$  controlam os estados  $x_3$  e  $x_4$  (correspondentes a luminosidade), enquanto os estados  $x_5$  e  $x_6$  (correspondentes a temperatura) não são controláveis. Vale lembrar que, as entradas  $u_2$  e  $u_3$  são a mesma entrada pois se trata de um modelo SIMO.

Partindo da análise na Figura 19, adicionou-se a malha SISO ao sistema (correspondente ao *cooler*) formando um sistema MIMO. Observa-se que, com a adição do *cooler*, os estados  $x_5$  e  $x_6$  passam a ser controláveis pela submatriz  $[\mathbf{b1}]$ , formando assim, um sistema MIMO controlável.

	u1	u2	u3
x1	[b1]	0	0
x2	[b1]	0	0
x3	0	[b2]	[b3]
x4	0	[b2]	[b3]
x5	[b1]	0	0
x6	[b1]	0	0

Figura 18: Matriz (B) do Modelo MIMO.

	u1	u2	u3
x1	[b1]	0	0
x2	[b1]	0	0
x3	0	[b2]	[b3]
x4	0	[b2]	[b3]
x5	[b1]	0	0
x6	[b1]	0	0

Figura 19: Submatriz (B) Correspondente a Malha SIMO.

	u1	u2	u3
x1	[b1]	0	0
x2	[b1]	0	0
x3	0	[b2]	[b3]
x4	0	[b2]	[b3]
x5	[b1]	0	0
x6	[b1]	0	0

Figura 20: Submatriz (B) Correspondente a Malha SISO.

## 3.2 Simulação das Malhas de Controle Projetadas

Finalizado as análises de controle, foi feita a simulação do protótipo proposto para comprovar sua funcionalidade. Por simplicidade, adotou-se a luminosidade ambiente igual a zero e fez-se o controle da luminosidade e da temperatura. Foi dividido a simulação em duas situações, como mostrado a seguir:

### SITUAÇÃO 01:

Entrada de Controle  $U_2 = 100\%$  (Temperatura fornecida pela Lâmpada =  $26.98^\circ\text{C}$ )

Temperatura Retirada pelo *Cooler* =  $-21,45^\circ\text{C}$

Temperatura Ambiente =  $25^\circ\text{C}$

Temperatura Máxima =  $25 + 26,98 = 51,98^\circ\text{C}$

Temperatura Mínima =  $51.98 - 21,45 = 30,53^\circ\text{C}$

**SITUAÇÃO 02:**

Entrada de Controle  $U_2 = 50\%$  (Temperatura fornecida pela Lâmpada =  $13,49^\circ\text{C}$ )

Temperatura Dissipada pelo *Cooler* =  $-21,45^\circ\text{C}$

Temperatura Ambiente =  $25^\circ\text{C}$

Temperatura Máxima =  $25 + 13,49 = 38,48^\circ\text{C}$

Temperatura Mínima =  $38,48 - 21,45 = 17,04^\circ\text{C}$  (Usar  $25^\circ\text{C}$ )

Tabela 1: Simulação do Protótipo pra Luminosidade Ambiente igual a 0%

SIMULAÇÃO	Situação 01		Situação 02	
T.Ambiente	U1 de Controle	T.Controlada	U1 de Controle	T.Controlada
$25^\circ\text{C}$	$U_1 = 20^\circ\text{C}$	$30,53^\circ\text{C}$	$U_1 = 20^\circ\text{C}$	$25^\circ\text{C}$
$25^\circ\text{C}$	$U_1 = 45^\circ\text{C}$	$45^\circ\text{C}$	$U_1 = 32^\circ\text{C}$	$32^\circ\text{C}$
$25^\circ\text{C}$	$U_1 = 60^\circ\text{C}$	$51,98^\circ\text{C}$	$U_1 = 45^\circ\text{C}$	$38,5^\circ\text{C}$

