

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MATHEUS ALBERTO DE SOUZA

**MODELAGEM DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO  
SUBMETIDO A UMA TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO NÃO SENOIDAL**

VIÇOSA  
2013

MATHEUS ALBERTO DE SOUZA

**MODELAGEM DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO  
SUBMETIDO A UMA TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO NÃO SENOIDAL**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. B. Sc Paulo Fábio Figueireido Rocha.

VIÇOSA  
2013



**MATHEUS ALBERTO DE SOUZA**

**MODELAGEM DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO  
SUBMETIDO A UMA TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO NÃO SENOIDAL**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal de Viçosa, para a obtenção dos créditos da disciplina ELT 490 – Monografia e Seminário e cumprimento do requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 26 de Agosto de 2013.

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

**Prof. - B.Sc. Paulo Fábio Figueireido Rocha - Orientador**  
**Universidade Federal de Viçosa**

---

**Prof. Dr. José Tarcísio de Resende - Membro**  
**Universidade Federal de Viçosa**

---

**Prof. Dr. José Carlos da Costa Campos - Membro**  
**Universidade Federal de Viçosa**

*“Há uma força motriz mais poderosa que o vapor, a eletricidade e a energia atômica: a vontade.”*

*(Albert Einstein)*

*Aos meus pais, por todo amor e dedicação.*

## *Agradecimentos*

Agradeço primeiramente aos meus pais, Carlos e Geralda por todo o carinho, pelo apoio incondicional nos momentos difíceis e pela alegria compartilhada nos momentos felizes. Por serem exemplos de seres humanos para mim, os quais eu admiro com imenso valor.

Agradeço também ao meu irmão Luccas, pelo companheirismo, pelos bons momentos que vivemos e também pelas inúmeras brigas que tivemos que hoje são motivos de risos nas conversas sobre o passado.

A Roberta pelo carinho, apoio e pelos diversos momentos felizes que passamos juntos, também pela compreensão quando os fins de semanas tinham que ser dedicados aos estudos e trabalhos.

Ao meu orientador durante a maior parte do trabalho e amigo, Mauro Prates, que sempre com muito boa vontade me apoiou, orientou e tirou minhas dúvidas neste e outros trabalhos.

Aos amigos da República Barraka Armada, Filipe, Alison, João, Amaury, Ricardo e Acácio pelas noites de Poker, as partidas de PES, as festas na república que sempre rendiam reclamações e multas, os dias de almoço com as comidas da mãe do João, os dias de feijoada e lasanha da mãe do Filipe, os dias de pizza carnívora, as resenhas.

Aos meus amigos Roger e Eduardo pelos inúmeros trabalhos, projetos e cursos que fizemos juntos.

Aos demais amigos da turma de engenharia elétrica 2008 pelas amizades construídas, pelas inúmeras festas que participamos, pelas viagens, carnavais e pelas histórias que sempre serão lembradas nos encontros de turma.

Aos demais amigos da engenharia elétrica e de Viçosa também pelos momentos que serão lembrados por mim.

Aos professores José Tarcísio de Resende e José Carlos da Costa Campos, com os quais tive o privilégio de desenvolver atividades extracurriculares e se dispuseram a participar da comissão examinadora desta monografia.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Viçosa pelos ensinamentos.

Agradeço também a qualquer leitor que venha a se interessar por este trabalho.

E por último, porém não menos importante, agradeço a Deus por mais esta conquista, por iluminar meu caminho nas horas mais escuras e me propiciar momentos de imensa felicidade.



## *Resumo*

A presença de componentes harmônicas na rede de alimentação é sinônimo de uma onda de tensão e corrente distorcidas, tais distorções indicam que a distribuição de energia elétrica é perturbada e que a qualidade de energia não é boa. As harmônicas circulam nas redes deteriorando a qualidade de energia, e são a origem de numerosos prejuízos, tendo um impacto econômico considerável. Há uma grande preocupação, no setor industrial, de seu impacto sobre motores de indução trifásicos. Diante do exposto, este trabalho estuda o desenvolvimento de uma modelagem matemática do motor de indução trifásico, no qual são incluídos harmônicos na tensão de alimentação. Foi utilizado um software computacional baseado em diagramação gráfica em blocos, para comparar e validar os resultados obtidos a partir do modelo. Desta forma o trabalho tem como objetivo, estudar os impactos da inserção de distorções harmônicas na tensão de alimentação dos terminais do estator de um motor de indução trifásico, analisando características como torque eletromagnético, corrente do rotor, escorregamento e fator de potência. O torque eletromagnético associa as influências harmônicas sobre as características mecânicas da máquina, de acordo com o tipo de carga acionada por ela. Já os outros fatores estão intrinsecamente relacionados à eficiência deste motor. Uma análise do comportamento de tais características perante a inserção de harmônicos na rede de alimentação é de suma importância para observação num âmbito global da máquina.

# *Sumário*

1	Introdução.....	14
1.1	O Motor de Indução Trifásico (MIT) .....	15
1.1.1	Introdução.....	15
1.1.2	Características Construtivas do Motor de Indução.....	15
1.1.3	Enrolamentos Distribuídos de Passo Encurtado.....	16
1.1.4	Fator de Distribuição .....	18
1.1.5	Fator de Passo.....	19
1.1.6	Análise Harmônica do Motor de Indução .....	19
1.1.7	Efeitos de Componentes Harmônicas Sobre o Motor de Indução.....	20
1.2	As distorções harmônicas .....	22
1.2.1	Introdução.....	22
1.2.2	Parâmetros de Medição de Harmônicos .....	22
1.3	Acionamentos Elétricos .....	25
1.3.1	Introdução.....	25
1.3.2	Conjugado Resistente de Carga.....	26
1.3.3	Conjugado Constante.....	27
1.3.4	Conjugado Linear .....	27
1.3.5	Conjugado Quadrático.....	28
1.3.6	Conjugado Hiperbólico .....	29
1.4	Objetivos.....	30
2	Metodologia.....	32
2.1	Considerações Gerais .....	32
2.2	Modelagem do Motor de Indução Trifásico .....	33
2.3	Solução Numérica da Modelagem.....	42
2.4	Parâmetros Utilizados na Modelagem.....	42
3	Resultados e Discussões.....	46
3.1	Comparação Modelo x Software .....	53
4	Conclusões.....	59
	Referências Bibliográficas .....	61

## *Lista de Figuras*

Figura 1 – Máquina de indução com rotor bobinado. ....	16
Figura 2 – Rotor de gaiola de esquilo.....	16
Figura 3 – Enrolamento Distribuído.....	17
Figura 4 – Enrolamento Distribuído de Passo Encurtado.....	17
Figura 5 – Circuito equivalente monofásico de um motor de indução.....	19
Figura 6 – Conjugado Resistente da Carga Constante. ....	27
Figura 7 – Conjugado Resistente da Carga Linear. ....	28
Figura 8 – Conjugado Resistente da Carga Quadrático.....	29
Figura 9 – Conjugado Resistente da Carga Hiperbólico. ....	30
Figura 10 – Representação esquemática dos enrolamentos de um MIT. ....	33
Figura 11 – Circuito representando uma fase genérica. ....	34
Figura 12 – Diagrama esquemático de distribuição dos enrolamentos. ....	37
Figura 13 – Torque eletromagnético com o motor operando a vazio.....	46
Figura 14 – Torque eletromagnético com o motor operando a vazio, regime permanente. ....	47
Figura 15 – Corrente da fase A do rotor.....	48
Figura 16 – Corrente da fase A do rotor, regime permanente. ....	48
Figura 17 – Torque eletromagnético com o motor operando com carga. ....	49
Figura 18 – Torque eletromagnético com o motor operando com carga, regime permanente. ....	49
Figura 19 – Corrente da fase A do rotor para o motor operando com carga. ....	50
Figura 20 – Corrente da fase A do rotor para o motor operando com carga, regime permanente. ....	51
Figura 21 – Escorregamento em regime permanente, motor operando a vazio. ....	52
Figura 22 – Escorregamento em regime permanente, motor operando com carga. ....	53
Figura 23 – Torque eletromagnético para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação perfeitamente senoidal. ....	54
Figura 24 – Torque eletromagnético para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação com THD = 15%.....	54
Figura 25 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação senoidal. ....	55
Figura 26 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação com THD=15%.....	55
Figura 27 – Torque eletromagnético para o MIT operando com carga e tensão de alimentação perfeitamente senoidal. ....	56
Figura 28 – Torque eletromagnético para o MIT operando com carga e tensão de alimentação com THD = 15%.....	57

Figura 29 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando com carga e tensão de alimentação senoidal.....	57
Figura 30 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando com carga e tensão de alimentação com THD=15%.....	58

## *Lista de Tabelas*

Tabela 1 – Limites de Distorção Harmônica de Tensão.....	23
Tabela 2 – Limites de Distorção Harmônica de Corrente em % de $I_L$ . ....	24
Tabela 3 – Classificação dos Harmônicos.....	24
Tabela 4 – Parâmetros Adotados na Modelagem Matemática. ....	43
Tabela 5 – Amplitude pico a pico das oscilações presentes no torque eletromagnético e corrente do rotor.....	51
Tabela 6 – Fator de Potência do MIT.....	52

# ***1 Introdução***

Anteriormente, os sistemas elétricos eram formados principalmente por cargas lineares. Com o avanço da tecnologia, cada vez mais são utilizados dispositivos eletrônicos, que são cargas não-lineares, as quais introduzem harmônicas na rede elétrica. Estas cargas geram correntes distorcidas que prejudicam a tensão de alimentação da rede.

A qualidade da energia elétrica constitui na atualidade um fator crucial para a competitividade em praticamente todos os setores industriais. Segundo o Balanço Energético Nacional realizado pela ANEEL realizado em 2010, 68% da carga elétrica do setor industrial é composta por motores elétricos e, portanto, o desempenho do setor industrial depende em grande parte da confiabilidade desses motores. No entanto, os motores elétricos estão submetidos aos mais variados fenômenos de qualidade de energia que podem levá-los ao mau funcionamento e à redução de sua vida útil [1].

Na prática, os motores de indução trifásicos são submetidos a diversos distúrbios que afetam a qualidade de energia, sendo os mais comuns: harmônicos, elevações e afundamentos de tensões, e tensões desequilibradas. Portanto, o motor pode funcionar ora em condições de sobre ou sub-tensões ora com desequilíbrio de tensões. O motor de indução trifásico mesmo funcionando com condições normais de alimentação, também introduz harmônicos na rede devido à saturação magnética. Na eventualidade de distorções consideráveis na tensão de alimentação, o desempenho do motor de indução é fortemente afetado, entre eles, o rendimento, as perdas e conjugado. Tais perdas estão fortemente relacionadas ao conteúdo harmônico na forma de onda da tensão de alimentação e sua análise é principalmente associada às perdas no ferro envolvidas. Tensões não-senoidais aplicadas a máquinas elétricas podem causar superaquecimento, torques pulsantes, ou ruído [2].

## **1.1 O Motor de Indução Trifásico (MIT)**

### **1.1.1 Introdução**

Segundo [3], o motor de indução trifásico é a máquina elétrica de corrente alternada mais utilizada nos sistemas de acionamento eletromecânico. Devido às suas qualidades – robustez e simplicidade de manutenção – tem substituído os motores elétricos de corrente contínua nas suas aplicações típicas, e devido a um aumento do conhecimento do seu princípio de funcionamento foi possível desenvolver novas estratégias de controle que permitem uma boa adaptação das suas características de funcionamento às necessidades da carga mecânica acionada.

O motor de indução por sua confiabilidade, versatilidade, fácil automatização e possibilidade de comando à distância, é usado para um número grande de finalidades. Adequadamente instalado e recebendo uma atenção conveniente, pode proporcionar por uma infinidade de anos uma continuidade de funcionamento livre de problemas. O campo de aplicação do motor assíncrono é ilimitado, este é denominado o “cavalo de força” da indústria moderna [4].

### **1.1.2 Características Construtivas do Motor de Indução**

À primeira vista, os motores de indução podem ser considerados como máquinas de excitação única, porque são aplicadas a seu estator apenas tensões alternadas polifásicas. Contudo uma tensão alternada de frequência variável é induzida no seu rotor, da mesma maneira que se induz uma tensão alternada, por ação transformadora, num secundário de um transformador [5].

O rotor de uma máquina de indução pode ser de dois tipos: o rotor bobinado e o rotor de gaiola de esquilo.

O rotor bobinado, mostrado na Figura 1, é construído na forma de um enrolamento polifásico semelhante ao estator tendo o mesmo número de pólos. Os terminais do enrolamento do rotor são conectados a anéis deslizantes isolados montados sobre o eixo. Escovas de carvão apoiadas sobre esses anéis permitem que os terminais do rotor tornem-se disponíveis externamente ao motor. As máquinas de indução de rotor bobinado não são tanto utilizadas como as máquinas de rotor gaiola de esquilo, porém, têm importante aplicação como em pontes rolantes e elevadores [6].

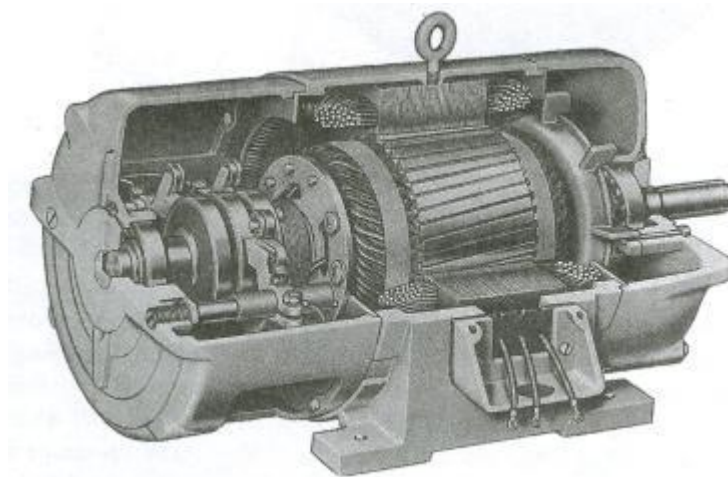


Figura 1 – Máquina de indução com rotor bobinado.

Já no rotor de gaiola de esquilo, mostrado na Figura 2, o enrolamento consiste em barras condutoras encaixadas em ranhuras no ferro do rotor e curto-circuitadas em cada lado por anéis condutores. A extrema simplicidade e a robustez da construção em gaiola de esquilo representam vantagens notáveis para esse tipo de motor de indução e, de longe, fazem dele o tipo de motor mais comumente usado [6].

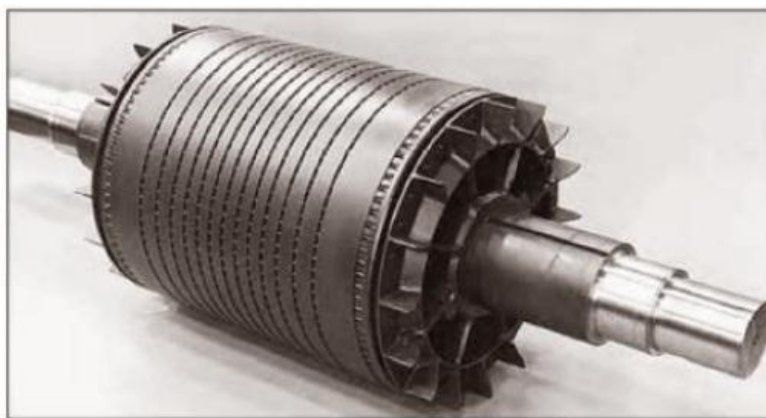


Figura 2 – Rotor de gaiola de esquilo.

### 1.1.3 Enrolamentos Distribuídos de Passo Encurtado

A Figura 3 ilustra um exemplo simples de um enrolamento distribuído de uma máquina trifásica de dois pólos, com enrolamento de dupla camada. As bobinas individuais da Figura 3 cobrem um passo polar pleno ou de  $180^\circ$  elétricos, assim o enrolamento é considerado de passo pleno.



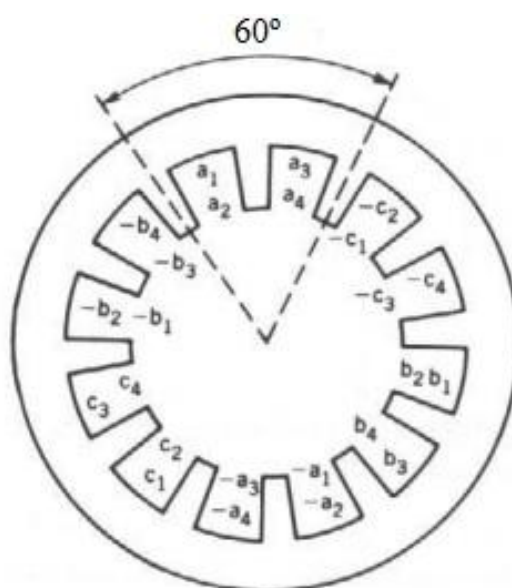


Figura 3 – Enrolamento Distribuído.

