

ANÁLISES DE PROCESSOS EPIDÊMICOS EM REDES COMPLEXAS UTILIZANDO TEORIAS DE CAMPO MÉDIO E SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Assis F. Souza¹; Silvio C. Ferreira¹; Wesley Cota¹

¹Departamento de Física, Universidade Federal de Viçosa
ODS 9 - Indústria, inovação e infraestrutura

Pesquisa

Introdução

Um fenômeno recorrente na humanidade é a disseminação de epidemias, um fenômeno emergente das interações entre indivíduos, e tem recebido recente grande atenção na literatura de sistemas complexos.

Para analisar esse tipo de dinâmica, utilizam-se de simulações estocásticas e teorias de campo médio, que tentam prever a estrutura da rede como a epidemia deveria se comportar.

Redes podem ser constituídas de inúmeras formas, como por exemplo de forma a ter distribuição de grau em lei de potência. As ligações entre vértices também podem ter correlações.

Objetivos

O objetivo do trabalho de iniciação científica foi de estudar, utilizando teorias de campo médio, os comportamentos de uma dinâmica epidêmica em uma rede com distribuição em lei de potência construída pelo modelo de Weber-Porto, que inclui correlações estruturais.

Metodologia

Para construir nossas redes, foi utilizado o modelo de configurações.

