MAGNONS SOB INFLUÊNCIA DE UMA REDE DE SKYRMIONS

Suzana Tavares da Silva Oliveira, Afranio Rodrigues Pereira

Departamento de Física

ODS 9 - Indústria, inovação e infraestrutura

Pesquisa

Introdução

A teoria de bandas exerceu um papel fundamental para o entendimento de vários materiais, com ênfase em condutores, isolantes e semicondutores, de forma que o avanço tecnológico proveniente dessas descobertas foi extraordinário. Pensando nisso, a investigação de bandas de energia para magnons que interagem com uma rede regular de skyrmions se torna um tema interessante, visando buscar novas propriedades com aplicações tecnológicas que sejam impactantes como foram quando este tipo de teoria se estabeleceu.

Objetivos

Desenvolver a formulação teórica para analisar a propagação de magnons em uma rede periódica de skyrmions, aplicando o teorema de Bloch para descrever a função de onda para os magnons. Além disso, visamos obter uma base para futuros estudos sobre as bandas de energia para magnons.

Metodologia

Primeiramente, tomamos as equações de movimento do skyrmion[1,2], dadas por

$$\frac{1}{J}\frac{\partial m}{\partial t} = -[(1-m^2)\nabla^2\phi - 2m(\vec{\nabla}m)\cdot(\vec{\nabla}\phi)] \quad ; \quad \frac{1}{J}\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{m(\vec{\nabla}m)^2}{(1-m^2)^2} + \frac{m^2(\nabla^2 m)}{(1-m^2)} + m(\vec{\nabla}\phi)^2$$

e tomamos como solução $m = m_s + \varepsilon$ e $\phi = \phi_s + \eta$, de forma que m_s e ϕ_s são as soluções para o skyrmion no estado estacionário, ε e η são as pequenas contribuições dos magnons:

$$m_s = \frac{r^2 - R^2}{r^2 + R^2} \quad e \quad \phi_s = \arctan(y/x) \quad ; \quad \varepsilon(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0(\mathbf{r})\, e^{-i\omega t}, \quad \eta(\mathbf{r},t) = \eta_0(\mathbf{r})\, e^{i\omega t},$$

Com isso, estamos analisando a interação de um único skyrmion com um único magnon. Assim, obtemos as equações:

$$-\frac{i\omega\varepsilon_0}{J} = -\left(1-m_s^2\right)(\nabla^2\eta_0) + 2m_s\left[\left(\vec{\nabla}m_s\right)\cdot\left(\vec{\nabla}\eta_0\right) + \left(\vec{\nabla}\varepsilon_0\right)\cdot\left(\vec{\nabla}\phi_s\right)\right]$$

$$\begin{aligned}-\frac{i\omega\eta_0}{J} = {} & \frac{m_s\,\varepsilon_0}{1-m_s^2}\left[-\frac{2m_s^2(\nabla^2 m_s)}{1-m_s^2} - \frac{4m_s(\vec{\nabla}m_s)^2}{(1-m_s^2)^2} + 2(\nabla^2 m_s)\right] + \\ & \frac{m_s}{1-m_s}\left[m_s(\nabla^2\varepsilon_0) + \frac{2(\vec{\nabla}m_s)\cdot(\vec{\nabla}\varepsilon_0)}{1-m_s^2}\right] + \varepsilon_0\left[\frac{(\vec{\nabla}m_s)^2}{(1-m_s^2)^2} + (\vec{\nabla}\phi_s)^2\right]\end{aligned}$$