Agora considerando que todos os lados de bobina nos topos das ranhuras sejam deslocados de uma ranhura em sentido anti-horário, como mostra a Figura 4. As bobinas agora abrangem somente  $5/6$  de um passo polar e o enrolamento é de passo encurtado ou fracionário. Para um deslocamento semelhante de duas ranhuras, produz-se um enrolamento de  $2/3$  de passo e assim por diante.

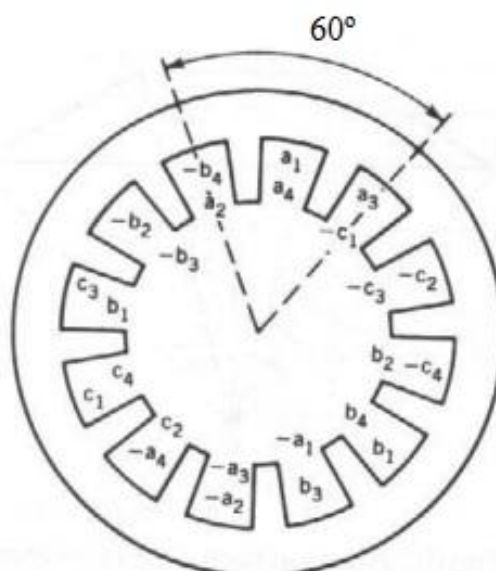


Figura 4 – Enrolamento Distribuído de Passo Encurtado.

Além de encurtar as conexões terminais, os enrolamentos encurtados diminuem o conteúdo harmônico de ambas as ondas de tensão e f.m.m. Um sacrifício é feito quando são usados os enrolamentos de passo encurtado, para o mesmo número de espiras por fase, a

tensão gerada de frequência fundamental é inferior. Entretanto geralmente as harmônicas são diminuídas por um fator apreciavelmente maior, e o número total de espiras que podem ser acomodadas em uma geometria fixa é aumentado [6].

O efeito de distribuir o enrolamento é que as tensões das bobinas  $a_1$  e  $a_2$  não estão em fase com as das bobinas  $a_3$  e  $a_4$ . Assim o fasor resultante da fase  $a$  é menor do que a soma aritmética das tensões individuais das bobinas. Além disso, o efeito de passo encurtado é que uma bobina concatena uma porção menor do fluxo total do pólo do que se a bobina fosse de passo pleno. A combinação desses dois fatores pode ser incluída em um fator de enrolamento  $k_w$  que é usado como um fator de redução [6].

Este fator é composto pela multiplicação dos fatores de distribuição e de passo.

$$k_w = k_d k_p \quad (1)$$

Onde,

$k_d$  - fator de distribuição;

$k_p$  - fator de passo.

#### 1.1.4 Fator de Distribuição

Em uma máquina elétrica, as bobinas de uma fase não são agrupadas em uma mesma ranhura. As bobinas de fase são distribuídas em uma determinada quantidade de ranhuras ao longo do estator da máquina. Sendo assim, a tensão induzida é reduzida em relação à tensão induzida resultante de todas as bobinas concentradas em uma mesma ranhura. O Fator que relaciona a tensão induzida das bobinas distribuídas com a tensão induzida das bobinas concentradas é o Fator de Distribuição [4].

$$k_d = \frac{\text{sen}\left(\frac{nx}{2}\right)}{n \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)} \quad (2)$$

Onde,

$x$  – ângulo de defasagem das tensões induzidas em cada bobina;

$n$  – número de bobinas.

### 1.1.5 Fator de Passo

Na construção de uma máquina elétrica, a distribuição das bobinas de fase pode ser feita de tal forma que os dois lados da bobina fiquem posicionados em determinadas ranhuras nas quais a tensão induzida está defasada de  $180^\circ$  elétricos, ou seja, a tensão induzida na bobina será o dobro da tensão induzida em um lado da bobina. Para que o fenômeno descrito ocorra, é necessário utilizar passo pleno. O passo pleno, ou passo polar, é o número de ranhuras que compreendem um pólo da máquina. Quando um lado da bobina é atravessado pelo fluxo máximo do pólo, o outro lado é atravessado pelo fluxo mínimo. Com o passo pleno a tensão induzida na bobina é o dobro do módulo da tensão induzida em cada lado.

Com um passo encurtado, a tensão induzida na bobina é a soma fasorial das tensões induzidas em cada lado da bobina, que neste caso estão defasadas no espaço e conseqüentemente no tempo. A relação entre as duas tensões induzidas é o chamado Fator de Passo [4].

$$k_p = \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (3)$$

Onde,

$\beta$  – ângulo de encurtamento do passo da bobina;

### 1.1.6 Análise Harmônica do Motor de Indução

O circuito equivalente monofásico de um motor de indução trifásico é apresentado na Figura 5, e pode ser utilizado para análise de motor de indução em regime permanente como sendo um circuito de sequência positiva ou negativa [7].

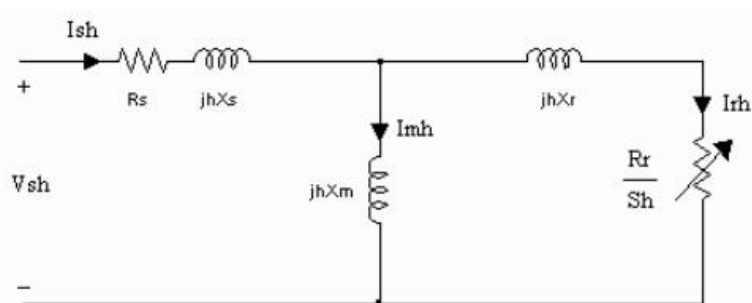


Figura 5 – Circuito equivalente monofásico de um motor de indução.

$V_{sh}$  é a componente harmônica de ordem  $h$  da tensão de alimentação;  $R_s$ ,  $hX_s$  e  $I_{sh}$ , a resistência de enrolamento, reatância de dispersão e corrente do estator, respectivamente;  $R_r$ ,  $hX_r$  e  $I_{rh}$  a resistência de enrolamento, reatância de dispersão e corrente do rotor, respectivamente;  $hX_m$  e  $I_{mh}$  a reatância e corrente de magnetização, respectivamente; e  $s_h$  o escorregamento do motor. O índice  $h$  denota a ordem do harmônico sob consideração. Usualmente o motor de indução é conectado em delta ou estrela não aterrada, portanto a representação do circuito de seqüência zero do motor de indução não é incluída no modelo da máquina. Conseqüentemente nas análises são consideradas somente as harmônicas de seqüência positiva e negativa ( $h= 2, 4, 5, 7, 8, 10, \dots$ ). Para a utilização do circuito na freqüência fundamental, tem-se que  $h=1$  [8].

### 1.1.7 Efeitos de Componentes Harmônicas Sobre o Motor de Indução

Em um motor de indução tensões de alimentação distorcidas podem produzir sobreaquecimento, perda de eficiência, queda do fator de potência verdadeiro e vibrações mecânicas na máquina. As perdas presentes no rotor sofrem uma variação maior que as perdas no estator, sendo, portanto, o sobreaquecimento do rotor o principal problema associado às distorções de tensão nos terminais do motor de indução [9].

Harmônicas de seqüência positiva e negativa presentes na tensão de alimentação de um motor de indução geram oscilações em seu torque eletromagnético. A oscilação mecânica ocorre devido à interação entre as correntes harmônicas induzidas no rotor e o campo magnético no entreferro na freqüência fundamental. Embora o valor médio das oscilações do torque eletromagnético seja praticamente zero para quaisquer taxas de distorção de harmônicas aplicadas ao MI, as oscilações resultantes são suficientes para aumentar as vibrações no rotor, elevando as perdas por fricção nos mancais dos rolamentos, reduzindo a vida útil e aumentando a probabilidade de uma falha mecânica da máquina. Em motores de eixo curto e pequeno entreferro, as vibrações podem provocar o roçamento entre o rotor e o estator, elevando a temperatura nos pontos de atrito [10].

Harmônicas de seqüência positiva tendem a aumentar levemente o torque eletromagnético do motor, pois a interação das correntes de seqüência positiva no rotor com o campo magnético do estator produz um torque positivo, logo a velocidade sofre uma pequena variação positiva, diminuindo o escorregamento; por outro lado, harmônicas de seqüência negativa tendem a gerar um torque contrário ao produzido na freqüência fundamental,

produzindo então uma pequena variação negativa na velocidade da máquina, aumentando o escorregamento. No entanto, as pequenas variações existentes no escorregamento não são suficientes para provocar um aumento na corrente fundamental do MI, sendo, portanto, a elevação da corrente de alimentação função praticamente da elevação das componentes harmônicas de corrente. Por causa da elevação da corrente de alimentação do MI, o fator de potência verdadeiro do motor é seriamente afetado. A medição do fator de potência verdadeiro permite o conhecimento da real influência das harmônicas sobre as cargas motoras, e um dimensionamento adequado relativo ao consumo de reativos permite uma solução mais eficiente para a elevação do fator de potência verdadeiro considerado pela concessionária [8].

A Nota Técnica referenciada em [17], regulamentada pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) o fator de potência verdadeiro permite a obtenção do fator de potência considerando as distorções harmônicas. É ainda interessante notar que, para se determinar o estresse térmico, a grandeza mais indicada seria a de energia não ativa, e para tanto, os valores de referência devem ser estabelecidos com base no fator de potência verdadeiro.

O fator de potência de deslocamento, usualmente denota a relação entre a potência ativa e aparente da carga ou ao cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente (fundamentais), de acordo com [5]:

$$FPD = \frac{P1}{|S1|} = \cos(\theta) \quad (4)$$

Onde,

*FPD* - fator de potência de deslocamento;

*P1* - potência ativa para a fundamental;

*S1* - potência aparente para a fundamental.

O fator de potência de deslocamento está associado apenas às componentes fundamentais de tensão e corrente. Para o caso de distorção deve-se levar em consideração o fator de potência total ou verdadeiro, segundo [18] é dado por (5).

$$FP = \frac{\cos(\theta_1)}{\sqrt{1 + THD^2}} \quad (5)$$

Onde,

$FP$  - fator de potência total ou verdadeiro;

$\theta_1$  – ângulo de deslocamento entre tensão e corrente fundamental;

$THD$ - Distorção Harmônica Total, dado por (6).

Ainda segundo [18], podem ser citadas algumas desvantagens de um baixo fator de potência e elevada distorção, sendo: A máxima potência ativa absorvível da rede é fortemente limitada pelo FP, as harmônicas de corrente exigem um sobredimensionamento da instalação elétrica e dos transformadores, além de aumentar as perdas (efeito pelicular), o achatamento da onda de tensão, devido ao pico da corrente, além da distorção da forma de onda, pode causar mau-funcionamento de outros equipamentos conectados à mesma rede e as componentes harmônicas podem excitar ressonâncias no sistema de potência, levando a picos de tensão e de corrente, podendo danificar dispositivos conectados à linha.

## 1.2 As distorções harmônicas

### 1.2.1 Introdução

As harmônicas são tensões ou correntes senoidais com frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental, a qual um sistema de energia está projetado para operar, normalmente 50Hz ou 60Hz. A distorção harmônica existe devido à presença de cargas e dispositivos com características não lineares no sistema elétrico.

A distorção de tensão é resultado de quedas de tensão não lineares causadas pelas correntes harmônicas atravessando as impedâncias do sistema. A distorção harmônica é uma preocupação crescente para muitos consumidores e para o sistema elétrico de energia no geral, devido ao aumento da aplicação de equipamentos da eletrônica de potência [11].

### 1.2.2 Parâmetros de Medição de Harmônicos

Os níveis de distorção harmônica podem ser caracterizados pela análise do espectro de harmônicas considerando as amplitudes e ângulos de fase de cada componente harmônica individualmente. Também é comum utilizar uma medida global, a distorção harmônica total

(THD ou DHT, do inglês *Total Harmonic Distortion*), medida que considera a magnitude de toda a distorção harmônica apresentada, conforme a equação (6). A Tabela 1 mostra os limites de distorção harmônica de tensão recomendados segundo IEEE Std. 519-1992 [12].

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2}}{V_1} \times 100\% \quad (6)$$

Onde  $V_h$  é a amplitude das componentes harmônicas individuais,  $h$  é a ordem das harmônicas e  $V_1$  é o valor eficaz da tensão fundamental.

Tabela 1 – Limites de Distorção Harmônica de Tensão.

Barra de Tensão	Distorção Harmônica Individual de Tensão (%)	Distorção Harmônica Total de Tensão THD (%)
$V_n \leq 69KV$	3,0	5,0
$69KV < V_n \leq 161 KV$	1,5	2,5
$V_n > 161KV$	1,0	1,5

As harmônicas de corrente resultam da operação normal de cargas não lineares conectadas ao sistema de energia. Os níveis de distorção de corrente podem ser caracterizados pela distorção harmônica total, mas frequentemente isto pode gerar equívocos. Por exemplo, muitos controladores de velocidade ajustáveis apresentarão valores elevados de distorção harmônica para a corrente de entrada quando estes operarem com cargas muito leves. Neste caso isso não é significativo, pois a amplitude da harmônica de corrente é baixa e ainda assim a distorção total é relativamente alta [13].

Para caracterizar as harmônicas de corrente de forma consistente, o IEEE definiu outro termo, a distorção de demanda total (DDT), descrito pela equação (7).

$$DDT = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2}}{I_L} \times 100\% \quad (7)$$

Onde  $I_h$  é o valor eficaz das componentes harmônicas individuais em ampères,  $h$  é a ordem das harmônicas e  $I_L$  é o valor eficaz da corrente de carga na demanda máxima em ampères.

Na Tabela 2 apresentam-se os limites de distorção harmônica de corrente segundo o que recomenda IEEE Std. 519-1992 [12], onde  $I_{SC}$  é a corrente de curto-circuito no ponto de acoplamento comum (PAC), que se trata o ponto de ligação entre a concessionária e os vários consumidores. A sigla DDT refere-se a total distorção harmônica de corrente associada à  $I_{SC}$ .

Tabela 2 – Limites de Distorção Harmônica de Corrente em % de  $I_L$ .

$V_n \leq 69KV$						
$I_{SC}/I_L$	$h < 11$	$11 \leq h < 17$	$17 \leq h < 23$	$23 \leq h < 35$	$35 \leq h$	DDT
< 20	4,0	2,0	1,5	0,6	0,3	5,0
20-50	7,0	3,5	2,5	1,0	0,5	8,0
50-100	10,0	4,5	4,0	1,5	0,7	12,0
100-1000	12,0	5,5	5,0	2,0	1,0	15,0
> 1000	15,0	7,0	6,0	2,5	1,4	20,0
$69KV < V_n \leq 161KV$						
< 20	2,0	1,0	0,75	0,3	0,15	2,5
20-50	3,5	1,75	1,25	0,5	0,25	4,0
50-100	5,0	2,25	2,0	1,25	0,35	6,0
100-1000	6,0	2,75	2,5	1,0	0,5	7,5
> 1000	7,5	3,5	3,0	1,25	0,7	10
$V_n > 161KV$						
< 50	2,0	1,0	0,75	0,3	0,15	2,5
$\geq 50$	3,5	1,75	1,25	0,5	0,25	4,0

Os harmônicos em regime permanente são classificados quanto à sua ordem (pares ou ímpares) e sequência (positiva, negativa ou zero), conforme mostrado pela Tabela 3, na qual está representada até a oitava harmônica para fins de exemplificação.

Tabela 3 – Classificação dos Harmônicos.

Ordem	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Frequência (Hz)	60	120	180	240	300	360	420	480
Sequência	+	-	0	+	-	0	+	-



Quando uma tensão não senoidal é aplicada a um motor trifásico de indução, o rotor do mesmo tem um escorregamento  $s$  correspondente ao fundamental e vários escorregamentos harmônicos  $s_h$  correspondentes aos  $h$ -ésimos harmônicos, e pode ser expresso por (8).

$$s_h = \frac{hn_s + (1 - s_1)n_s}{hn_s} \quad (8)$$

Sendo,  $s_1$  o escorregamento na frequência fundamental, definido por (9).

$$s_1 = \frac{n_{s1} - n}{n_{s1}} \quad (9)$$

Onde,

$n_{s1}$  - velocidade síncrona na frequência fundamental, em rpm;

$n$  - velocidade do rotor, em rpm.