A Tabela 1 corresponde aos dados utilizados e obtidos com a simulação, seguido dos gráficos de cada situação apresentada. Tanto na **Situação 1** quanto na **Situação 2**, foram calculados os valores de temperatura máxima e mínima. Esses valores são as limitações físicas do protótipo. Por exemplo, para a primeira situação, aplicado a entrada de controle de luminosidade máxima ( $U_2 = 100\%$ ), a lâmpada dissipa ao ambiente uma temperatura de  $26,98^\circ\text{C}$ , logo, para uma temperatura ambiente de  $25^\circ\text{C}$  a temperatura máxima atingida é de  $51,98^\circ\text{C}$ . Caso solicitada uma temperatura superior à máxima (Figura 24), o protótipo não conseguirá atingir o valor desejado, estabilizando a temperatura no valor de  $51,98^\circ\text{C}$ .

O mesmo acontece na **Situação 2**, onde a temperatura mínima de operação é  $17,04^\circ\text{C}$ . Nesse caso, como o *cooler* não consegue esfriar abaixo da temperatura ambiente (apenas dissipa o calor apreendido), a ação de controle se mantém constante na temperatura ambiente, como mostrado na Figura 26.

Como era esperado, as ações de controle responderam perfeitamente as solicitações, porém, dentro das limitações físicas apresentadas. Observa-se ainda que o tempo de resposta é mais rápido em alguns casos, como mostrado nas Figuras 22, 23 e 27. Isso acontece porque a retirada de calor é maior que o fornecido pela lâmpada, visto que, a malha de resfriamento possui uma constante de tempo mais rápida em relação à temperatura fornecida pela malha luminosa, caracterizando assim um transitório mais rápido até o ponto de estabilização.

A limitação física do protótipo é representado pelos blocos saturadores, como mostrado

anteriormente na Figura 17. Esses blocos são responsáveis por limitar a potência fornecida pelos controladores, visto que a saturação do *cooler* é  $5,52W$  e da lâmpada é  $24W$ . Os blocos saturadores são importantes no intuito de tornar a simulação o mais próximo possível do comportamento real.

Para demonstrar a atuação do saturador no protótipo, escolheu-se a malha de luminosidade para análise. Na lâmpada utilizada, pode-se aplicar no máximo  $24W$  e para valores superiores de potência, a mesma se satura e queima. Na simulação, é possível obter curvas de resposta para potências superiores a  $24W$ , porém, na prática isso não pode acontecer. A Figura 29 mostra o controle da malha fechada sem o limite de sa-

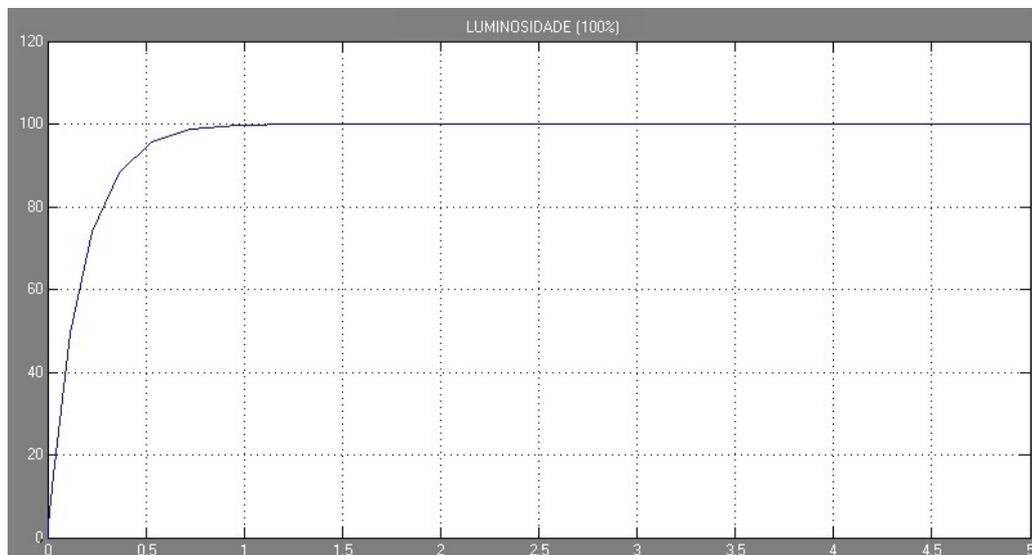


Figura 21: Controle Luminoso para a Situação 01 ( $U_2 = 100\%$ ).