Dessa forma, ao escrever as equações acima na forma da equação de Schrödinger, podemos extrair uma matriz potencial 4x4 da interação skyrmion-magnon, com os coeficientes:

$$\begin{aligned} u_{11} &= \frac{20\,r^2R^2 - 6(r^4+R^4)}{r^2(r^2+R^2)^2} + \left[\frac{(r^4-R^4)^2}{16\,r^4R^4} + 1\right]\nabla^2 + \left[\frac{r^4-R^4}{8\,r^3R^2}\,\hat{r}\right]\cdot\vec{\nabla} \\ u_{12} &= 0 \\ u_{21} &= \left[\frac{2\,(r^2-R^2)}{r^2\,(r^2+R^2)}\,\hat{\varphi}\right]\cdot\vec{\nabla} \\ u_{22} &= \left[\frac{(r^2-R^2)^2}{(r^2+R^2)^2}\right]\nabla^2 + \left[\frac{8rR^2(r^2-R^2)}{(r^2+R^2)^3}\,\hat{r}\right]\cdot\vec{\nabla} \end{aligned}$$

Contudo, com um potencial um tanto quanto complexo e sabendo que para o surgimento de bandas de energia não importa a forma do potencial, contato que seja periódico, foi escolhido um potencial mais simples[3] para exemplificar a aplicação do modelo teórico:

$$U(x,y) = U_1\cos(2\pi x/a) + U_2\cos(2\pi y/b)$$

Esta expressão foi expandida em séries de Fourier, de forma que:

$$u_{n,\mathbf{k}}(x,y) = \sum_{h,l} C_{h,l}\, e^{i(\frac{2\pi h}{a}x + \frac{2\pi l}{b}y)}$$

O teorema de Bloch [4] nos diz que $\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,u(\mathbf{r})$, logo, a função de onda é:

$$\psi_{n,\mathbf{k}}(x,y) = \sum_{h,l} C_{h,l}\, e^{i\left[(k_x + \frac{2\pi h}{a})x + (k_y + \frac{2\pi l}{b})y\right]}$$

A função de onda total é uma superposição de ondas planas que possuem uma “fase” no momento por conta de vetores da rede recíproca, dados por:

$$\mathbf{G}_{h,l} = \left(\frac{2\pi h}{a}, \frac{2\pi l}{b}\right)$$

Resultados

Aplicando a função de onda acima na equação de Schrödinger, tomando sua projeção em cada base exponencial, de forma que a equação tenha apenas coeficientes:

$$\sum_{h',l'} H_{(h,l),(h',l')}(\mathbf{k})C_{h',l'} = E(\mathbf{k})C_{h,l}$$

Os termos de energia cinética estão na diagonal principal, sendo eles

$$(\hbar^2/2m)|\mathbf{k} + \mathbf{G}_{h,l}|^2$$

e os termos potenciais serão

$$U_1/2 \text{ e } U_2/2$$

que ligam (h,l) a $(h \pm 1, l)$ e $(h, l \pm 1)$. Para obter as bandas de energia, é preciso diagonalizar a matriz hamiltoniana, não sendo possível concluir antes do encerramento do projeto de iniciação científica.

Conclusões

O estudo aqui desenvolvido permitiu estabelecer uma descrição formal para magnons propagando-se em redes de skyrmions. Apesar da diagonalização da matriz hamiltoniana e obtenção das bandas de energia não ter sido realizada neste relatório, a formulação apresentada nos fornece os passos a serem seguidos e representa um avanço na preparação de estudos mais detalhados sobre este tema.

Bibliografia

[1] PEREIRA, A. R.; PIRES, A. S. T. *Teoria quântica de campos em sistemas magnéticos de baixas dimensões.*

[2] DA SILVA MoL, L. A. *Estudo de materiais magnéticos de baixa dimensionalidade dopados com impurezas não magnéticas.* 2004. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2004.

[3] BLOCH, F. *Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern*. Zeitschrift für Physik, v. 52, p. 555–600, 1929.

[4] THOULESS, D. J.; KOHMOTO, M.; NIGHTINGALE, M. P.; DEN NIJS, M. *Quantized hall conductance in a two-dimensional periodic potential*. Phys. Rev. Lett., v. 49, p. 405–408, Aug 1982.

Apoio Financeiro

CNPq