## 1.3 Acionamentos Elétricos

### 1.3.1 Introdução

Segundo [14], quando um motor aciona uma carga mecânica, na velocidade de equilíbrio o conjugado que o motor produz é equilibrado pelo conjugado resistente da carga. A equação diferencial que rege o movimento do conjunto motor-carga é dada por:

$$T_e - T_{cg} = J \frac{d\omega}{dt} + D\omega \quad (10)$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (11)$$

Onde,

$T_e$  - conjugado produzido pelo motor, em N.m;

$T_{cg}$  - conjugado resistente ou de carga, em N.m;

$J$  - momento de inércia das massas girantes, em kg.m<sup>2</sup>;

$\omega$  - velocidade do eixo, em rad/s;

$D$  - coeficiente de atrito viscoso, em N.m.s.

Segundo [15], as cargas mecânicas têm comportamentos diferentes quanto aos conjugados resistentes que oferecem aos motores elétricos. As mesmas podem ser classificadas em 4 grupos:

- Cargas de conjugado constante;
- Cargas de conjugado linear;
- Cargas de conjugado quadrático;
- Cargas de conjugado hiperbólico.

Além disso, quando o motor está acelerando ou desacelerando o mesmo precisa vencer o efeito de inércia de todas as partes girantes do acionamento que incluem:

- O próprio rotor;
- Carga acionada;
- Sistema de redução (redutores).

### 1.3.2 Conjugado Resistente de Carga

O comportamento do conjugado do motor perante a presença de componentes harmônicas na rede de alimentação é uma das características mais importantes a ser observada neste trabalho, por isso deve-se dar uma atenção especial ao conjugado resistente da carga para a simulação em situações com carga. Segundo [16], o conjugado resistente de carga é o conjugado requerido pela carga, portanto, depende do tipo de carga a ser acionada pelo motor. Porém todos podem ser representados pela expressão:

$$T_{cg} = T_0 + k_c \omega^x \quad (12)$$

Onde,

$T_{cg}$  - conjugado resistente da carga, em N.m;

$T_0$  - conjugado da carga para rotação zero, em N.m;

$k_c$  - constante que depende da carga;

x - parâmetro dependente da carga, pode assumir os valores -1, 0, 1, 2.

De acordo com (12) percebe-se que o conjugado da carga varia com a rotação n. Esta variação depende do parâmetro x, e assim as cargas podem ser classificadas nos 4 grupos anteriormente mencionados.

### 1.3.3 Conjugado Constante

Para este tipo de carga o parâmetro x é zero. Portanto:

$$T_{cg} = T_0 + k_c \quad (13)$$

Nas máquinas deste tipo, o conjugado permanece constante durante a variação da velocidade e a potência aumenta proporcionalmente com a velocidade. Este caso é mostrado na Figura 6.

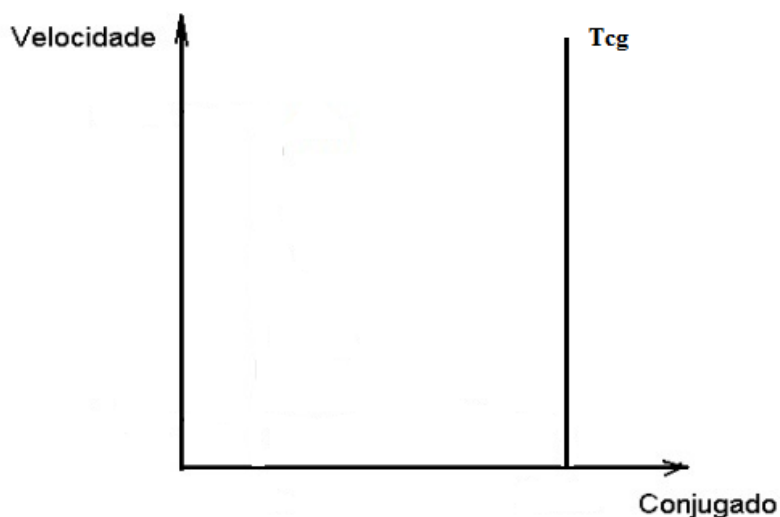


Figura 6 – Conjugado Resistente da Carga Constante.

Exemplos de cargas com conjugado constante: Compressores a pistão, talhas, guindastes, bombas a pistão, britadores, transportadores contínuos.

### 1.3.4 Conjugado Linear

Para este tipo de carga o parâmetro x é igual a 1. Portanto:

$$T_{cg} = T_0 + k_c \omega \quad (14)$$

Nas máquinas deste tipo, o conjugado varia linearmente durante a variação da velocidade e a potência aumenta proporcionalmente com o quadrado da velocidade. Este caso é mostrado na Figura 7.

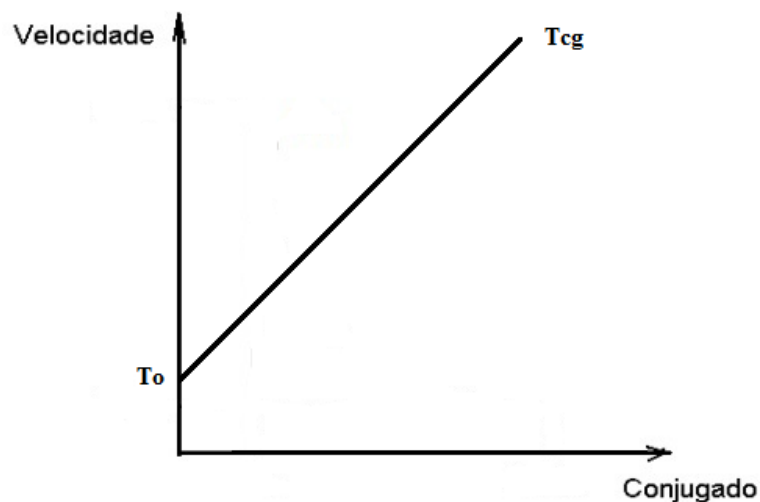


Figura 7 – Conjugado Resistente da Carga Linear.

Exemplos de cargas com conjugado linear: Calandra com atrito viscoso (para calandrar papel). Obs.: Aplicação muito rara.

### 1.3.5 Conjugado Quadrático

Neste caso tem-se que  $x$  é igual a 2. Portanto:

$$T_{cg} = T_0 + k_c \omega^2 \quad (15)$$

Neste caso, o conjugado varia com o quadrado da rotação e a potência aumenta com o cubo da velocidade. Este caso é mostrado na Figura 8.

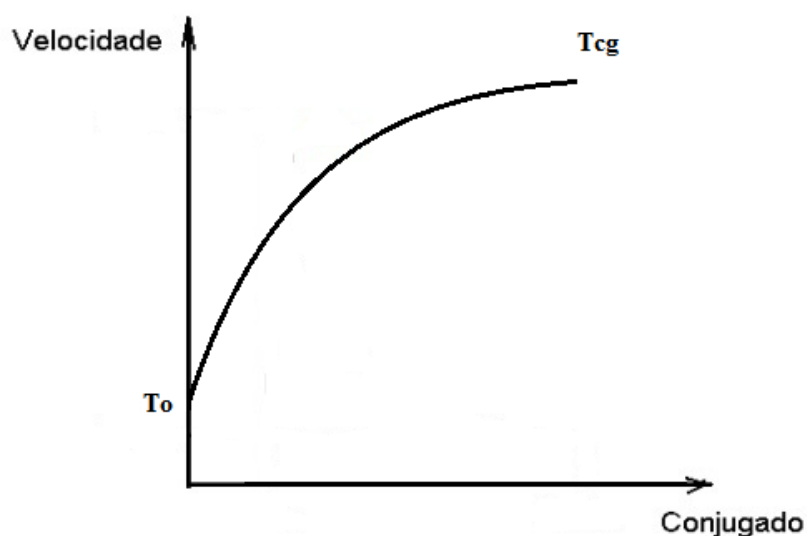


Figura 8 – Conjugado Resistente da Carga Quadrático.

Exemplos de cargas com conjugado quadrático: Bombas centrífugas, ventiladores, misturadores centrífugos.

### 1.3.6 Conjugado Hiperbólico

Neste caso tem-se que  $x$  é igual a  $-1$ . Portanto:

$$T_{cg} = \frac{k_c}{\omega} \quad (16)$$

Neste tipo de carga a constante  $T_0$  pode ser considerado nulo. Por (16) percebe-se que para  $n=0$ , o conjugado seria infinito, o que não tem sentido físico. Este fato na prática não acontece porque a rotação da máquina só pode variar entre um limite mínimo ( $n_1$ ) e máximo ( $n_2$ ). A potência neste caso permanece constante, isto é, não varia com a rotação. Este caso é mostrado na Figura 9.

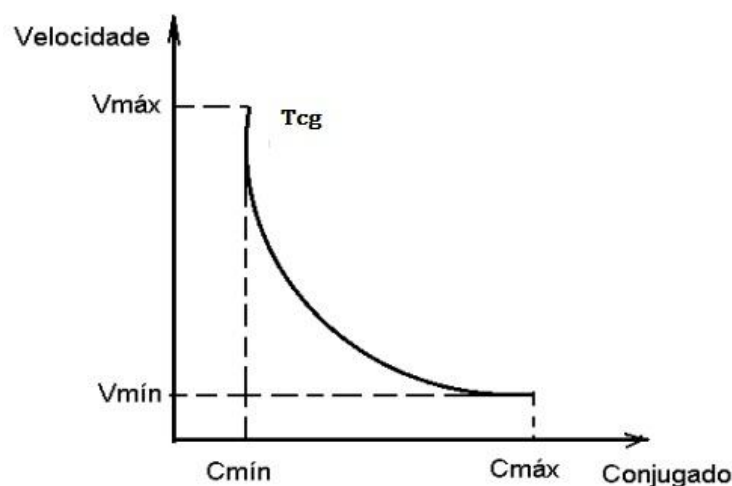


Figura 9 – Conjugado Resistente da Carga Hiperbólico.

Exemplos de cargas com conjugado hiperbólico: Brocas de máquinas ferramentas, bobinador, desbobinador, máquinas de sonda e perfuração de petróleo.

## 1.4 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral o estudo de uma modelagem matemática do motor de indução trifásico de rotor gaiola de esquilo, considerando os efeitos em suas características operacionais produzidas pela presença de tensões de alimentação não senoidais. Utilizando para tal um software iterativo de alta performance voltado para o cálculo numérico, para a implementação do algoritmo de modelagem.

Dado o objetivo geral, têm-se como objetivos específicos:

- Comparar os resultados obtidos a partir da modelagem matemática, com resultados obtidos por simulação em software de diagramação gráfica por blocos. Buscando assim validar o modelo desenvolvido.
- Estudar os impactos da inserção de distorções harmônicas na tensão de alimentação dos terminais do estator de um motor de indução trifásico;
- Analisar as variações do conjugado do motor frente aos harmônicos, para situação a vazio e com carga;
- Analisar as variações das correntes induzidas no rotor frente aos harmônicos, para situação a vazio e com carga;
- Analisar as variações do escorregamento do motor, para situação a vazio e com carga;

- Analisar as variações do fator de potência, para situação a vazio e com carga.

## **2 Metodologia**

### **2.1 Considerações Gerais**

A modelagem matemática é empregada para obter uma representação do comportamento das grandezas internas da máquina e, para o caso de um motor de indução trifásico (MIT), o comportamento dinâmico deste deve ser obtido através de equações que relacionem tensão, corrente, fluxo concatenado, conjugado eletromagnético, velocidade e posição angular.

Tal comportamento dinâmico deve ser encontrado baseando-se no conhecimento das características construtivas do motor, permitindo descrevê-lo por meio de um circuito elétrico equivalente e por meio dos fenômenos eletromagnéticos e mecânicos abrangidos neste circuito equivalente.

Um MIT convencional possui enrolamentos trifásicos caracterizados por três bobinas denotadas por fases a, b e c. Cada fase é deslocada espacialmente no entorno do motor em  $120^\circ$  elétricos. Para esta modelagem é considerado um MIT com enrolamento distribuído, onde o número de ranhuras por pólo-fase é maior do que um.

Para a modelagem desenvolvida neste trabalho são consideradas as seguintes preposições:

- Os três enrolamentos do estator são iguais;
- Os três enrolamentos do rotor são iguais;
- Os ângulos elétricos entre os enrolamentos são iguais;
- O circuito magnético é ideal, despreza-se assim a saturação magnética;
- As perdas magnéticas são desprezadas.



## 2.2 Modelagem do Motor de Indução Trifásico

A Figura 10 representa uma vista típica da estrutura de enrolamentos do motor em forma esquemática, de forma a se estabelecer mais facilmente as relações matemáticas do modelo. As notações a, b e c representam as fases referentes ao estator, enquanto as notações A, B e C representam as fases referentes ao rotor e  $\theta$  representa o ângulo entre as bobinas de mesma fase do estator e rotor.

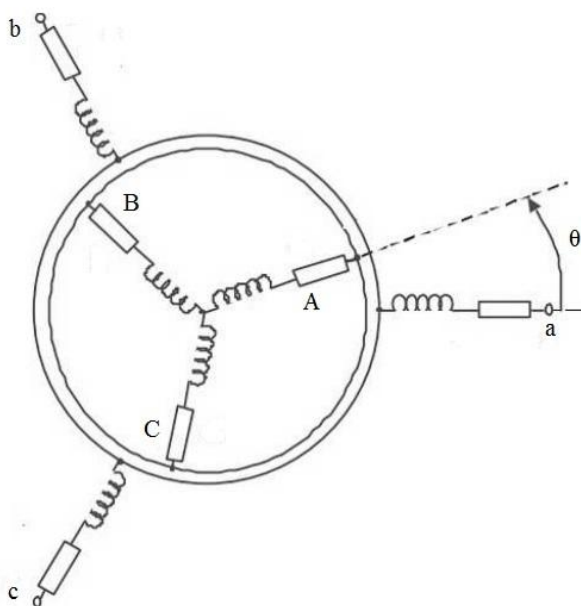


Figura 10 – Representação esquemática dos enrolamentos de um MIT.

Para a representação trifásica, devem-se obter as equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico das grandezas da máquina por fase, para o estator e para o rotor, assim como a relação entre elas. Além disso, devem-se obter equações que também descrevam o comportamento dinâmico das grandezas que relacionam o conjugado eletromagnético da máquina, velocidade e posição angular.

A Figura 11 representa um enrolamento genérico de uma das fases do estator da máquina de indução. Sendo “i” uma fase genérica que representa qualquer uma das fases “abc” do estator, e “ABC” do rotor, a sua tensão, segundo [19], é dada por (17).

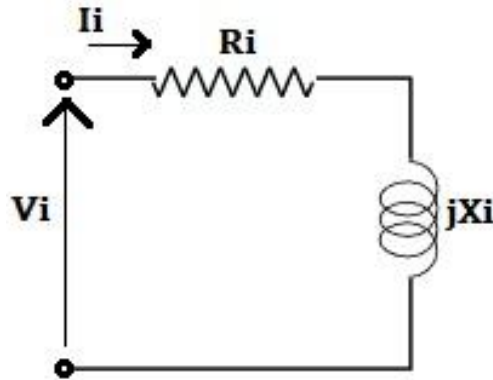


Figura 11 – Circuito representando uma fase genérica.

$$v_i = R_i i_i + \frac{d\lambda_i}{dt} \quad (17)$$

Onde,

$v_i$  – tensão na fase “i”;

$R_i$  – resistência na fase “i”;

$\lambda_i$  – concatenamento total de fluxo na fase “i”;

O concatenamento  $\lambda_i$  pode ser dividido nas parcelas magnetizante  $\lambda m_i$  e de dispersão  $\lambda d_i$ , como mostrado em (18).

$$\lambda_i = \lambda d_i + \lambda m_i \quad (18)$$

Considerando a hipótese do fluxo de dispersão sem saturação e para um enrolamento distribuído, tem-se que:

$$\lambda d_i = L_i i_i \quad (19)$$

Onde,

$L_i$  – indutância de dispersão da fase “i”;

Sendo que o fluxo concatenado total é dado por (20):

$$\lambda_{Total} = \sum_{j=a}^c \lambda_j + \sum_{k=A}^C \lambda_k \quad (20)$$

Onde,

$\lambda_k$  - fluxo produzido pelo enrolamento “i” do rotor;

$\lambda_j$  - fluxo produzido pelo enrolamento “i” do estator.