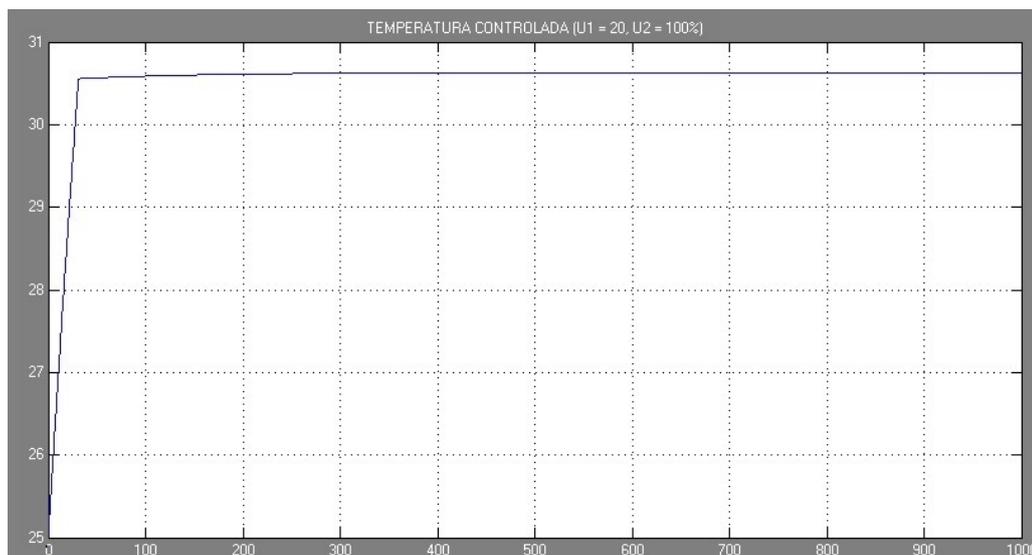


Figura 22: Controle Térmico para a Situação 01 ( $U_1 = 20^\circ C$  e  $U_2 = 100\%$ ).

turação, onde foi solicitado 105% de luminosidade à planta (Valor fictício na realidade). Note que a potência fornecida pelo controlador é a mesma no saturador, visto que não foi colocado nenhum limite de saturação. Dessa forma, a uma potência de 25W, a lâmpada queima, pois ultrapassa seu valor máximo de aplicação. Já na Figura 30, foi colocado o limite de saturação em 24W. Note que, quando solicitado 105% de entrada de controle, o controlador fornece uma potência elevada, mas o saturador limita a potência em 24W na lâmpada, garantindo o seu funcionamento em operação limite, fornecendo no máximo 100% da luminosidade.