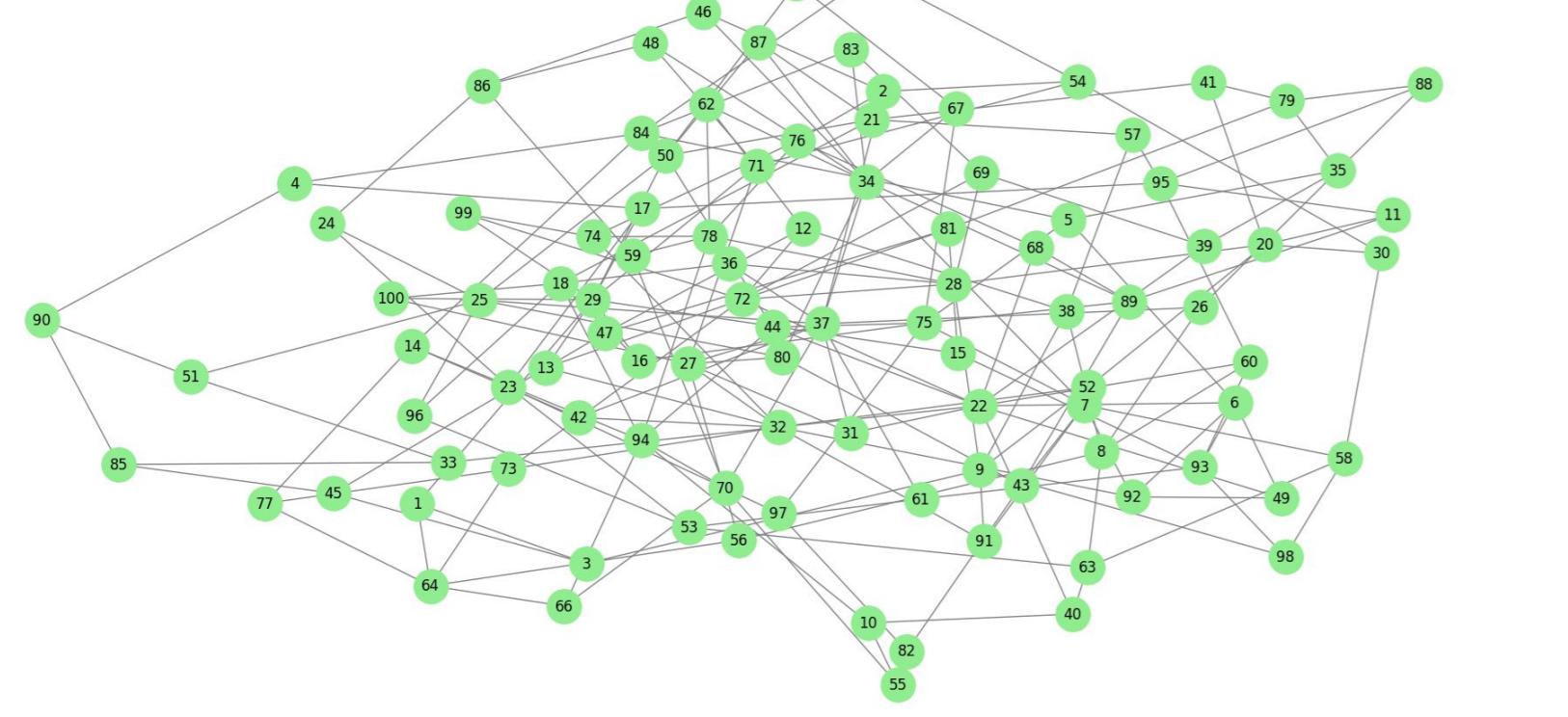


Figura 1: Rede complexa construída pelo modelo de configurações, de tamanho $N=100$ e $y = 2.7$.

Para prever os resultados de uma dinâmica epidêmica, utilizamos as equações diferenciais deduzidas pelas teorias de campo médio [2]. Para a teoria HMF (heterogeneous mean-field):

Apoio Financeiro



$$\frac{d\rho_k}{dt} = -\mu\rho_k + (1 - \rho_k)\lambda \sum_{k'} kP(k'|k)\rho_{k'}, \quad (1)$$

Para a teoria QMF (quenched mean-field):

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\mu\rho_i + (1 - \rho_i)\lambda \sum_j A_{ij}\rho_j, \quad (2)$$

A resolução das EDOs é feita pelo método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem.

Para a segunda parte da iniciação científica, foram construídas redes com correlação, pelo modelo de Weber-Porto.