Os termos de fluxo presente em (20), representam o fluxo concatenado total por fase. Este é composto pelas várias contribuições de fluxo devido às auto-indutâncias do estator e do rotor, denominadas  $L'_{SS}$  e  $L'_{RR}$  respectivamente, pelas indutâncias mútuas entre dois enrolamentos do estator e dois enrolamentos do rotor,  $M_{SS}$  e  $M_{RR}$  respectivamente, e pela indutância mútua entre fases do enrolamento do estator e do rotor,  $M_{SR}$  [19].

Onde,

$$L'_{SS} = k_{SS}L_{SS} \quad (21)$$

$$L'_{RR} = k_{RR}L_{RR} \quad (22)$$

$$M_{SS} = k_{SS}L_{SS} \cos \frac{2\pi}{3} \quad (23)$$

$$M_{RR} = k_{RR}L_{RR} \cos \frac{2\pi}{3} \quad (24)$$

$$M_{SR} = k_{SR}L_{SR} \quad (25)$$

Sendo,  $k_{SS}$  e  $k_{RR}$ , os fatores de enrolamento entre as fases do estator e entre fases do rotor, respectivamente,  $k_{SR}$  o fator de enrolamento entre a fase do estator e as do rotor, e  $L_{SR}$  o valor máximo da indutância mútua entre uma fase do estator e do rotor.

Pela consideração de que os enrolamentos do estator são iguais, assim como o do rotor, tem-se que:

$$L_a = L_b = L_c = L_S \quad (26)$$

$$L_A = L_B = L_C = L_R \quad (27)$$

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{SS} \quad (28)$$

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_{RR} \quad (29)$$

$$M_{ab} = M_{ac} = M_{bc} = M_{SS} \quad (30)$$

$$M_{AB} = M_{AC} = M_{BC} = M_{RR} \quad (31)$$

Sendo que todos os valores de (26), (27), (28), (29), (30) e (31) são constantes.

Para os termos referentes à indutância mútua entre fases do enrolamento do estator e rotor, tem-se que:

$$M_{aA} = M_{SR} \cos \theta \quad (32)$$

$$M_{aB} = M_{SR} \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (33)$$

$$M_{aC} = M_{SR} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (34)$$

$$M_{bA} = M_{SR} \cos \theta \quad (35)$$

$$M_{bB} = M_{SR} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (36)$$

$$M_{bC} = M_{SR} \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (37)$$

$$M_{cA} = M_{SR} \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (38)$$

$$M_{cB} = M_{SR} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (39)$$

$$M_{cC} = M_{SR} \cos \theta \quad (40)$$

Dado que,

$$L_{SS} = L_{RR} = L_{SR} = \frac{2}{3} L_m \quad (41)$$

Sendo,  $L_m$  a indutância de magnetização da máquina.

O surgimento dos termos relacionados ao cosseno do ângulo  $\theta$ , defasados de  $120^\circ$ , está intrinsecamente relacionado ao ângulo entre as bobinas de mesma fase do estator e rotor e à defasagem entre as bobinas do estator, como se pode observar na Figura 12.

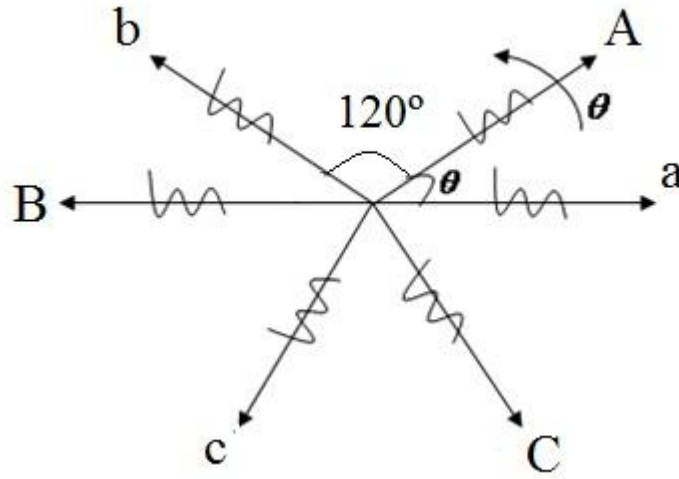


Figura 12 – Diagrama esquemático de distribuição dos enrolamentos.

As tensões apresentadas em (17), para todas as fases do estator e rotor tomam a forma:

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (42)$$

$$v_b = R_b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (43)$$

$$v_c = R_c i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (44)$$

$$v_A = R_A i_A + \frac{d\lambda_A}{dt} \quad (45)$$

$$v_B = R_B i_B + \frac{d\lambda_B}{dt} \quad (46)$$

$$v_C = R_C i_C + \frac{d\lambda_C}{dt} \quad (47)$$

Onde que, para enrolamentos iguais:

$$R_a = R_b = R_c = R_s \quad (48)$$

$$R_A = R_B = R_C = R_R \quad (49)$$

De acordo com [19], pelas equações de (28) a (40), tem-se que:

$$\lambda_a = (L_S + L'_{SS})i_a + M_{SS}i_b + M_{SS}i_c + M_{aA}i_A + M_{aB}i_B + M_{aC}i_C \quad (50)$$

$$\lambda_b = M_{SS}i_a + (L_S + L'_{SS})i_b + M_{SS}i_c + M_{bA}i_A + M_{bB}i_B + M_{bC}i_C \quad (51)$$

$$\lambda_c = M_{SS}i_a + M_{SS}i_b + (L_S + L'_{SS})i_c + M_{cA}i_A + M_{cB}i_B + M_{cC}i_C \quad (52)$$

$$\lambda_A = M_{aA}i_a + M_{bA}i_b + M_{cA}i_c + (L_R + L'_{RR})i_A + M_{RR}i_B + M_{RR}i_C \quad (53)$$

$$\lambda_B = M_{aB}i_a + M_{bB}i_b + M_{cB}i_c + M_{RR}i_A + (L_R + L'_{RR})i_B + M_{RR}i_C \quad (54)$$

$$\lambda_C = M_{aC}i_a + M_{bC}i_b + M_{cC}i_c + M_{RR}i_A + M_{RR}i_B + (L_R + L'_{RR})i_C \quad (55)$$

Colocando as equações (50) a (55) em formas matriciais, obtém-se para o índice S referente ao estator e índice R referente ao rotor:

$$[\lambda_S] = [ML_{SS}] \cdot [i_S] + [ML_{SR}(\theta)] \cdot [i_R] \quad (56)$$

$$[\lambda_R] = [ML_{RS}(\theta)] \cdot [i_S] + [ML_{RR}] \cdot [i_R] \quad (57)$$

Onde,

$$[ML_{SS}] = \begin{bmatrix} (L_S + L'_{SS}) & M_{SS} & M_{SS} \\ M_{SS} & (L_S + L'_{SS}) & M_{SS} \\ M_{SS} & M_{SS} & (L_S + L'_{SS}) \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$[ML_{RR}] = \begin{bmatrix} (L_R + L'_{RR}) & M_{RR} & M_{RR} \\ M_{RR} & (L_R + L'_{RR}) & M_{RR} \\ M_{RR} & M_{RR} & (L_R + L'_{RR}) \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$[ML_{SR}(\theta)] = k_{SR} L_{SR} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$[ML_{RS}(\theta)] = [ML_{SR}(\theta)]^T \quad (61)$$

Assim a equação matricial da máquina é dada por:

$$[V_S] = [R_S] \cdot [i_S] + \frac{d[\lambda_S]}{dt} \quad (62)$$

$$[V_R] = [R_R] \cdot [i_R] + \frac{d[\lambda_R]}{dt} \quad (63)$$

Substituindo (56) e (57) em (62) e (63), obtém-se:

$$[V_S] = [R_S] \cdot [i_S] + [ML_{SS}] \frac{d[i_S]}{dt} + \frac{d([ML_{RS}(\theta)] \cdot [i_R])}{dt} \quad (64)$$

$$[V_R] = [R_R] \cdot [i_R] + \frac{d([ML_{RS}(\theta)] \cdot [i_S])}{dt} + [ML_{RR}] \frac{d[i_R]}{dt} \quad (65)$$

Pode-se então adotar um sistema vetor-matriz para representar as equações (64) e (65) da seguinte forma:

$$[V] = [R][I] + [LM][\dot{I}] \quad (66)$$

Onde o termo  $[\dot{I}]$  corresponde à matriz das derivadas de  $[I]$ . Expandindo então (66), tem-se:

$$[V] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & Dasr & Dbsr & Dcsr \\ 0 & R_s & 0 & Dcsr & Dasr & Dbsr \\ 0 & 0 & R_s & Dbsr & Dcsr & Dasr \\ Dasr & Dcsr & Dbsr & R_R & 0 & 0 \\ Dbsr & Dasr & Dcsr & 0 & R_R & 0 \\ Dcsr & Dbsr & Dasr & 0 & 0 & R_R \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$[I] = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$[LM] = \begin{bmatrix} L_S + L'_{SS} & M_{SS} & M_{SS} & M_{aA} & M_{aB} & M_{aC} \\ M_{SS} & L_S + L'_{SS} & M_{SS} & M_{bA} & M_{bB} & M_{bC} \\ M_{SS} & M_{SS} & L_S + L'_{SS} & M_{cA} & M_{cB} & M_{cC} \\ M_{aA} & M_{bA} & M_{cA} & L_R + L'_{RR} & M_{RR} & M_{RR} \\ M_{aB} & M_{bB} & M_{cB} & M_{RR} & L_R + L'_{RR} & M_{RR} \\ M_{aC} & M_{bC} & M_{cC} & M_{RR} & M_{RR} & L_R + L'_{RR} \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$[i] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (71)$$

Sendo  $Dasr$ ,  $Dbsr$  e  $Dcsr$  as derivadas no tempo de  $L_{RS}(\theta)$  para as fases a, b e c respectivamente.

Relacionando assim as tensões com as correntes, segue-se o modelo para a parte do conjugado eletromagnético da máquina. Segundo [19], tem-se que:

$$T_e = i_A \left( i_a \frac{dM_{aA}}{dt} + i_b \frac{dM_{bA}}{dt} + i_c \frac{dM_{cA}}{dt} \right) + i_B \left( i_a \frac{dM_{aB}}{dt} + i_b \frac{dM_{bB}}{dt} + i_c \frac{dM_{cB}}{dt} \right) + i_C \left( i_a \frac{dM_{aC}}{dt} + i_b \frac{dM_{bC}}{dt} + i_c \frac{dM_{cC}}{dt} \right) \quad (72)$$

Na forma matricial:

$$T_e = [i_S]^T \frac{d[L_{SR}(\theta)]}{dt} [i_R] \quad (73)$$

Por questões práticas adota-se:

$$Dia = i_a \frac{dM_{aA}}{dt} + i_b \frac{dM_{bA}}{dt} + i_c \frac{dM_{cA}}{dt} \quad (74)$$

$$Dib = i_a \frac{dM_{aB}}{dt} + i_b \frac{dM_{bB}}{dt} + i_c \frac{dM_{cB}}{dt} \quad (75)$$

$$Dic = i_a \frac{dM_{aC}}{dt} + i_b \frac{dM_{bC}}{dt} + i_c \frac{dM_{cC}}{dt} \quad (76)$$



Agregando-se as equações (10), (11), (66) e (73), obtém-se as equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico da máquina de indução trifásica, apresentado em (77).

$$[V'] = [A][Y] + [B][\dot{Y}] \quad (77)$$

Onde,

$$[V'] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_A \\ V_B \\ V_C \\ T_{cg} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (78)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & Dasr & Dbsr & Dcsr & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & Dcsr & Dasr & Dbsr & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & Dbsr & Dcsr & Dasr & 0 & 0 \\ Dasr & Dcsr & Dbsr & R_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Dbsr & Dasr & Dcsr & 0 & R_R & 0 & 0 & 0 \\ Dcsr & Dbsr & Dasr & 0 & 0 & R_R & 0 & 0 \\ Dia & Dib & Dic & 0 & 0 & 0 & -D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (79)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_A \\ I_B \\ I_C \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} \quad (80)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} L'_{SS} + L_S & M_{SS} & M_{SS} & M_{aA} & M_{aB} & M_{aC} & 0 & 0 \\ M_{SS} & L'_{SS} + L_S & M_{SS} & M_{bA} & M_{bB} & M_{bC} & 0 & 0 \\ M_{SS} & M_{SS} & L'_{SS} + L_S & M_{cA} & M_{cB} & M_{cC} & 0 & 0 \\ M_{aA} & M_{bA} & M_{cA} & L'_{RR} + L_R & M_{RR} & M_{RR} & 0 & 0 \\ M_{aB} & M_{bB} & M_{cB} & M_{RR} & L'_{RR} + L_R & M_{RR} & 0 & 0 \\ M_{aC} & M_{bC} & M_{cC} & M_{RR} & M_{RR} & L'_{RR} + L_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (81)$$

$$[\dot{Y}] = \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \\ \dot{\omega} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (82)$$

A partir do sistema obtido é então feito um modelo de variáveis de estado onde, se tem um conjunto de equações de primeira ordem acopladas, escritas na forma de um vetor-matriz. Com isso pode-se desenvolver uma representação que preserve a relação entrada-saída, além disso, as características internas do sistema são representadas. Para tal o sistema é manipulado para o seguinte padrão:

$$[\dot{Y}] = -[A][B]^{-1}[Y] + [B]^{-1}[V'] \quad (83)$$

### 2.3 Solução Numérica da Modelagem

Para a solução numérica do modelo apresentado em (83) deve-se conhecer os valores da tensão da alimentação do motor nos terminais do estator, o torque resistente da carga, definido pelas equações (13) a (16) e os parâmetros iniciais (para o tempo  $t = 0$ ) da matriz  $[Y]$ . As tensões  $V_R$  do rotor são zero para todas as fases, uma vez que no rotor gaiola de esquilo todos os terminais das bobinas são curto-circuitados. Para a solução das equações diferenciais apresentadas no modelo, utiliza-se o método de Dormand-Prince presente no software de iteração numérica utilizado, o método é um membro da família de métodos Runge-Kutta para resolver Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's), sendo este para EDO's 4ª e 5ª ordens.

### 2.4 Parâmetros Utilizados na Modelagem

A composição inicial do modelo matemático implementado deixa a definição dos parâmetros da rede de alimentação, do motor de indução e da carga acoplada ao eixo do motor como entradas a serem definidas. Contudo, para ter-se uma análise do modelo, consideraram-se os parâmetros descritos na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros Adotados na Modelagem Matemática.

$V_m$	380 V
f	60 Hz
$L_m$	0,266 H
$n_s$	3
$n_r$	2
$A_s$	$\pi/9$ rad
$A_r$	$\pi/3$ rad
$B_s$	0,888
$B_r$	0,833
p	4
$L_s$	$23,94 \times 10^{-3}$ H
$L_r$	$23,94 \times 10^{-3}$ H
$R_s$	6,8 $\Omega$
$R_r$	4,845 $\Omega$
D	0 N.s
J	0,0045 Kg.m <sup>2</sup>
Conjugado	Quadrático
$T_C$	0 N.m
k	$2,171 \times 10^{-4}$

Onde,

- $V_m$  - tensão máxima por fase de alimentação;
- f - frequência da rede de alimentação;
- $L_m$  - indutância de magnetização;
- $n_s$  - número de ranhuras por pólo do estator;
- $n_r$  - número de ranhuras por pólo do rotor;
- $A_s$  - ângulo entre duas ranhuras do estator;
- $A_r$  - ângulo entre duas ranhuras do rotor;

- $B_s$  - passo de enrolamento do estator;
- $B_r$  - passo de enrolamento do rotor;
- $p$  - número de pólos;
- $L_s$  - indutância de dispersão do estator;
- $L_r$  - indutância de dispersão do rotor;
- $R_s$  - resistência do estator;
- $R_r$  - resistência do rotor;
- $D$  - atrito viscoso;
- $J$  - momento de inércia;
- $T_C$  - conjugado de carga inicial;
- $k$  - constante de proporcionalidade;

Para a análise considerando as tensões de alimentação perfeitamente senoidais, tem-se:

$$v_a = V_m \text{sen}(2\pi ft) \quad (84)$$

$$v_b = V_m \text{sen}\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (85)$$

$$v_c = V_m \text{sen}\left(2\pi ft + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (86)$$

Como mencionado no primeiro capítulo, os MIT geralmente são conectados à rede de alimentação em delta ou estrela não aterrado, portanto a representação do circuito de sequência zero do MIT não é incluída no modelo da máquina. Neste trabalho, serão consideradas as harmônicas de sequência positiva e negativa, até a componente 8ª harmônica ( $h=2,4,5,7,8$ ). Para a utilização do modelo na frequência fundamental, tem-se que  $h=1$ . Para a análise considerando a inserção de harmônicas nas tensões de alimentação, variou-se a amplitude das componentes harmônicas para obter simulações para diferentes níveis de THD, sendo estes de 5%, 10% e 15%. Para isto tem-se:

$$v_a = V_m \left\{ \sin(2\pi ft) + k_h \left[ \frac{1}{2} \sin(4\pi ft) + \frac{1}{4} \sin(8\pi ft) + \frac{1}{5} \sin(10\pi ft) + \frac{1}{7} \sin(14\pi ft) + \frac{1}{8} \sin(16\pi ft) \right] \right\} \quad (87)$$

$$v_b = V_m \left\{ \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) + k_h \left[ \frac{1}{2} \sin\left(4\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{4} \sin\left(8\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{5} \sin\left(10\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{7} \sin\left(14\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{8} \sin\left(16\pi ft - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\} \quad (88)$$

$$v_c = V_m \left\{ \sin\left(2\pi ft + \frac{2\pi}{3}\right) + k_h \left[ \frac{1}{2} \sin\left(4\pi ft + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{4} \sin\left(8\pi ft + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{5} \sin\left(10\pi ft + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{7} \sin\left(14\pi ft + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{8} \sin\left(16\pi ft + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\} \quad (89)$$

Assim, de acordo com (6), para  $k_h \cong 0,0568$ ,  $k_h \cong 0,1136$  e  $k_h \cong 0,1705$  tem-se o THD igual a 5, 10 e 15%, respectivamente. Em conjunto com as variações da tensão de alimentação do motor, são avaliadas situações em que o motor opera a vazio e com carga, sendo a carga definida pelos parâmetros da Tabela 4.