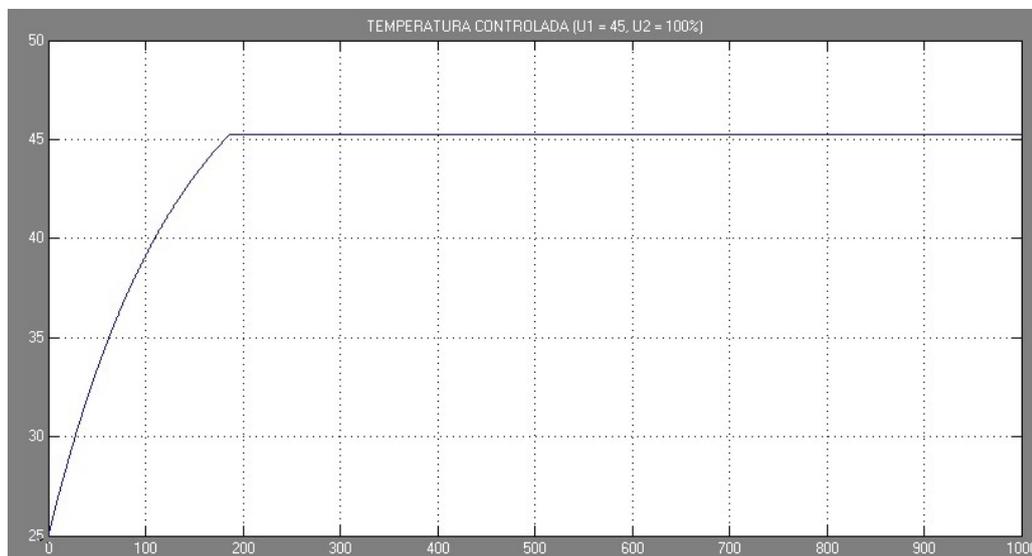


Figura 23: Controle Térmico para a Situação 01 ( $U_1 = 45^\circ\text{C}$  e  $U_2 = 100\%$ ).



Figura 24: Controle Térmico para a Situação 01 ( $U_1 = 60^\circ\text{C}$  e  $U_2 = 100\%$ ).

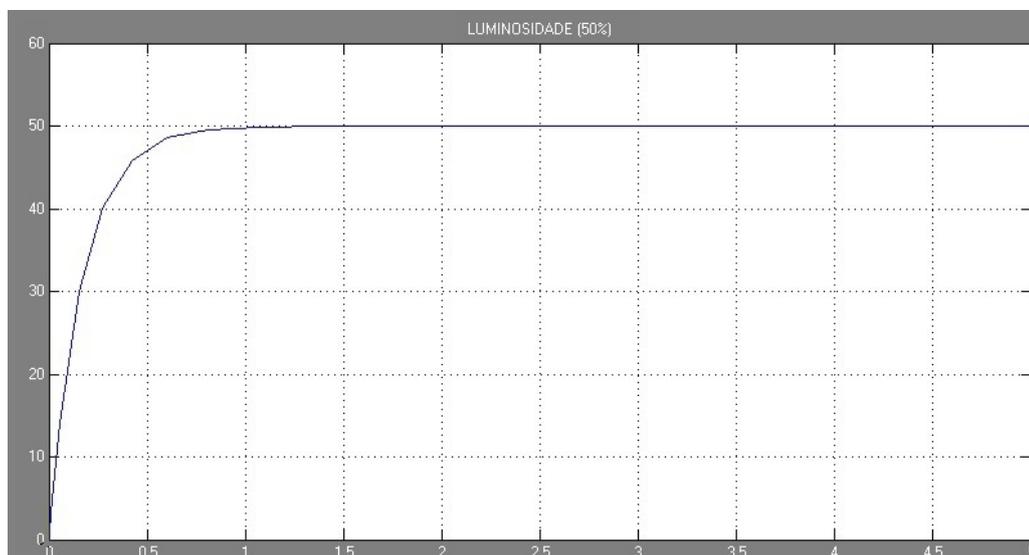


Figura 25: Controle Luminoso para a Situação 02 ( $U_2 = 50\%$ ).