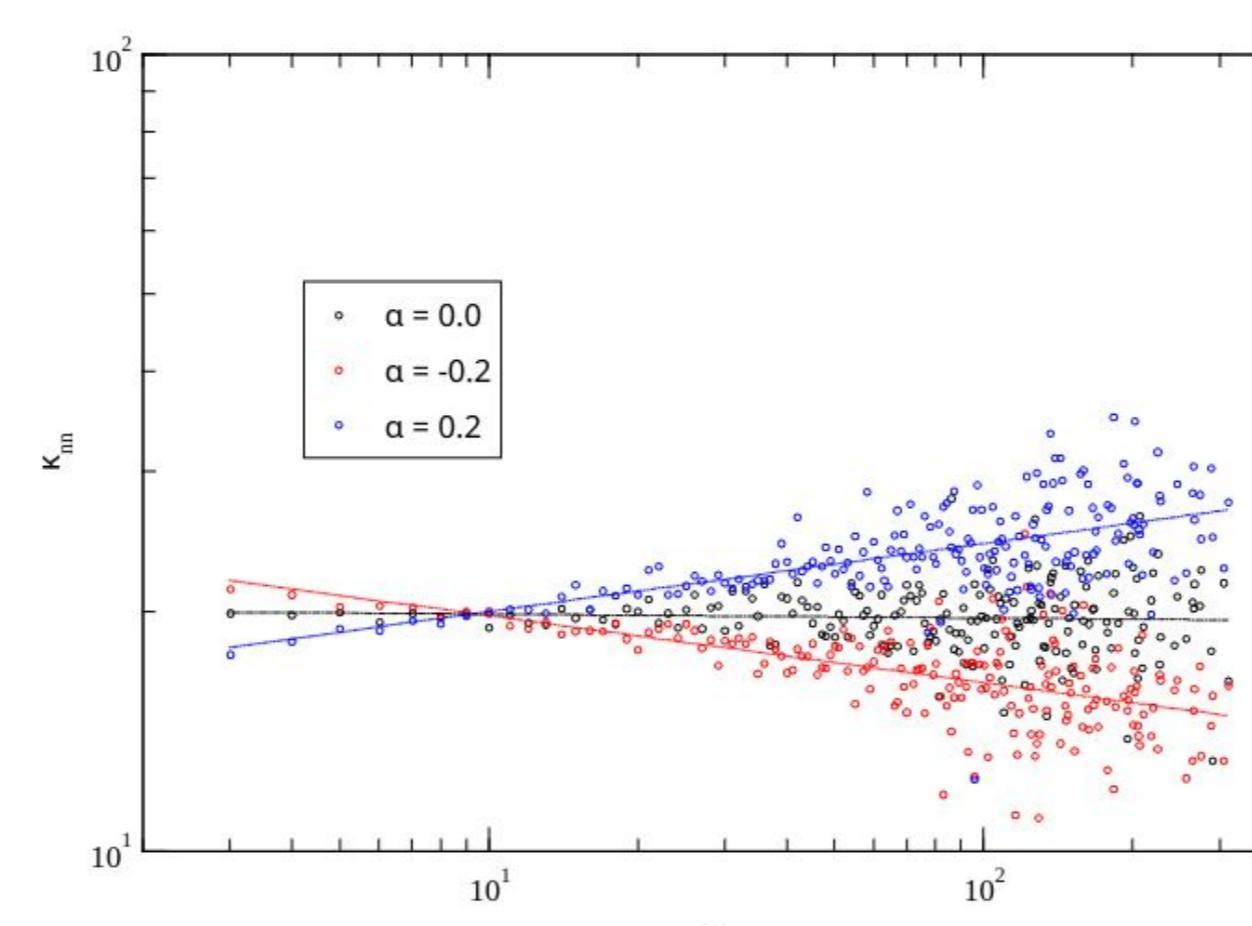


Figura 2: Correlação de grau de redes correlacionadas. Para α positivo é uma rede assortativa, para α negativo é uma rede disassortativa.

Temos uma correlação de grau que depende de α . Tal rede é gerada utilizando uma função [4] que gera tal correlação:

$$f(q, q') = \frac{[\kappa_{nn}(q) - \langle k \rangle_e][\kappa_{nn}(q') - \langle k \rangle_e]}{\langle k \kappa_{nn} \rangle_e - \langle k \rangle_e^2}, \quad (3)$$

Resultados e Discussões

Gerando no modelo de configurações, podemos encontrar a evolução temporal da fração de infectados:

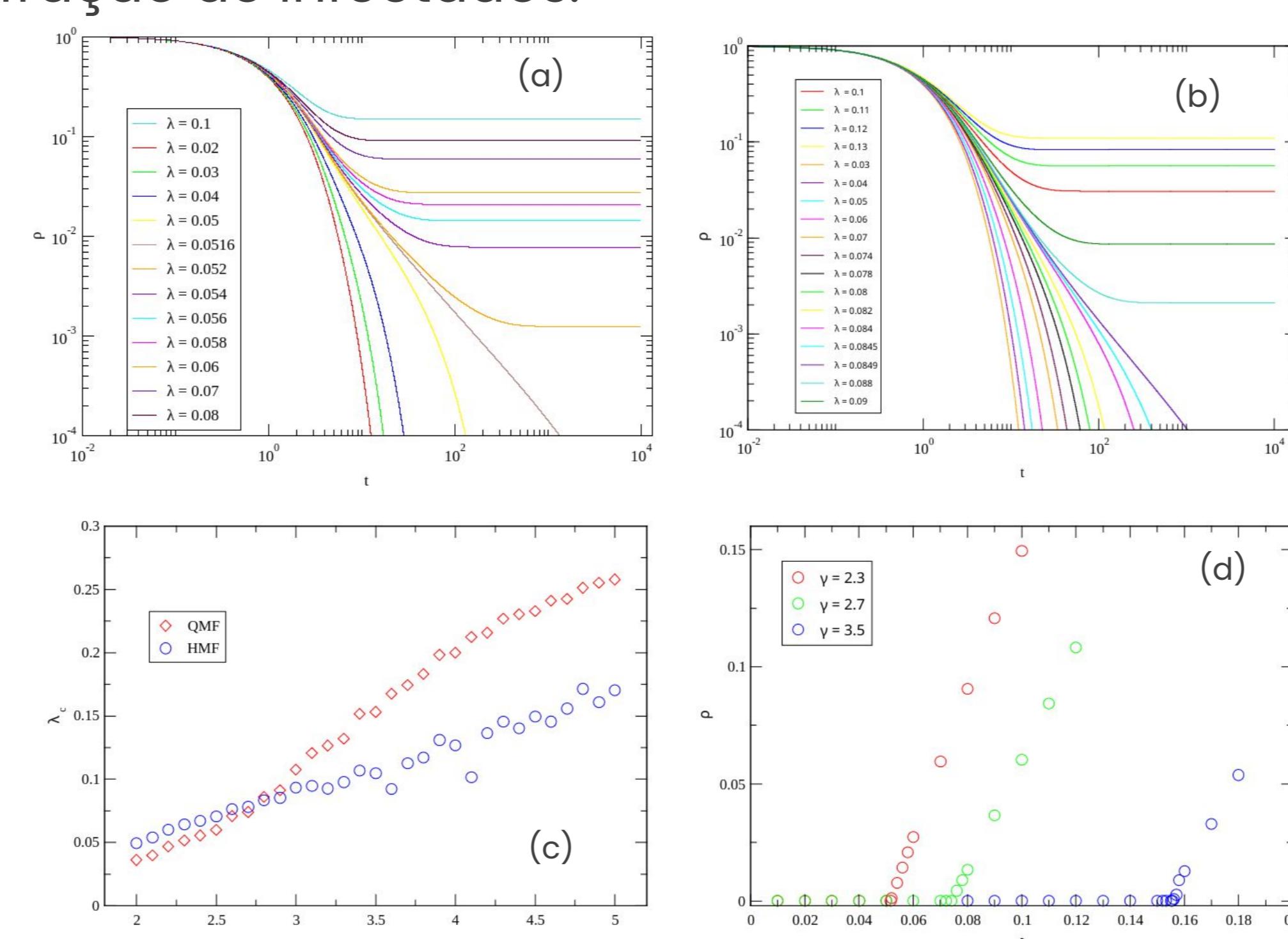


Figura 3: Resultados das teorias de campo-médio em redes complexas do modelo de configurações e tamanho $N = 10000$. a) Série temporal da HMF, para $y = 2.7$. b) Série temporal da QMF, para $y = 2.7$. c) Variação do limiar crítico para diferentes y , nas duas teorias. d) Resultado estacionário da teoria HMF para diferentes y .

Podemos notar que o limiar crítico aumenta ou diminui dependendo da distribuição de grau da rede. Ele também é diferente para as duas teorias.

Igualmente, podemos observar o comportamento do limiar crítico para redes construídas no modelo de Weber-Porto.