Após a análise do motor segundo o modelo matemático proposto, é utilizado de um software de diagramação gráfica em blocos para simular o comportamento de um motor com as mesmas características sob alimentação de uma rede contendo o mesmo conteúdo harmônico. Vale ressaltar, porém, que o software de simulação computacional não apresenta a opção de inserção dos parâmetros de enrolamento do modelo matemático original, onde o motor utilizado será um motor de enrolamento concentrado. Assim, o autor deste trabalho tem consciência de que tal fato pode acarretar pequenas divergências na comparação dos resultados, principalmente para os casos de tensão harmônica inserida na rede de alimentação.

### 3 Resultados e Discussões

A partir da modelagem desenvolvida e do algoritmo de solução numérica implementado no software computacional, pode-se obter o comportamento das características do motor de indução trifásico como torque eletromagnético, correntes e velocidade angular. As simulações são feitas analisando-se o motor operando com tensões de alimentação perfeitamente senoidais e tensões de alimentação não senoidais.

O primeiro resultado é referente ao torque eletromagnético produzido pelo MIT operando a vazio, conforme se mostrado na Figura 13. Na Figura 14 é mostrado o mesmo gráfico no regime permanente, aproximadamente entre 0,18s e 0,205s. Analisando os resultados percebe-se que as oscilações do torque eletromagnético assumem proporções relativamente significativas no regime permanente, para uma taxa de distorção de 5% e cresce à medida que a taxa de distorção também se eleva.

Este resultado comprova um dos principais efeitos das componentes harmônicas em motores de indução, que é a vibração no eixo de rotação da máquina, o que com o tempo pode prejudicar a operação do motor.

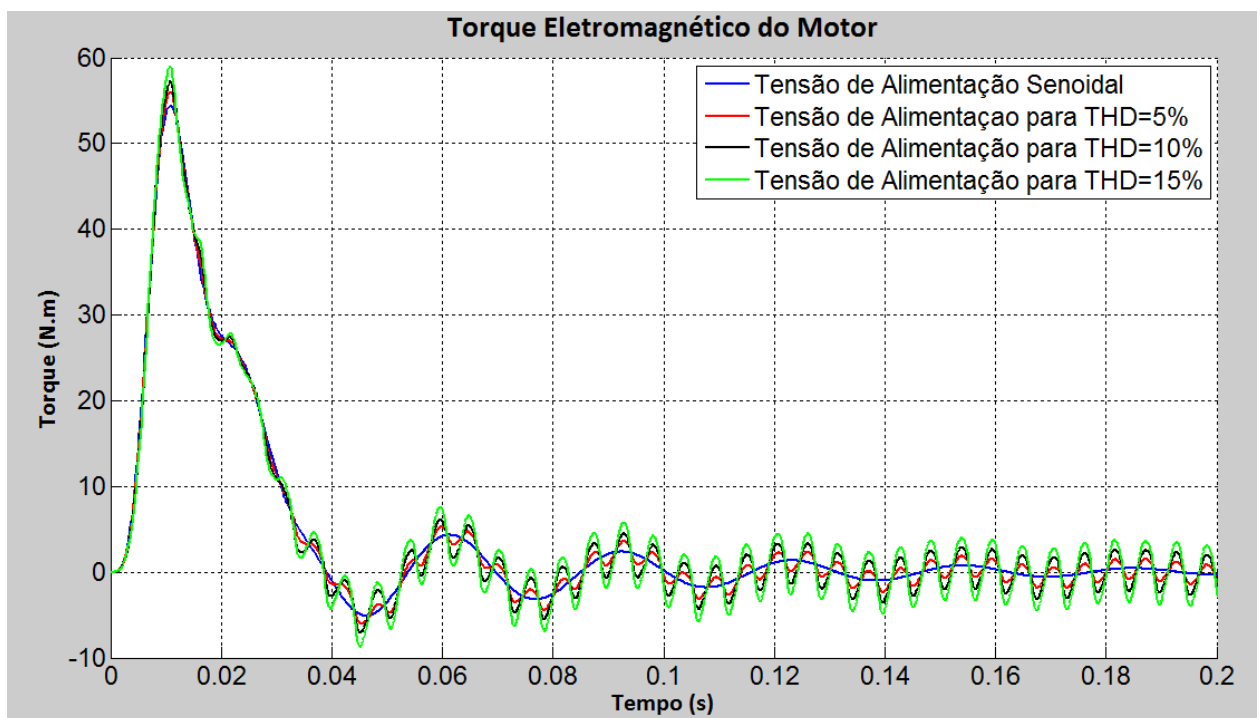


Figura 13 – Torque eletromagnético com o motor operando a vazio.

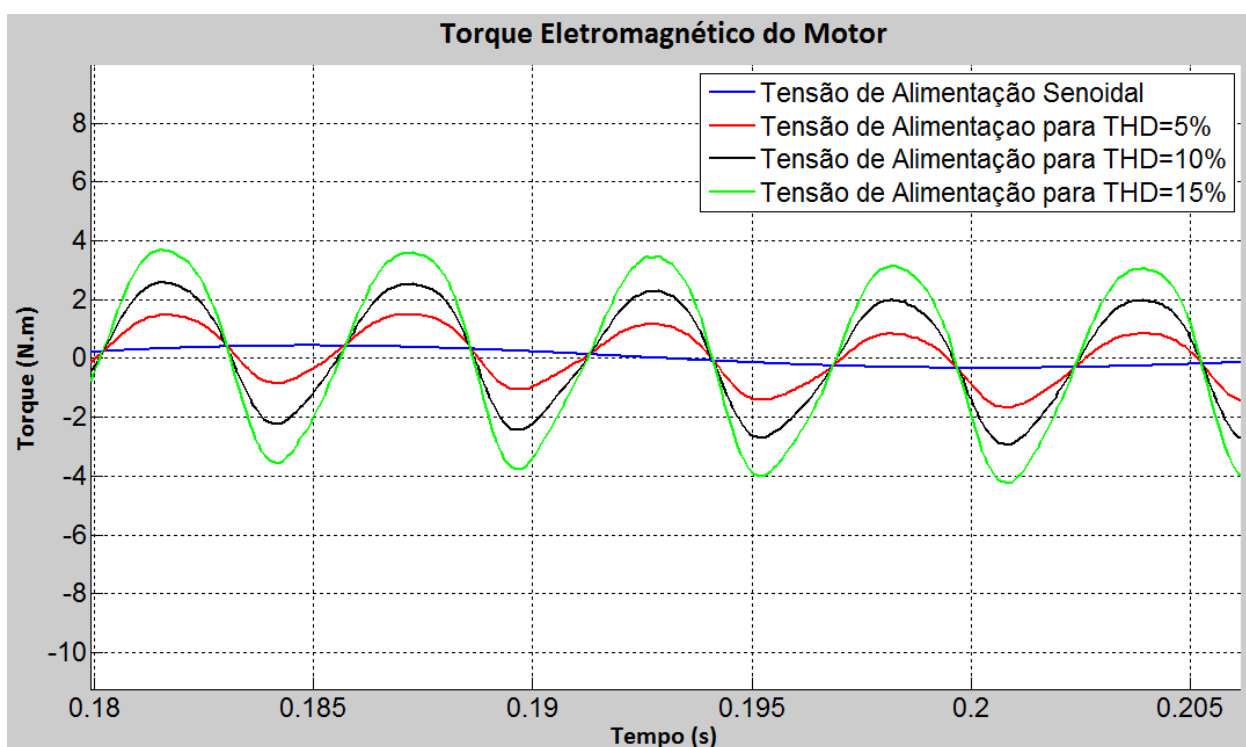


Figura 14 – Torque eletromagnético com o motor operando a vazio, regime permanente.

A seguir, são mostradas as formas de onda das correntes induzidas no rotor do MIT. A Figura 15 mostra a corrente induzida na fase A do rotor, para o motor operando a vazio. A Figura 16 apresenta uma ampliação no regime permanente, aproximadamente entre 0,07s e 0,1s. Pode-se notar uma oscilação em torno do valor médio da corrente para a presença de componentes harmônicas na rede de alimentação, valor que cresce com a elevação do nível de distorção harmônica. Tal fato comprova o sobreaquecimento que os motores de indução sofrem quando conectados a uma rede de alimentação com distorções.

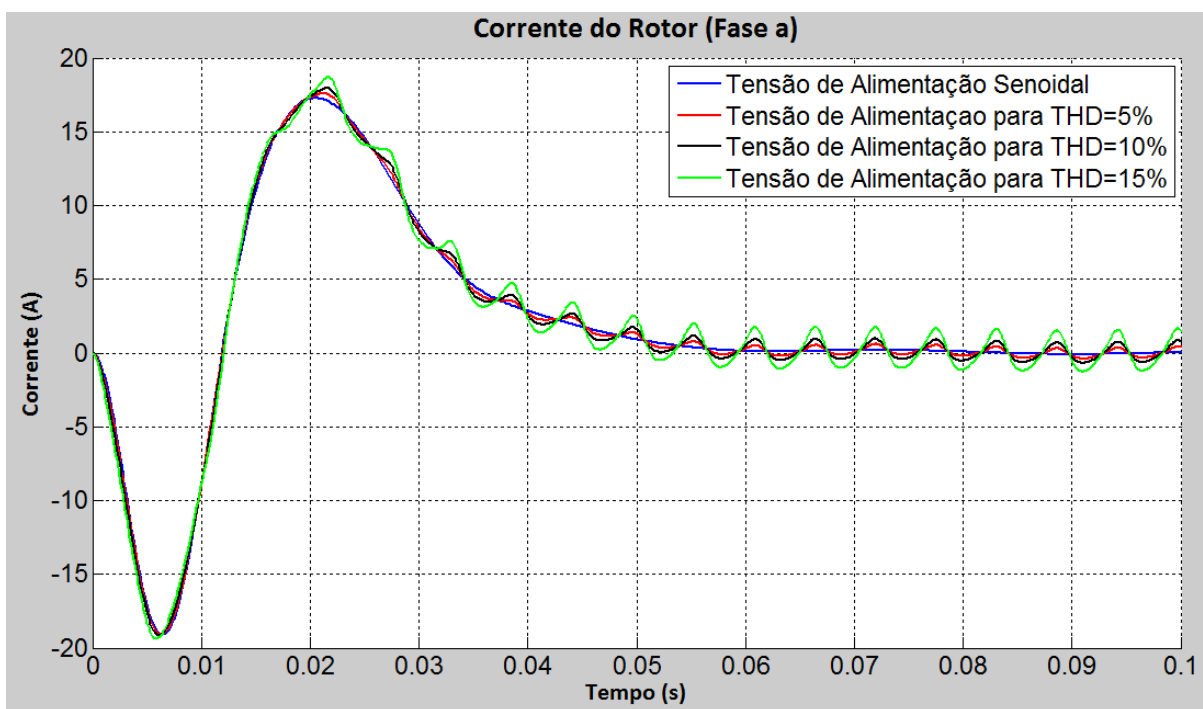


Figura 15 – Corrente da fase A do rotor.

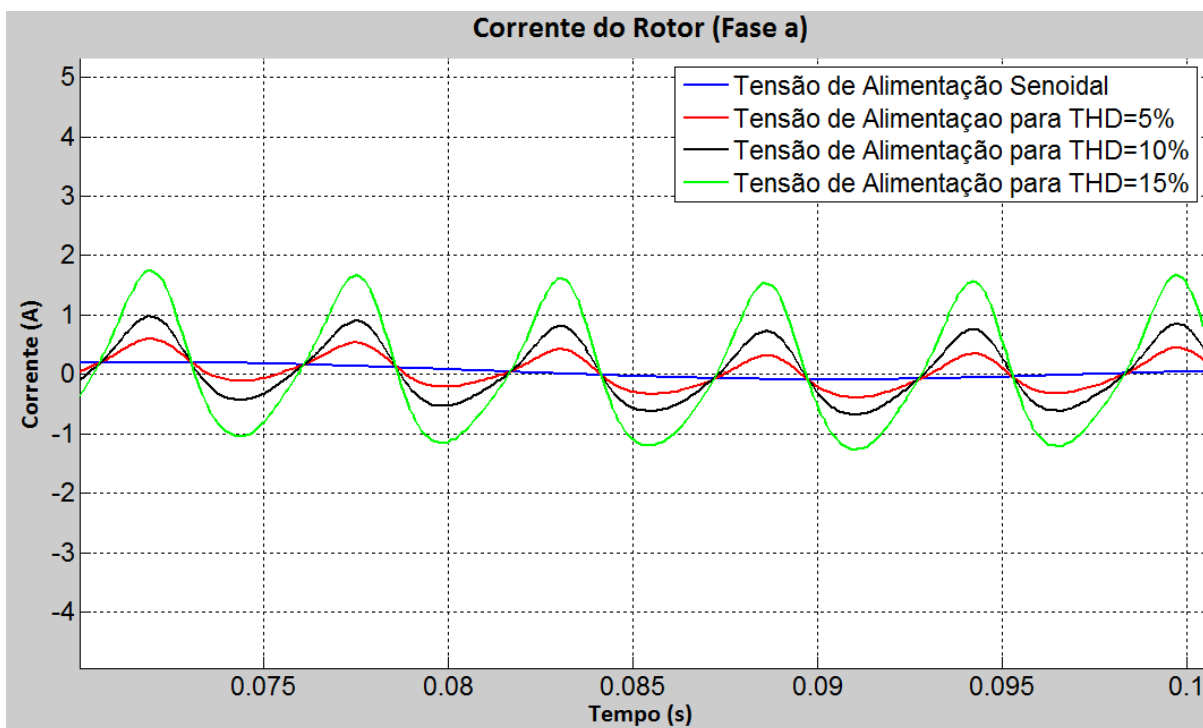


Figura 16 – Corrente da fase A do rotor, regime permanente.

Fez-se então a análise das características do MIT operando com a carga de conjugado resistente quadrático, descrita na Tabela 4. A Figura 17 apresenta o torque eletromagnético desenvolvida pelo motor para essa situação, a Figura 18 apresenta o mesmo resultado ampliado no regime permanente de operação, aproximadamente entre 0,18s e 0,2s.