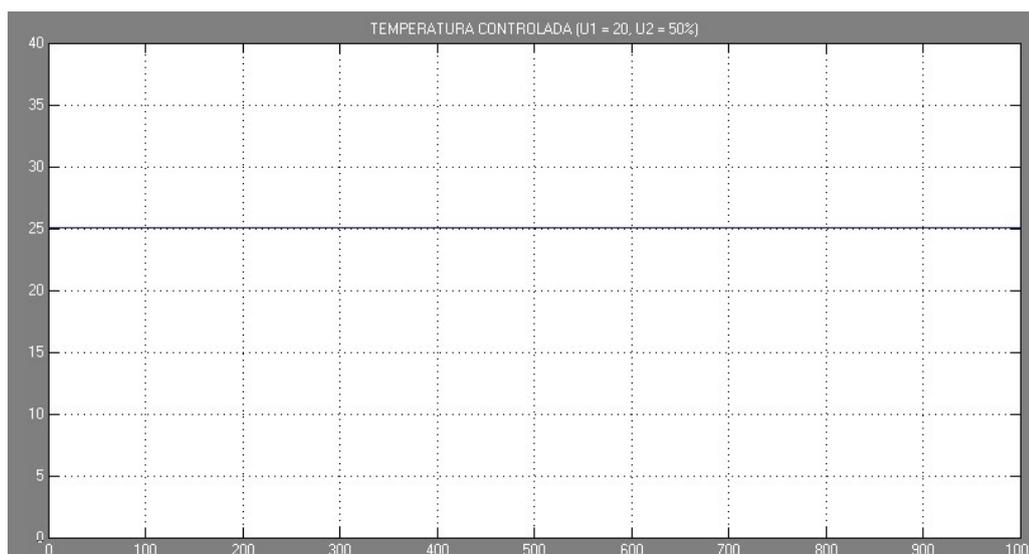


Figura 26: Controle Térmico para a Situação 02 ( $U_1 = 20^\circ\text{C}$  e  $U_2 = 50\%$ ).

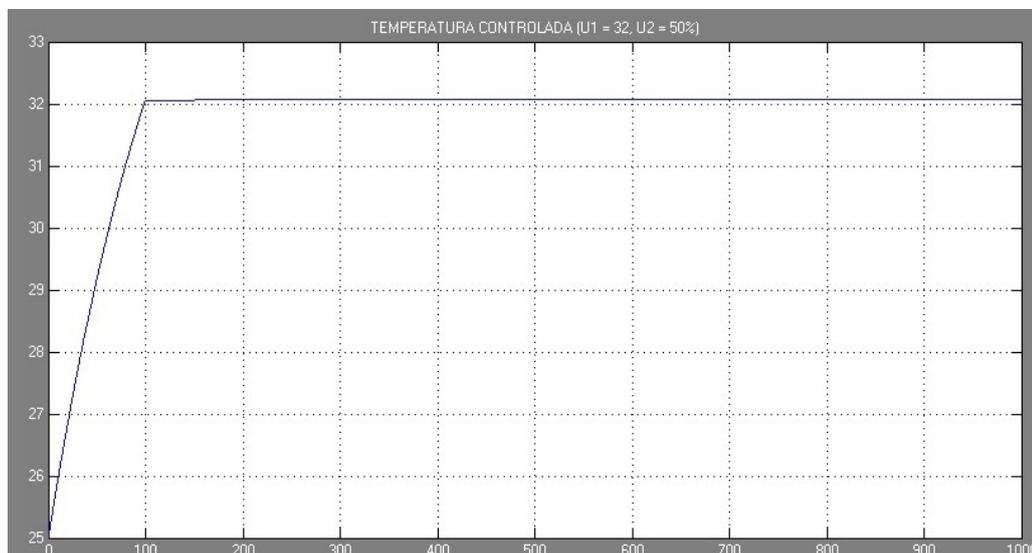


Figura 27: Controle Térmico para a Situação 02 ( $U1 = 32^{\circ}\text{C}$  e  $U2 = 50\%$ ).