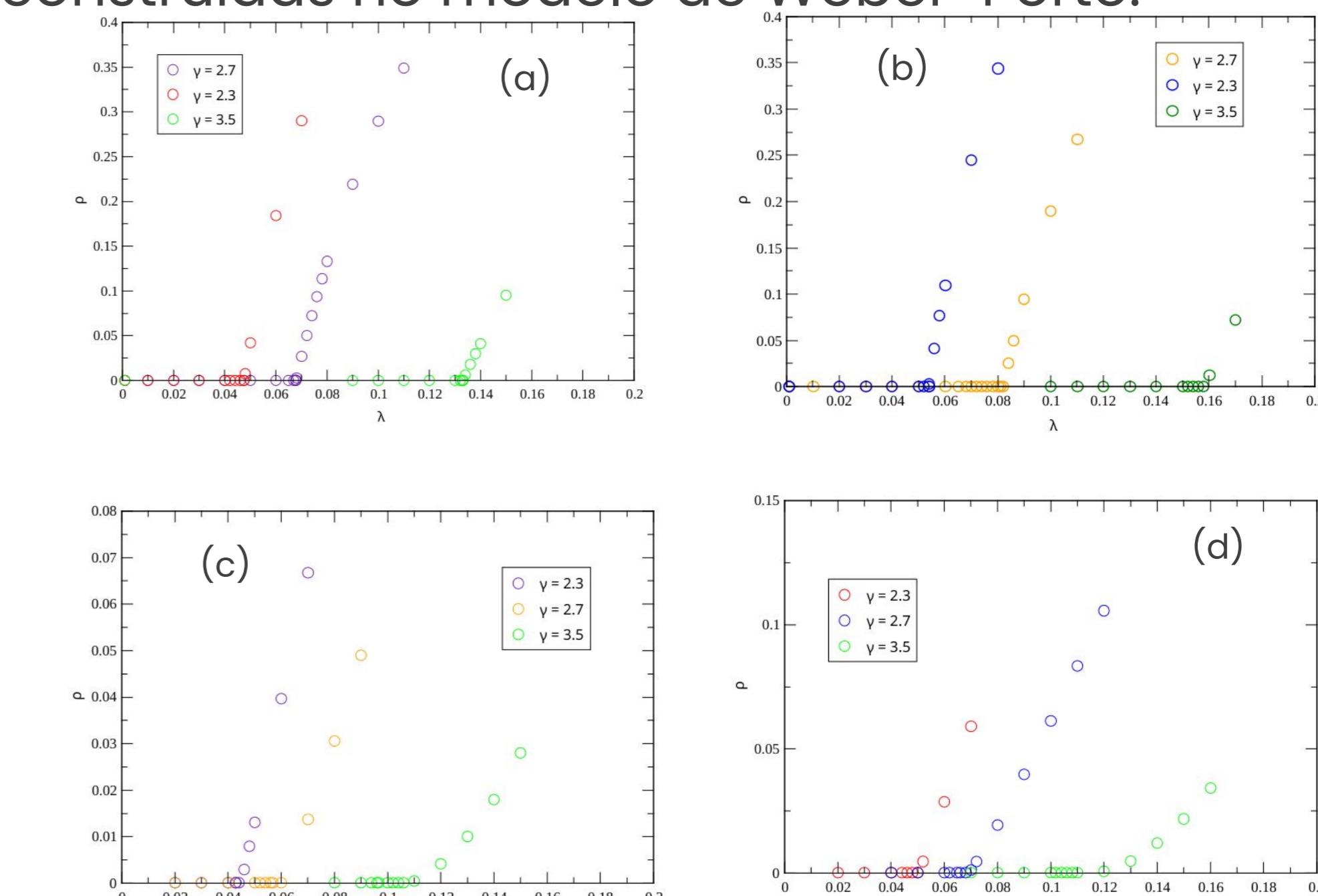


Figura 4: Resultados das teorias de campo-médio em redes complexas correlacionadas com tamanho $N = 10000$. a) Resultado estacionário da HMF de uma rede com $\alpha = 0.2$, e b) uma rede com $\alpha = 0.2$. c) Resultado estacionário da QMF de uma rede com $\alpha = 0.2$ e d) uma rede com $\alpha = -0.2$.

Variando mais parâmetros, podemos analisar mapas de calor:

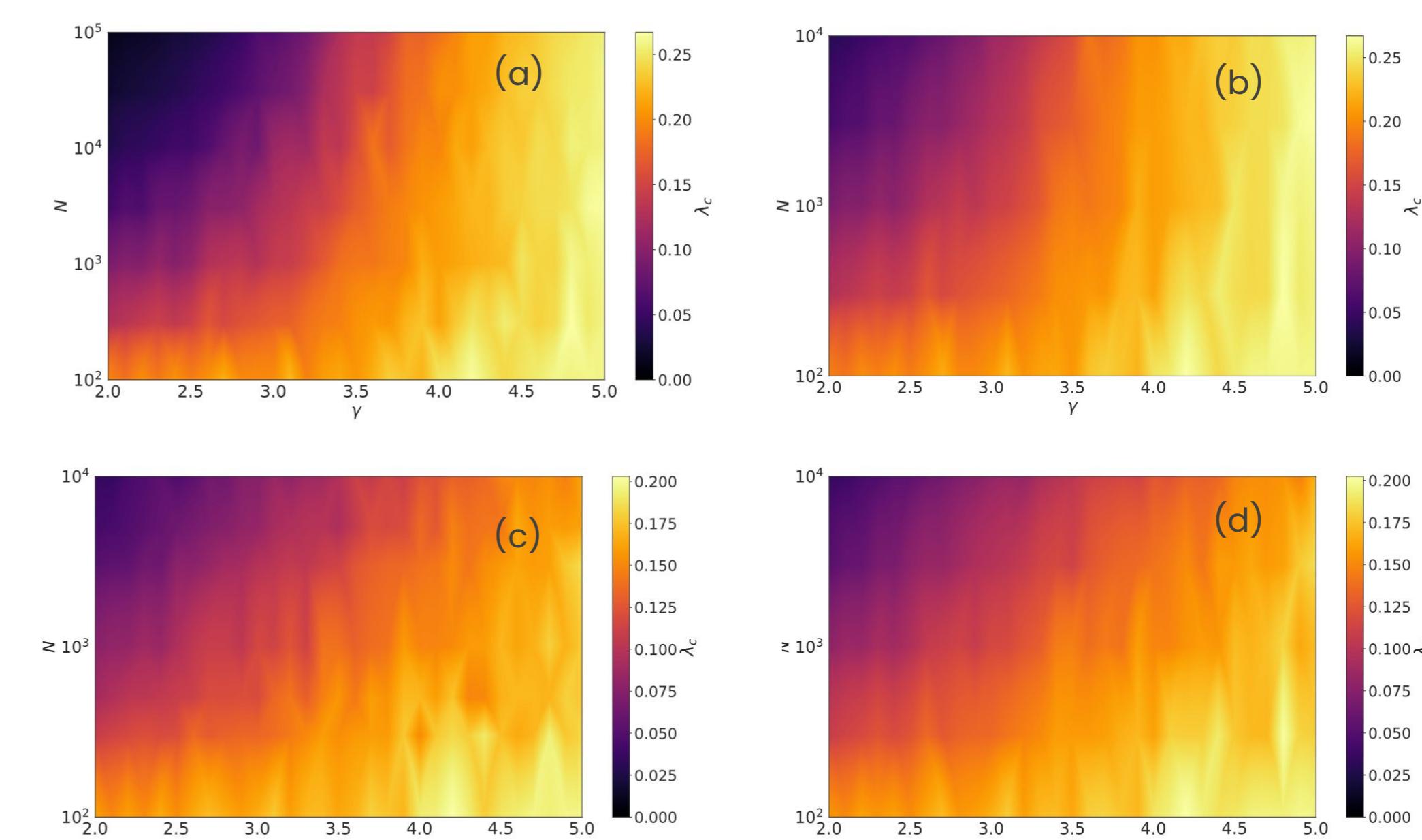


Figura 4: Mapas de calor para teorias de campo médio aplicadas em diferentes redes de tamanhos N e diferentes y . a) Mapa de calor da HMF de redes com $\alpha = 0.2$ e b) de redes com $\alpha = -0.2$. c) Mapa de calor da QMF de redes com $\alpha = 0.2$ e d) de redes com $\alpha = -0.2$.

Conclusões

- Tanto no caso sem correlação, quanto no caso correlacionado, o limiar crítico cresce em função do aumento de y .
- A teoria QMF prevê que o limiar crítico converge para um valor finito para $y > 3.0$.
- A correlação muda o limiar crítico. Para um $\alpha > 0$, o limiar diminui, enquanto se $\alpha < 0$, o limiar aumenta.
- Tanto no caso com correlação quanto no caso sem correlação, o limiar crítico diminui em função do aumento do tamanho N da rede.

Bibliografia

- [1] Albert-László Barabási. *Network Science*. Cambridge University Press, 2016
- [2] Wesley Cota, Silvio C. Ferreira. *Optimized Gillespie algorithms for the simulation of markovian epidemic processes on large and heterogeneous networks*. Computer Physics Communications, **219**:303–312, 2017
- [3] Silvio C. Ferreira, Claudio Castellano, Romualdo Pastor-Satorras. *Epidemic thresholds of the susceptible-infected-susceptible model on networks: A comparison of numerical and theoretical results*. Physical Review E, **86**(4):041125, 2012
- [4] Diogo H. Silva, Silvio C. Ferreira, Wesley Cota, Romualdo Pastor-Satorras, Claudio Castellano. *Spectral properties and the accuracy of mean-field approaches for epidemics on correlated power-law networks*. Physical Review Research, **1**(3):033024, 2019
- [5] Marián Boguñá, Romualdo Pastor-Satorras. *Epidemic spreading in correlated complex networks*. Physical Review E, **66**(4):047104, 2002