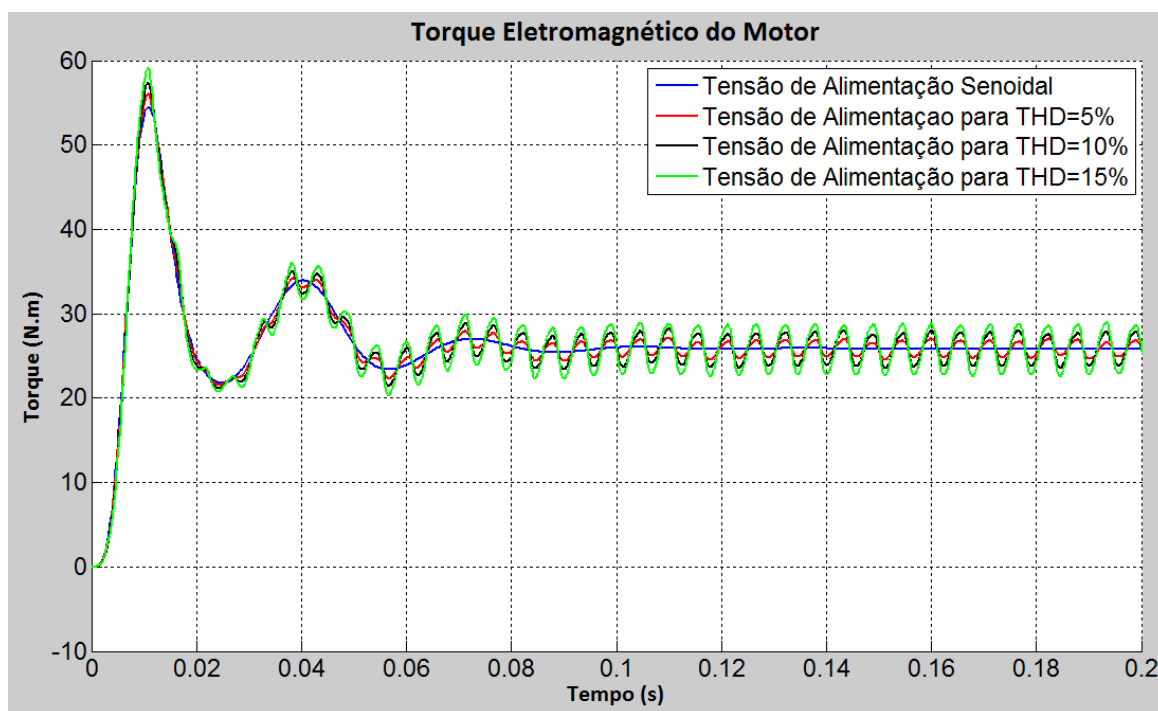


Figura 17 – Torque eletromagnético com o motor operando com carga.

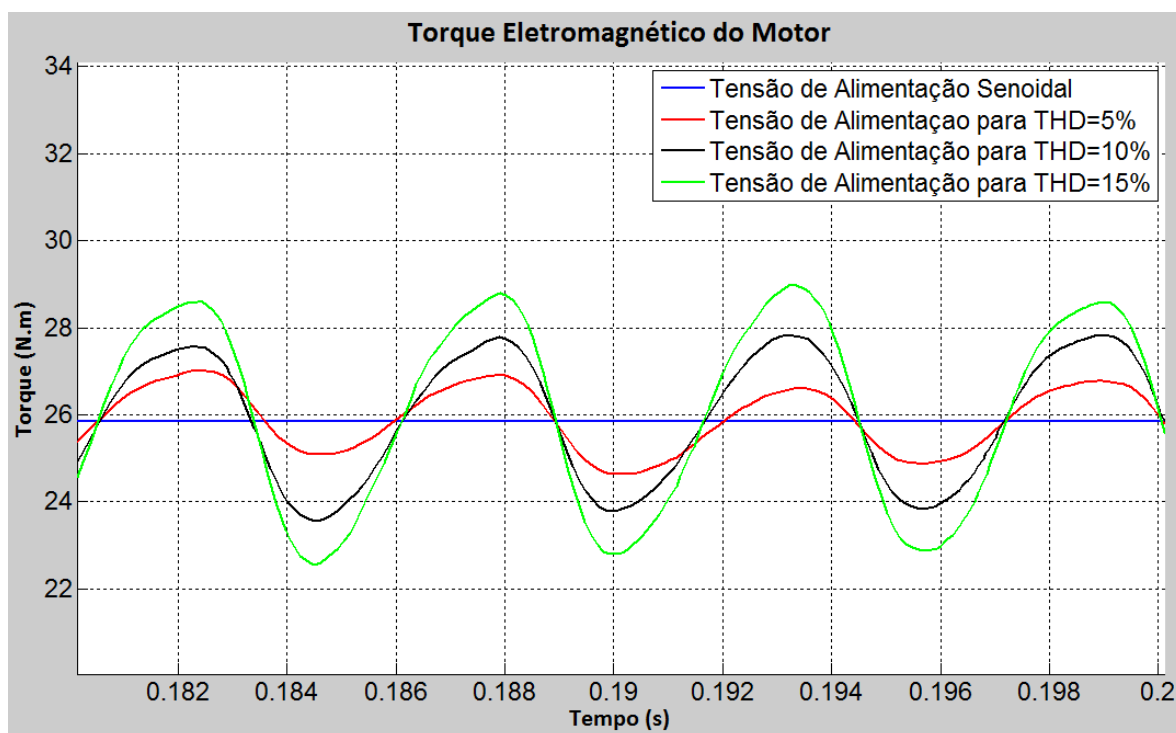


Figura 18 – Torque eletromagnético com o motor operando com carga, regime permanente.

Assim como para a situação do MIT operando a vazio, o torque eletromagnético sofre uma oscilação em torno do seu valor médio, caracterizando um torque pulsante na máquina. Além disso, quanto maior o nível de distorção harmônica, maior é a oscilação em torno do valor médio.

A Figura 19, apresenta a forma de onda da corrente do rotor para a fase A, sendo que a Figura 20 apresenta o mesmo resultado ampliado no regime permanente, aproximadamente entre 0,35s e 0,405s. Para as fases B e C o resultado é semelhante, considerando o ângulo de defasagem entre as fases.

Pode-se perceber que para a situação com carga a oscilação na corrente do rotor também está presente, e a amplitude desta oscilação está diretamente relacionada com o nível de harmônico presente na rede de alimentação.

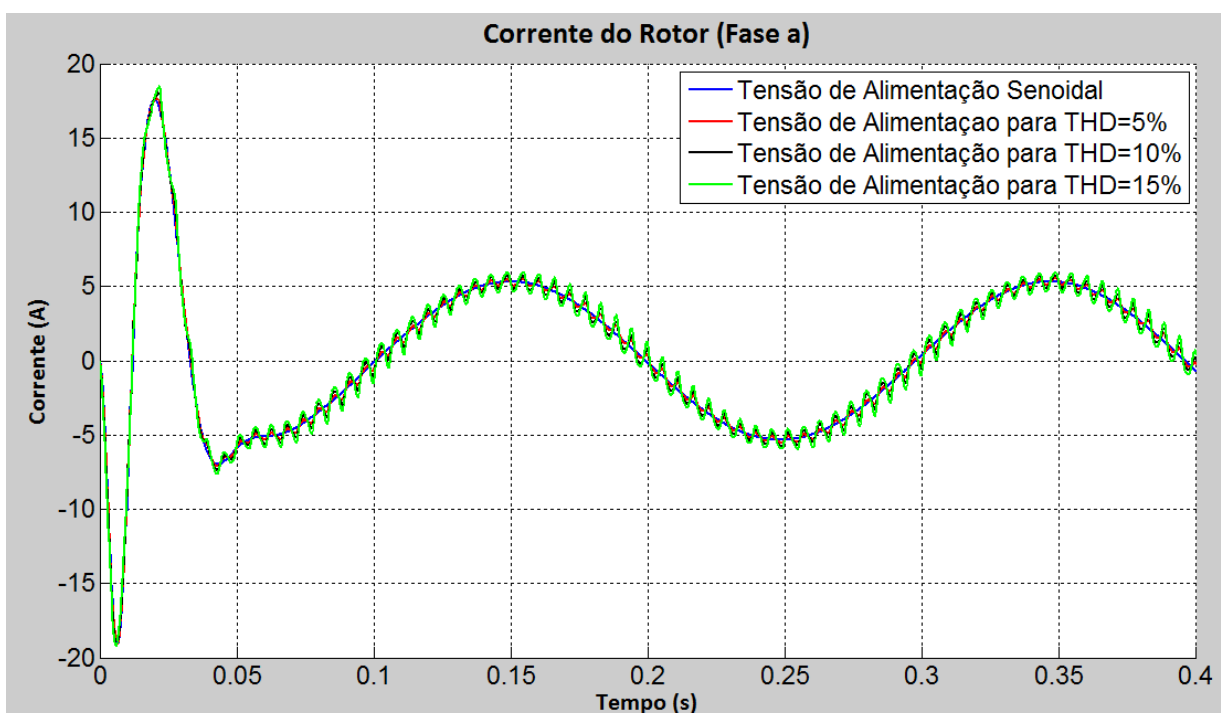


Figura 19 – Corrente da fase A do rotor para o motor operando com carga.

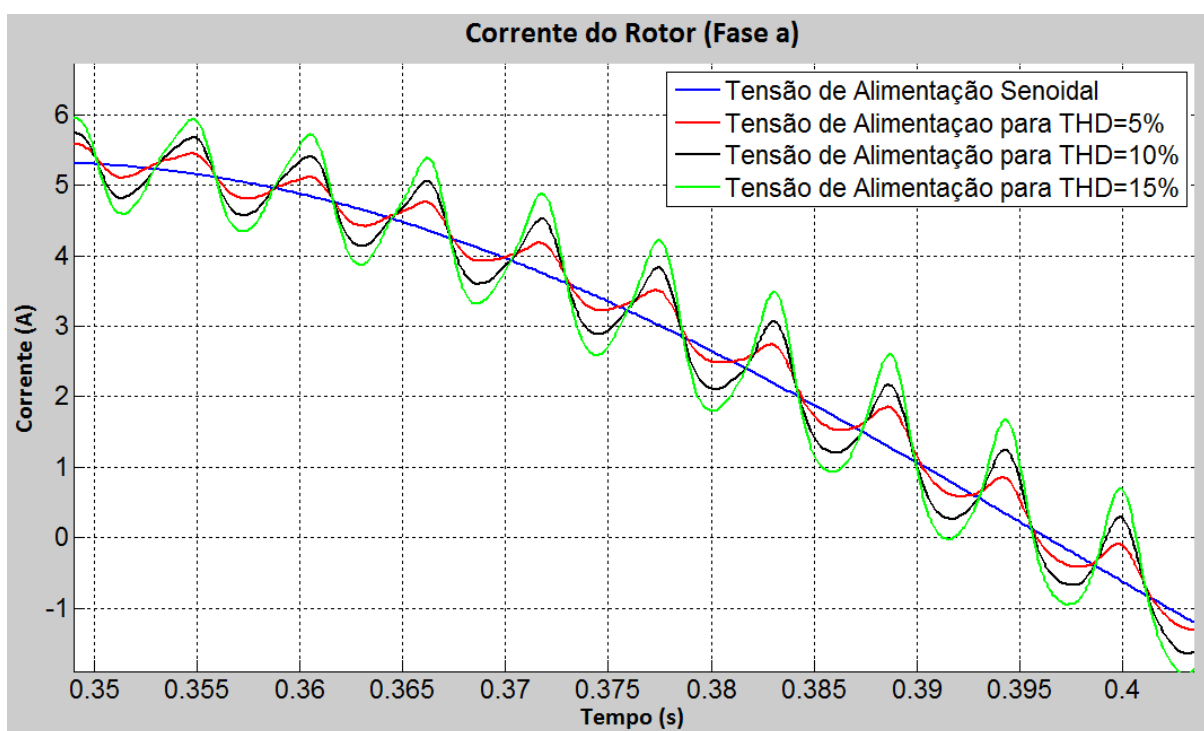


Figura 20 – Corrente da fase A do rotor para o motor operando com carga, regime permanente.

A Tabela 5 apresenta os valores da amplitude pico a pico das oscilações presentes nas características analisadas em situação com distorções harmônicas.

Tabela 5 – Amplitude pico a pico das oscilações presentes no torque eletromagnético e corrente do rotor.

	<b>Característica</b>	<b>Modo de Operação</b>	<b>THD = 5%</b>	<b>THD = 10%</b>	<b>THD =15%</b>
<b>Amplitude Pico a Pico</b>	Torque eletromagnético	A vazio	2,55 N.m	4,97 N.m	7,37 N.m
	Corrente do rotor		0,75 A	1,43 A	2,80 A
	Torque eletromagnético	Com carga	2,17 N.m	4,12 N.m	6,08 N.m
	Corrente do rotor		0,47 A	0,92 A	1,36 A

As oscilações presentes nas correntes do rotor e no torque eletromagnético implicam em uma alteração no rendimento da máquina, que não permanece constante.

A Tabela 6 apresenta o fator de potência verdadeiro para as situações analisadas. Percebe-se que quanto maior a taxa de distorção presente na tensão de alimentação, menor é o fator de potência do MIT. Além do mais para o motor operando a vazio maior é a variação do mesmo para os mesmos níveis de THD relacionados ao motor operando com carga.

Tabela 6 – Fator de Potência do MIT.

Fator de Potência	Modo de Operação	Fundamental	THD = 5%	THD = 10%	THD = 15%
	A vazio	0,5002	0,4919	0,4755	0,4629
Com carga	0,8795	0,8751	0,8694	0,8692	

Pode-se inferir também que o escorregamento da máquina não permanece constante, uma vez que as oscilações presentes no MIT ocasionam a alteração da velocidade da mesma. A Figura 21 e a Figura 22, mostram o comportamento do escorregamento em regime permanente, para o motor operando a vazio e com carga, respectivamente.

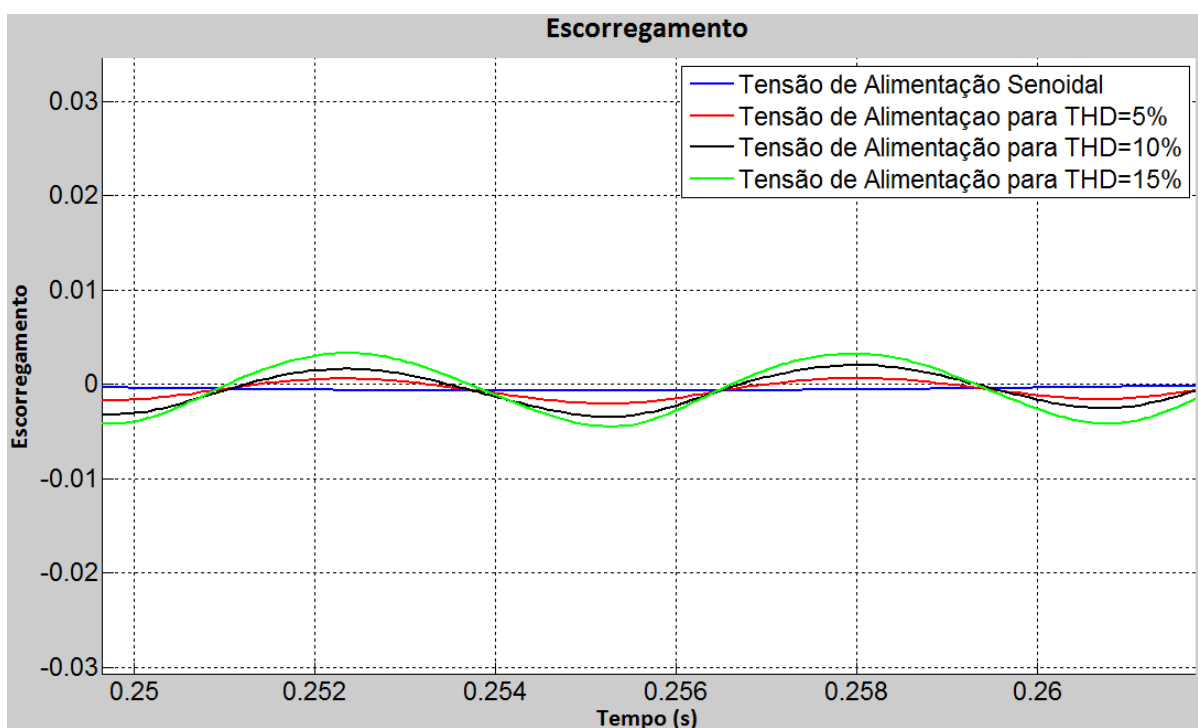


Figura 21 – Escorregamento em regime permanente, motor operando a vazio.