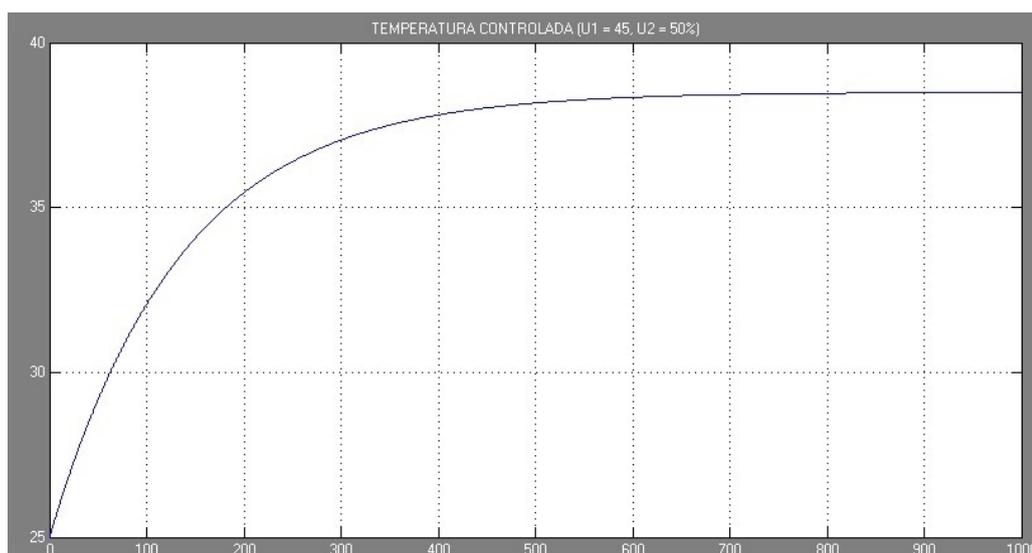


Figura 28: Controle Térmico para a Situação 02 ( $U1 = 45^{\circ}\text{C}$  e  $U2 = 50\%$ ).

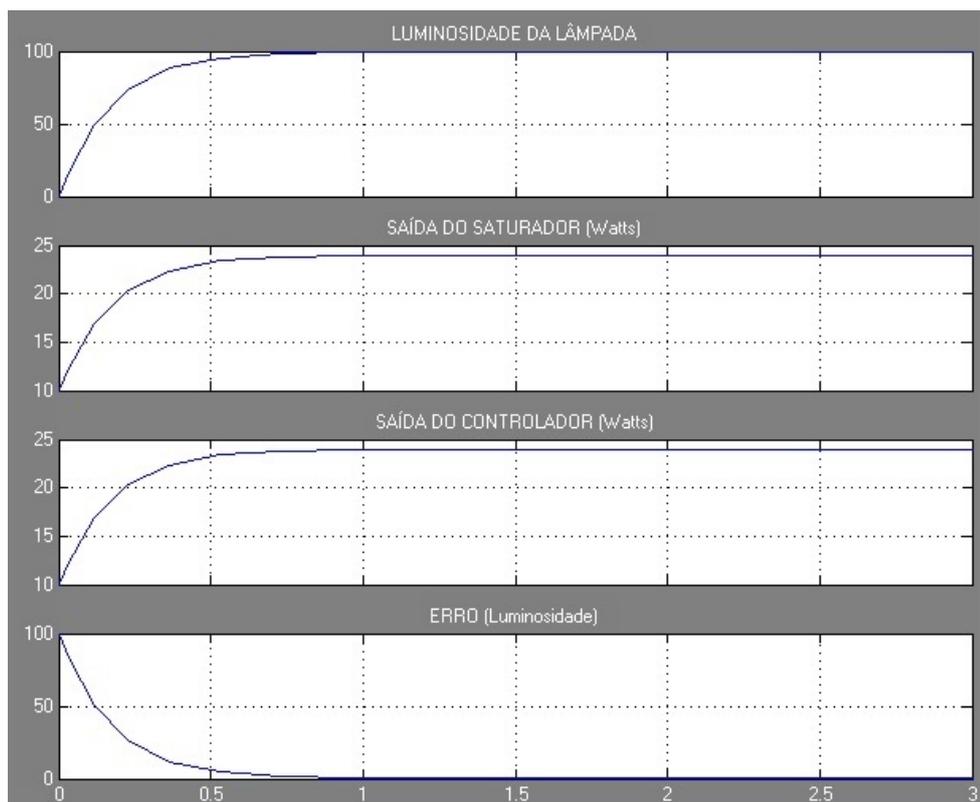


Figura 29: Controle de Luminosidade sem Saturador.