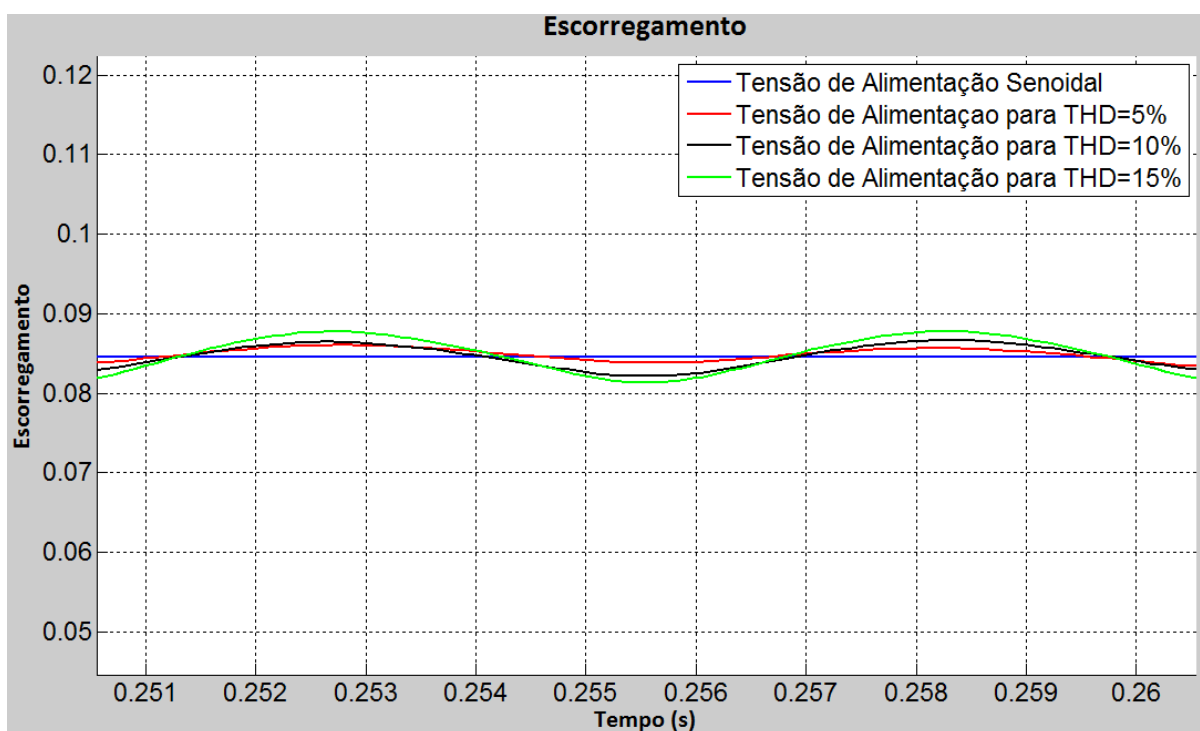


Figura 22 – Escorregamento em regime permanente, motor operando com carga.

### 3.1 Comparação Modelo x Software

A partir dos resultados obtidos, desenvolveu-se no software de diagramação gráfica em blocos um ambiente similar ao desenvolvido na modelagem, para simular o comportamento do MIT com as mesmas características sob alimentação de uma rede contendo o mesmo conteúdo harmônico. Esta etapa visa validar os resultados obtidos.

A Figura 23 apresenta o torque eletromagnético desenvolvido pelo MIT operando a vazio, para uma tensão de alimentação perfeitamente senoidal, fazendo uma comparação entre o resultado obtido a partir do modelo matemático e a partir dos resultados provenientes do software de diagramação gráfica. Já a Figura 24 apresenta a mesma característica para uma tensão de alimentação com um nível de THD de 15%.

Percebe-se que apesar da divergência de resultados exatos entre os dois métodos, o comportamento da curva se apresenta semelhante nos dois casos. Apesar de o software indicar uma oscilação de maior escala em torno do valor médio do torque, tanto para o MIT operando a vazio e com carga, tal aspecto influencia nas características do motor de acordo com os resultados aqui obtidos, ou seja, há a presença de um torque pulsante na máquina.

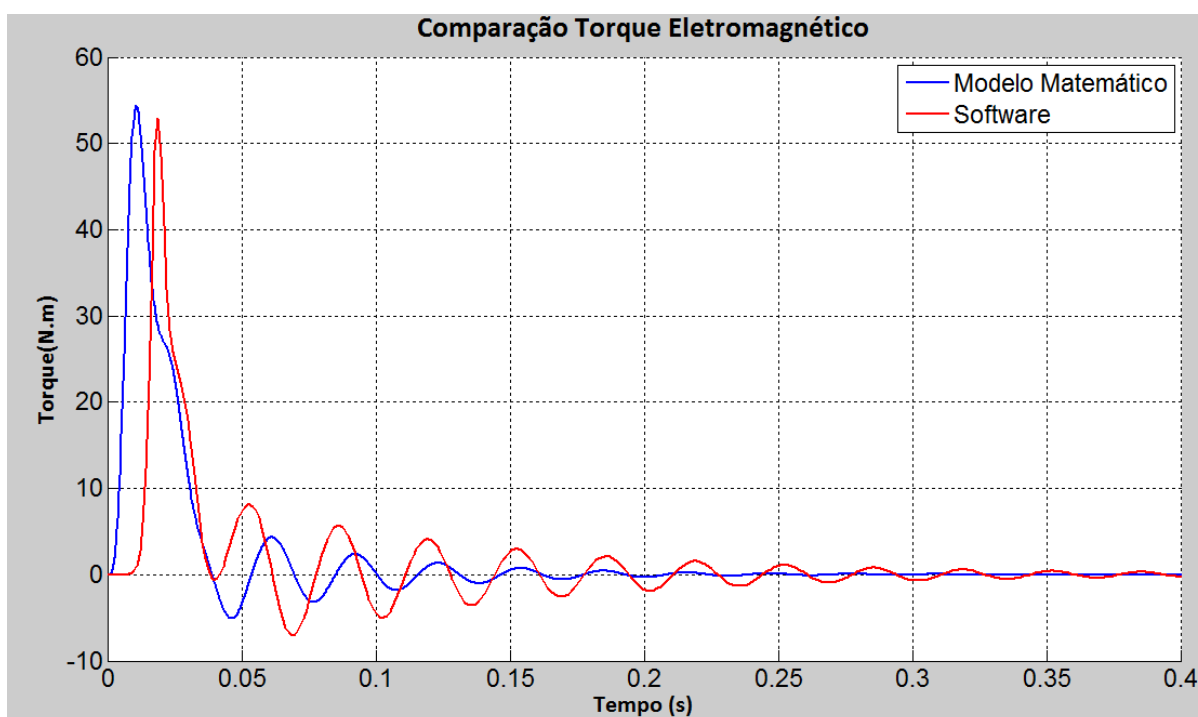


Figura 23 – Torque eletromagnético para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação perfeitamente senoidal.

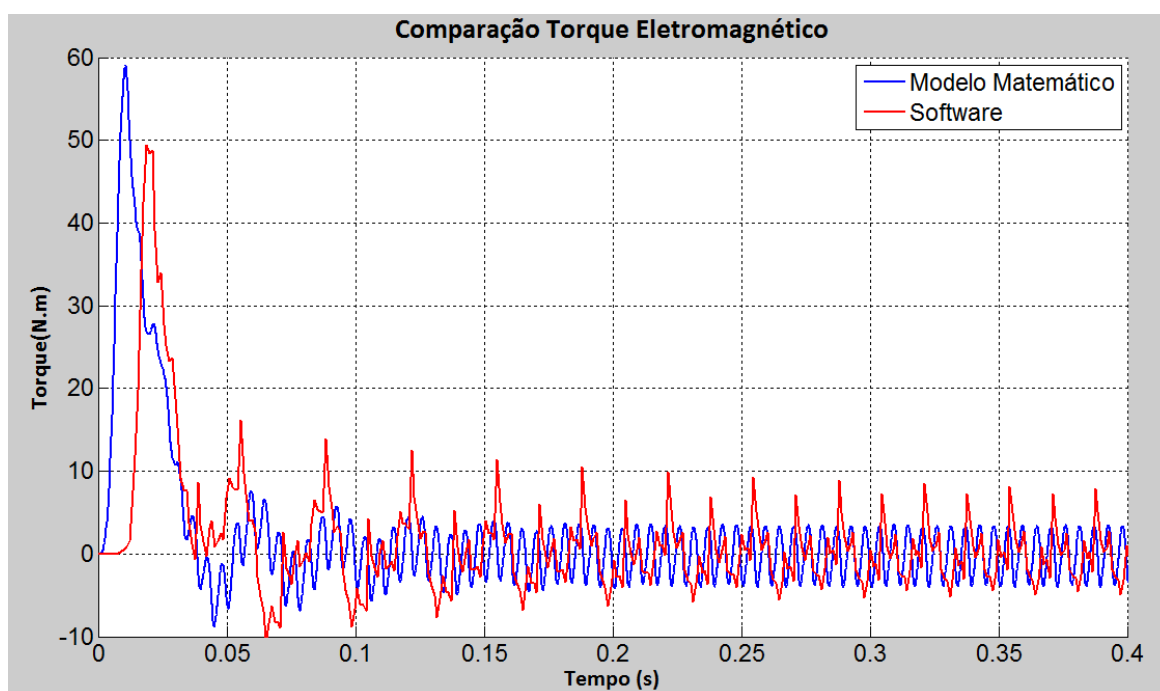


Figura 24 – Torque eletromagnético para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação com THD = 15%.

A Figura 25 apresenta a corrente do rotor na fase a do MIT operando a vazio, para uma tensão de alimentação perfeitamente senoidal, fazendo novamente uma comparação entre o resultado obtido a partir do modelo matemático e a partir dos resultados provenientes do

software de diagramação gráfica. A Figura 26 apresenta a mesma característica para uma tensão de alimentação com um nível de THD de 15%.

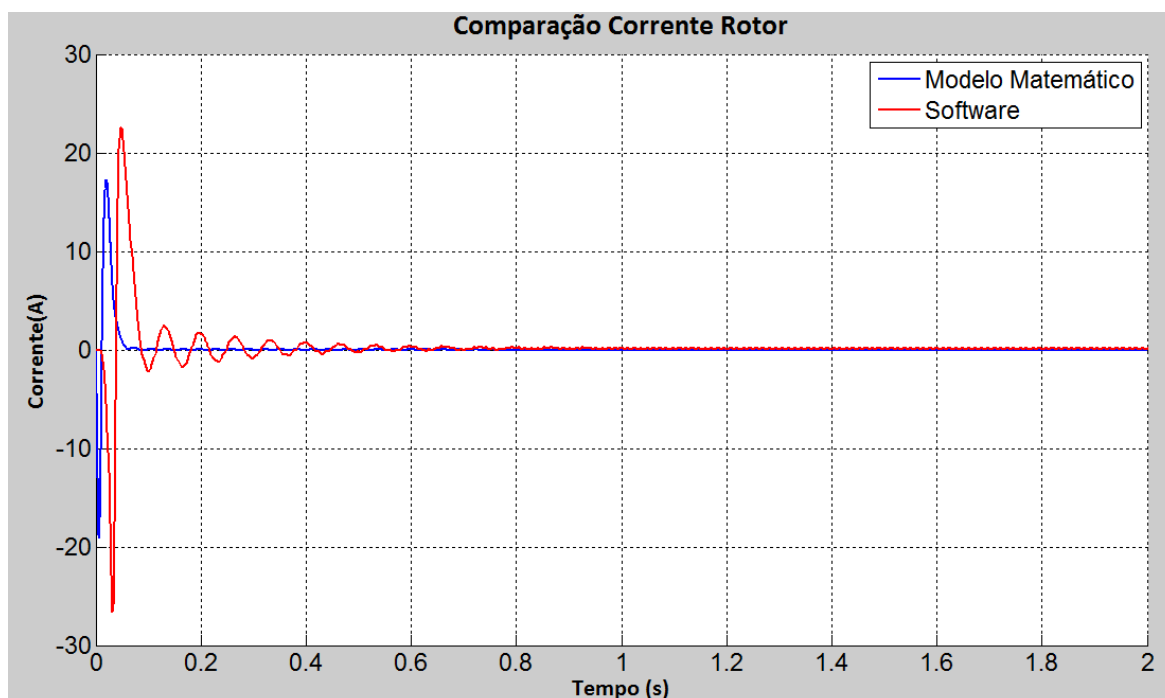


Figura 25 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação senoidal.

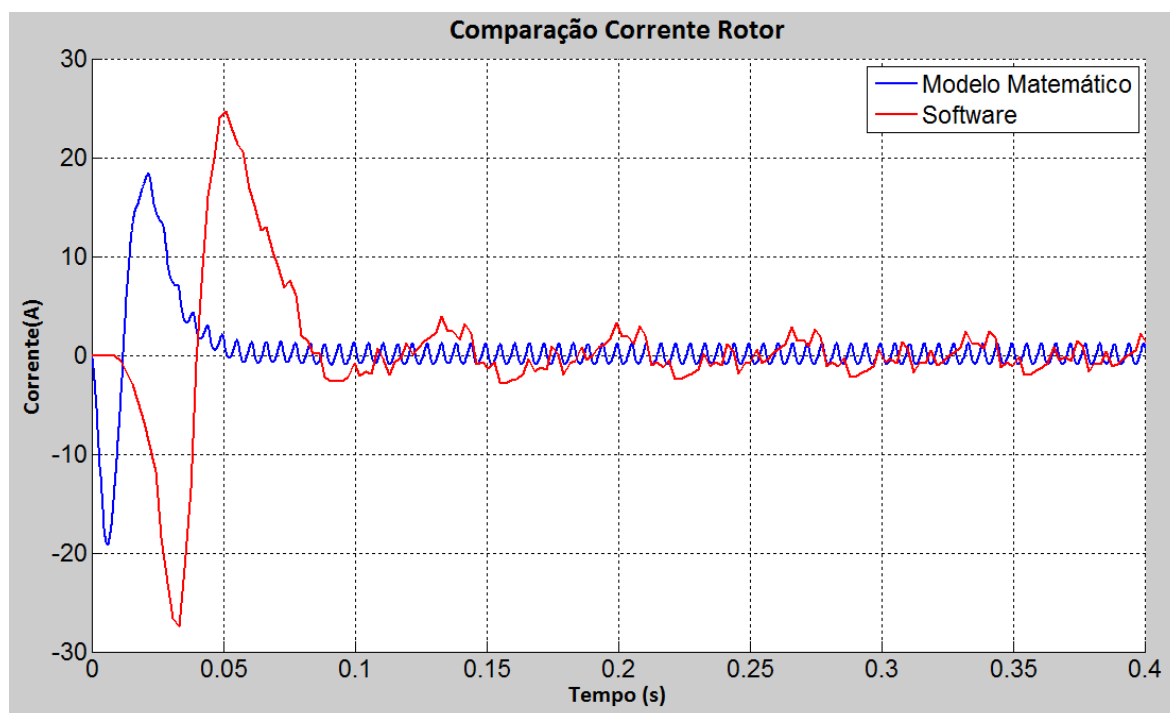


Figura 26 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando a vazio e tensão de alimentação com THD=15%.

Da mesma forma que para o torque eletromagnético, a corrente do rotor no MIT, apresenta uma divergência de resultados exatos entre os dois métodos, porém, o

comportamento da curva se apresenta semelhante nos dois casos, principalmente no regime permanente, região de análise estudada neste trabalho.

A seguir é feita a análise para o MIT operando com carga acoplada. A Figura 27 apresenta o torque eletromagnético desenvolvido pelo motor, para uma tensão de alimentação perfeitamente senoidal. A Figura 28 apresenta a mesma característica para uma tensão de alimentação com nível de distorção de 15%.

Em seguida a Figura 29 apresenta a corrente do rotor para a primeira situação (alimentação senoidal) e a Figura 30 para a segunda situação (THD = 15%).

Assim como as situações analisadas a vazio, os resultados obtidos em comparação do modelo com o software para o MIT acoplado a uma carga mecânica apresentam divergências, porém as discussões sobre estes resultados comprovam as que foram expostas anteriormente. Isto se deve ao fato de a divergência encontrada ser referente ao ângulo dos gráficos obtidos, porém, o módulo se apresenta muito semelhante, característica de maior importância no estudo realizado.