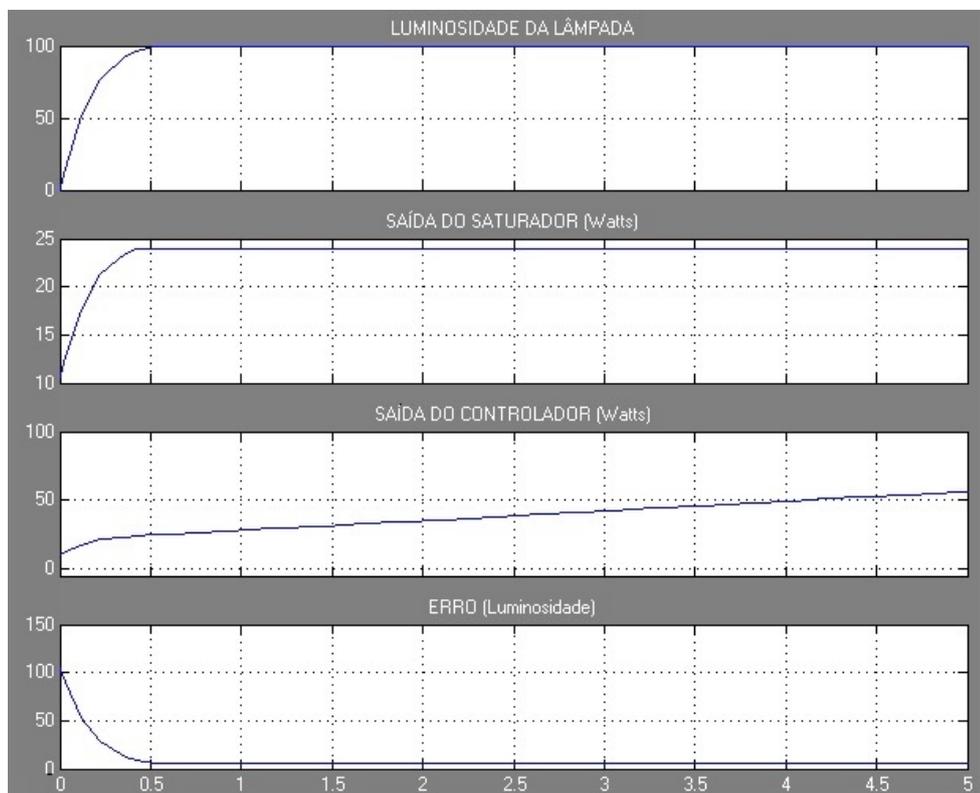


Figura 30: Controle de Luminosidade com Saturado.

## 4 *Conclusões*

Primeiramente, foi comprovado que uma malha SIMO é não-controlável, porém, observável. Essa afirmação nos diz que, jamais seria possível controlar a temperatura e a luminosidade independentemente, todavia, é possível determinar seus estados tendo apenas o conhecimento dos valores de entrada e saída. Partindo desse princípio, foi sugerido um modelo MIMO onde as variáveis do protótipo pudessem ser controladas.

Foi observado que, transformar um modelo SIMO em MIMO altera a controlabilidade mas não interfere na observabilidade. Isso é algo importante quando se deseja buscar uma generalização para futuros sistemas, visto que, o acréscimo de malhas independentes aumentam o grau de controlabilidade sem prejudicar o subespaço observável. De acordo com essa análise, observa-se que, para o projeto de modelos MIMO controláveis, primeiramente, deve-se verificar a existência de uma ou mais malhas SIMO, no intuito de corrigir a controlabilidade do sistemas (conforme a Figura 19). Em seguida, deve-se identificar a variável dependente e adicionar a ela um ou mais subsistemas (Figura 20), proporcionando a controlabilidade necessária entre as variáveis.

Uma melhoria do sistema seria a linearização da potência, tanto na modelagem, quanto no controle. A variável potência é não linear ( $P = R.I^2$ ), porém, foi considerado linear durante o desenvolvimento do projeto. Dessa forma, com a linearização, o modelo dinâmico obtido seria ainda mais fiel ao modelo real e as ações de controle teriam resultados ainda mais precisas.

Este trabalho alcançou o objetivo ao comprovar que o sistema SIMO é não-controlável e a adição de uma nova malha SISO, atuando sobre a variável temperatura, cria um sistema MIMO controlável. A partir dessas análises, observou-se que, a não-controlabilidade acontece quando existe dependência linear entre dois ou mais estados em um sistema e o cálculo da controlabilidade indica se nele existe ou não variáveis linearmente dependentes, porém, a correção é feita diretamente na equação de espaço-estados de sistemas realizáveis (1.8).

---

Para trabalhos futuros, seria interessante adicionar duas novas malhas (aquecimento e resfriamento), aumentando ainda mais o grau de liberdade da temperatura dentro do subespaço controlável, visto que, esse acréscimo não prejudica a observabilidade, tornando o protótipo ainda mais completo e diminuindo o efeito da limitação física sobre as ações de controle.

## *Referências*

- [1] BORTOLOSSO, C. Simulação de um sistema mimo. *Projeto de Diplomação. Engenharia Elétrica UFRS, Brasil, 2010.*
- [2] MARRA, e. a. J. C. Sistema mimo de controle ativo-adaptativo de vibrações aplicado em estruturas aeronáuticas. *DINCON'10. 9º Brazilian Conference on Dynamics Control and their Application, June 2010.*
- [3] SILVA, J. G. Monitoração e controle de umidade e temperatura em secadores de massa alimentícia. *Escola de Engenharia Mauá, Instituto Mauá de Tecnologia, São Caetano do Sul, São Paulo, Brasil, 2009.*
- [4] DOMINGUÉZ, e. a. S. *Control en el Espacio de Estado.* ES: Pearson Educación S.A, 2006.
- [5] PEDROSO, D. Desenvolvimento de um sistema de controle de temperatura. *Engenharia Elétrica - UFV, Trabalho de Conclusão de Curso, Viçosa, Brasil, 2007.*
- [6] CORRÊA, B. V. Controle de luminosidade. *Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2009.*
- [7] MARENCO, R. A. *Fisiologia Vegetal.* BRA: UFV, 2009.
- [8] CHEN, C. T. *Linear System Theory and Design.* UK: Oxford university, 2009.
- [9] AGUIRRE, L. A. *Introdução á Identificação de Sistemas.* BRA: UFMG, 2007.
- [10] AZEVEDO, G. Modelagem de uma estufa com controle de temperatura e umidade e análise de variação paramétrica. 2008.
- [11] NETTO, A. Desenvolvimento de sistema de controle de nível utilizando microcontroladores com comunicação via ethernet. *Engenharia Elétrica - UFV, Trabalho de Conclusão de Curso, Viçosa, Brasil, 2009.*
- [12] PRATES, M. Modelagem matemática de um sistema de secagem de um secador de plantas medicinais e aromáticas. *Engenharia Elétrica - UFV, Trabalho de Conclusão de Curso, Viçosa, Brasil, 2006.*
- [13] OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno.* EUA: Pearson Educación S.A, 2009.
- [14] DORF, R. C. *Sistemas de Controle Moderno.* UK: Bookman, 2002.
- [15] INCROPERA, e. a. F. P. *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa.* EUA: LTC, 2011.

- 
- [16] PEREIRA, H. A. Desenvolvimento de um sistema de aquisição e monitoramento utilizando microcontroladores. *Engenharia Elétrica - UFV, Trabalho de Conclusão de Curso, Viçosa, Brasil*, 2006.
- [17] MARQUES, M. M. Modelagem de uma estufa térmica e sintonia de controlador pid. *Engenharia Elétrica - UFV, Trabalho de Conclusão de Curso, Viçosa, Brasil*, 2007.