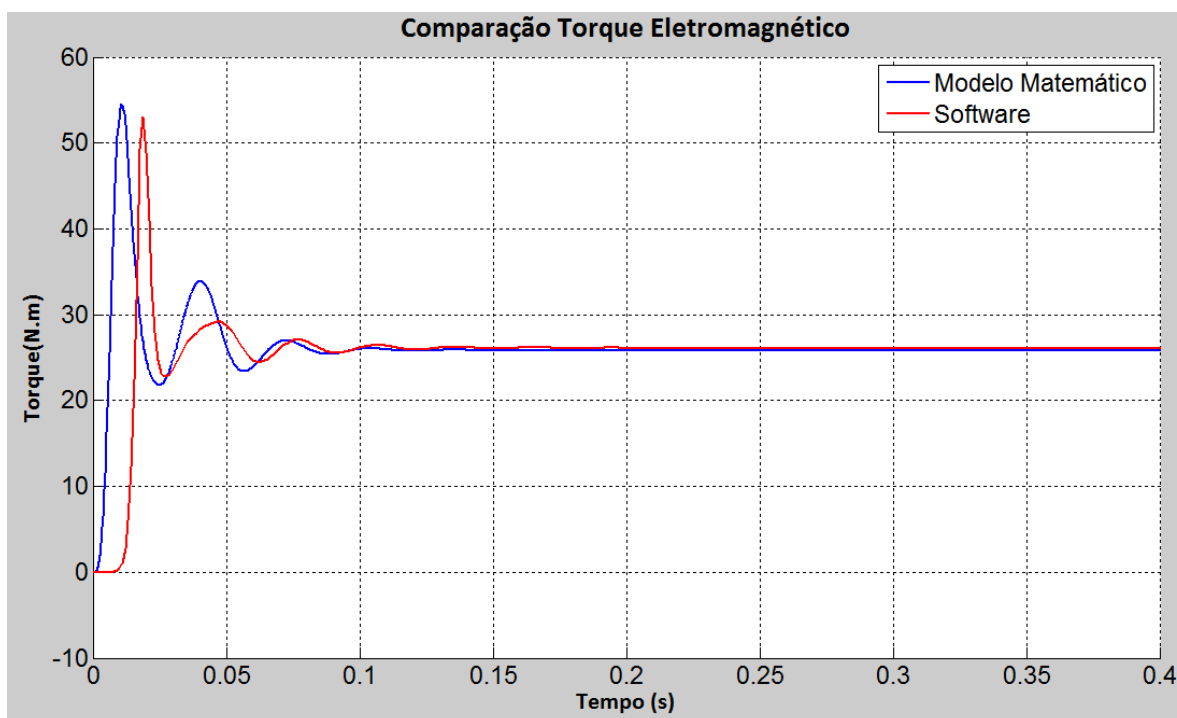


Figura 27 – Torque eletromagnético para o MIT operando com carga e tensão de alimentação perfeitamente senoidal.



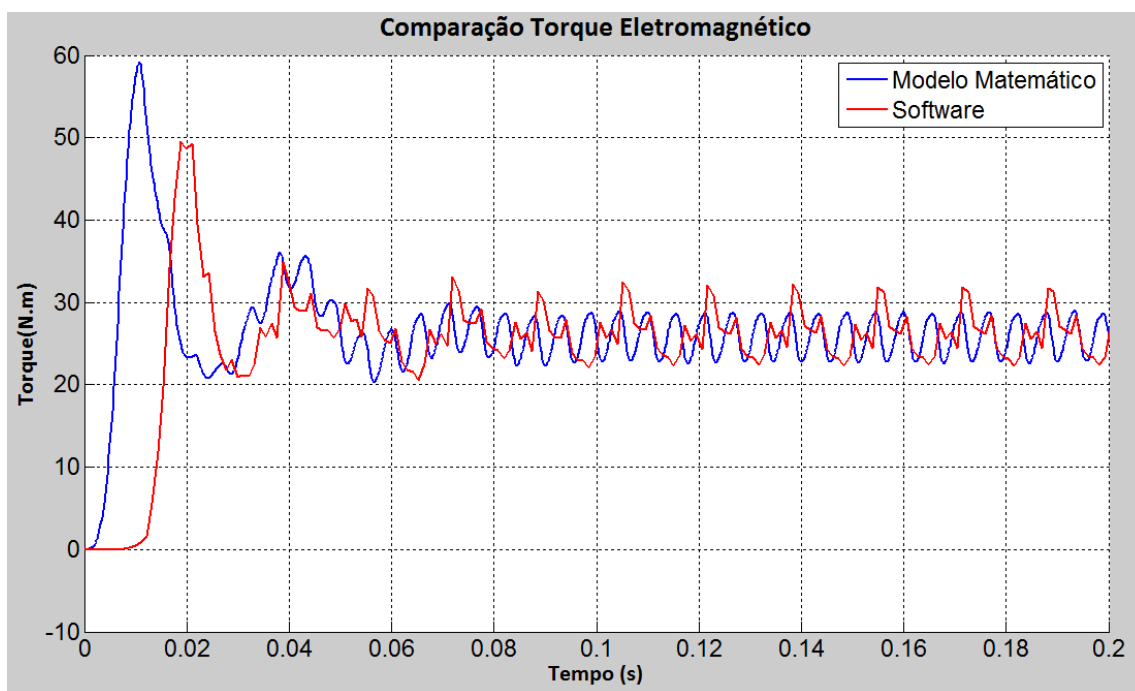


Figura 28 – Torque eletromagnético para o MIT operando com carga e tensão de alimentação com THD = 15%.

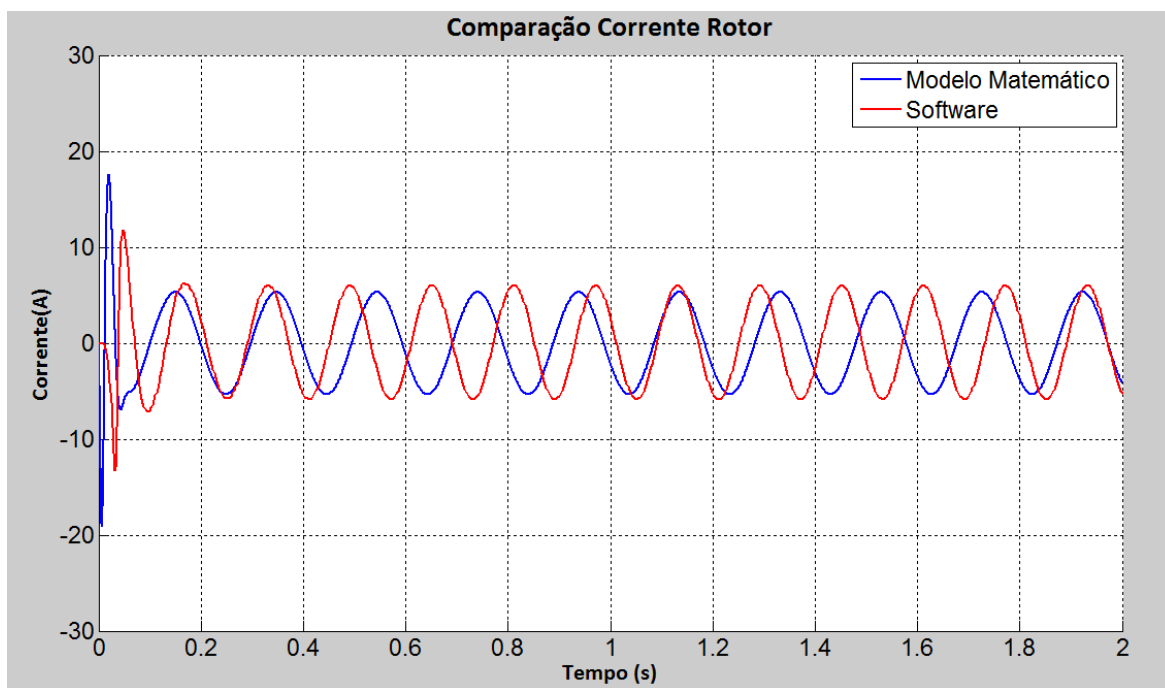


Figura 29 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando com carga e tensão de alimentação senoidal.

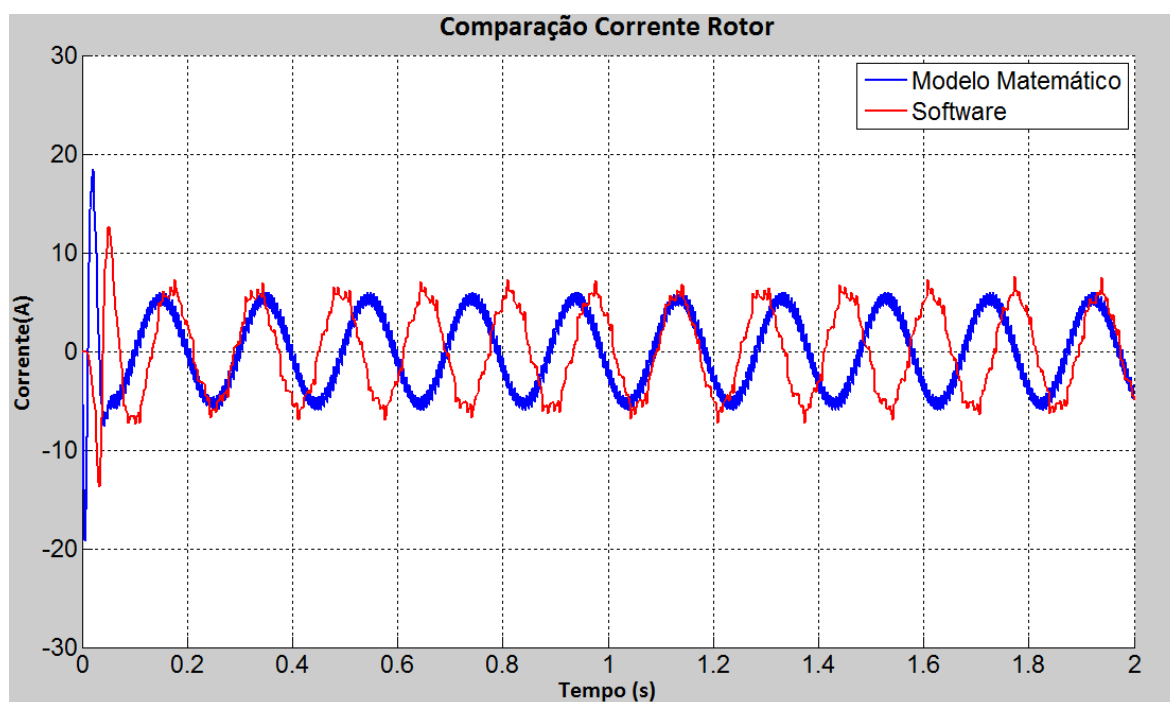


Figura 30 – Corrente do rotor (fase a) para o MIT operando com carga e tensão de alimentação com THD=15%.

Os resultados encontrados para os níveis de distorção na tensão de alimentação de 5% e 10% se apresentaram de forma semelhante aos apresentados para 15%, assim estes resultados não constam neste trabalho.

Pode-se inferir como fonte dos erros obtidos na comparação, o fato de o motor utilizado pelo software de diagramação gráfica não dar a possibilidade de se configurar um enrolamento distribuído como feito no modelo. Há uma nítida diferença entre as fases dos resultados comparados, onde as curvas obtidas a partir do software se apresentam com um atraso em relação aos modelos. Apesar dos métodos de integração entre o modelo e o software serem iguais, ambos utilizando um passo variável, não se sabe ao certo como é feita a variação do passo a cada integração.

## 4 *Conclusões*

Conclui-se a partir dos resultados obtidos, que o modelo matemático estudado contemplou satisfatoriamente os harmônicos no motor de indução trifásico, quando alimentado por tensões não senoidais.. Além do modelo matemático apresentar resultados satisfatórios para a análise desejada, o tempo de simulação gasto para todas as situações foi bem menor do que o modelo baseado em software de diagramação gráfica em blocos.

Os resultados apresentados por este modelo comprovam que as curvas características do MIT sofrem alterações com a presença de componentes harmônicas na rede de alimentação. O torque eletromagnético para esta situação apresenta oscilações em torno do seu valor médio, caracterizando um torque pulsante na máquina que além de produzir vibrações mecânicas, pode a longo prazo, danificar a estrutura física do motor.

Além disso, as correntes induzidas no rotor do MIT também sofreram oscilações, o que altera o seu valor eficaz aumentando as perdas Joule, contribuindo para reduzir o rendimento do motor.

Também é verificada uma pequena diferença no escorregamento do motor devido à presença de componentes harmônicas, o que está diretamente relacionado à variação de velocidade da máquina.

O fator de potência também foi afetado, sendo este diminuído com o aumento da distorção harmônica presente na rede de alimentação.

Todas as características, aqui analisadas, estão conseqüentemente interligadas uma à outra, o que faz com que qualquer alteração em uma delas interfere nas outras. Estas alterações por sua vez, estão intrinsecamente relacionadas ao nível de distorção harmônica presente na rede de alimentação. Os níveis aqui analisados não ultrapassam um THD de 15%, porém para motores alimentados por conversores eletrônicos, o nível de THD na tensão ou corrente de alimentação pode chegar a valores muito superiores, causando sérios prejuízos às características operacionais da máquina.

A análise dos efeitos das componentes harmônicas sobre os motores de indução trifásicos não deve ficar limitada aos resultados aqui apresentados. A aplicabilidade do modelo desenvolvido toma imensa extensão. Para a continuidade deste trabalho, pode-se

propor analisar o comportamento dos motores acionados por conversores, assim como a inserção de outros distúrbios na rede, como afundamentos e elevações de tensão e desequilíbrio entre fases. Dadas estas situações indesejadas, propõe-se também a análise do desempenho de filtros de harmônicos para a correção destas distorções.

## **Referências Bibliográficas**

[01] Éder Acorsi Bezerra Lima, Paulo José Amaral Serni. “Estudo do comportamento do motor de indução trifásico submetido a problemas na qualidade de energia elétrica”. Faculdade de Engenharia de Bauru, 2011.

[02] C. Thanga Raj, Student Member, IEEE, Pramod Agarwal, Member, IEEE, and S. P. Srivastava. “Performance Analysis of a Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor under Unbalanced Sinoidal and Balanced Non-Sinoidal Supply Voltages”. **International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth**, 2006.

[03] Guedes, M. V. *O Motor de Indução Trifásico – Modelização*. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 1993.

[04] Sen, P. C. *Principles of electric machines and Power electronics*. 2<sup>nd</sup> ed. United States of America, JohnWiley and Sons, Inc, 1996.

[05] Kosow, I. L. *Máquinas Elétricas e Transformadores*. 1<sup>a</sup> edição, Porto Alegre, editora Globo, 1982.

[06] Fitzgerald, A. E.; Kingsley, C.; Umans, S. D. *Máquinas Elétricas – Com introdução à eletrônica de potência*. 6<sup>a</sup> edição, Porto Alegre, editora Bookman, 2006.

[07] A. Maamoun, A.M.A. Mahmoud, A.F. Kheireldin, and M.A. Saleh, “The Harmonic Effects in an Induction Motor Fed from a Cycloconverter”, in: *4th International Conference on Power Electronics and Variable-Speed Drives*, London, 1990, pp. 69-74.

[08] Cavalcanti de Brito, Claudio Marzo (CEFET-PI) e Saraiva Leão, Ruth Pastôra (UFC). “Desempenho de um Motor de Indução Trifásico Submetido a Distorções Harmônicas na Tensão de Alimentação”. *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, 2006.

[09] V.E. Wagner, et al., “Effects of Harmonics on Equipment”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, no. 2, pp. 672-680, April, 1993.

[10] C.Y. Lee, W.J. Lee, Y.N. Wang, and J.C. Gu, “Effects of Voltage Harmonics on the Electrical and Mechanical Performance of a Three-Phase Induction Motor”, in: *IEEE Industrial and Commercial Power Systems Technical Conference*, Edmonton (Canada), 1998.

[11] Dugan, R. C.; Mcgranaghan, M. F.; Santoso, S.; Beaty, H. W. *Electrical Power Systems Quality - McGraw-Hill, Second Edition*, New York, 2002.

[12] IEEE STD 519-1992. *IEEE Recommended practices and requirements for harmonic control in electric power systems (ANSI) of IEEE Standards Board*. New York, USA, 1992.

[13] Priscilla Leite Malta. *Estudo Da Qualidade De Energia No Acionamento De Máquinas Elétricas No Saae De Viçosa. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Viçosa. Orientador: Mauro de Oliveira Prates. 2011.*

[14] D. W. Novotny and T. A. LIPO, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, 1996.

[15] Schneider Electric. *Programa de Formação Técnica Continuada – Acionamentos Elétricos. Caderno técnico, 2000.*

[16] WEG Indústrias LTDA, *Centro de Treinamento de Clientes. Módulo 2 – Variação de Velocidade. Caderno técnico, 2006.*

[17] Nota Técnica nº 0083/2012-SRD/ANEEL. *Proposta de abertura de Audiência Pública para o recebimento de contribuições visando aprimorar a regulamentação acerca do fator de potência e cobrança do excedente de reativos, 2012.*

[18] Pomilio J. A. *Harmônicos e Fator de Potência: um Curso de Extensão – Universidade Estadual de Campinas, Apostila de curso, 1997.*

[19] Alvarenga, B. P. *Modelagem Linear da Máquina de Indução Trifásica – Análise em Frequências Harmônicas. Tese de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia. 1994.*