

Classificação de Autômatos Celulares Áureos

Renan L. Gomes¹, Pouya Mehdipour²
ODS 9 - Indústria, Inovação e Infraestrutura
Inicição Científica

Introdução

Autômatos Celulares (AC) são modelos matemáticos para o estudo de sistemas complexos a partir de regras simples aplicadas em grades de células. Surgiram com Von Neumann na década de 1940, com objetivo de estudar máquinas auto-replicantes, e hoje têm aplicações em computação, biologia e matemática.

Um autômato celular unidimensional é composto por uma grade de células (fita) em que cada célula pode assumir um estado. Dado um conjunto de estados, a evolução das células em uma fita ao longo de iterações é regida por meio de regras locais e a evolução das fitas é definida por meio de uma regra global. Em ciência de computação, um autômato celular pode ser definido por uma quintupla da forma $C = (L, S, c_0, n, R)$, onde L e S representam o *Conjunto de Estados*.

O c_0 é a *Configuração Inicial* e n representa o raio de vizinhança de uma célula. Seja \mathcal{C} o espaço de todas as configurações iniciais e N_r : vizinhança de raio r . Assim, a *Regra Local* $R : N_r(\mathcal{C}_0) \rightarrow S$ para cada composição de vizinhança de tamanho r de uma configuração c_0 associa um elemento de S e a regra global $\tilde{R} : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ é a evolução de dinâmica ao longo de tempo. Assim, caracterizamos um AC pelo conjunto de regra local e regra global associado. Nesse trabalho consideramos $S = \{0, 1\}$ e $n = 1$ e $L = 20$.

Objetivos

O principal objetivo foi classificar os autômatos celulares áureos de acordo com o esquema de Wolfram, que organiza a dinâmica dos AC em quatro classes:



Figura 1: Classe I
- homogênea

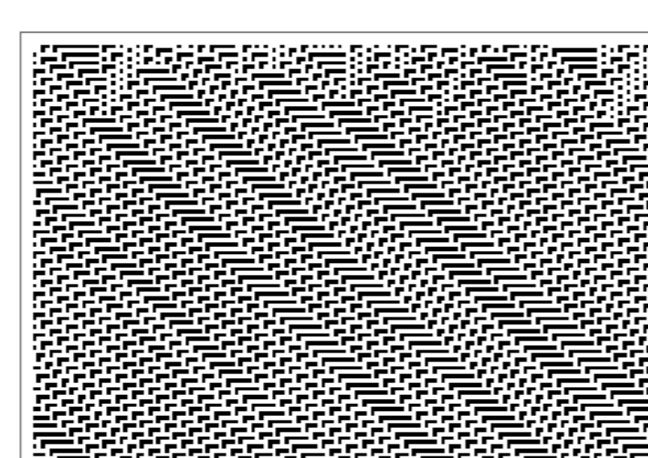


Figura 2: Classe II
- periódica

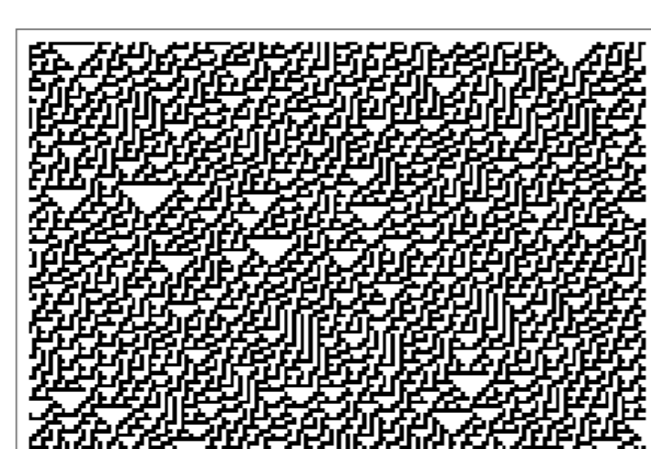


Figura 3: Classe III
- caótica

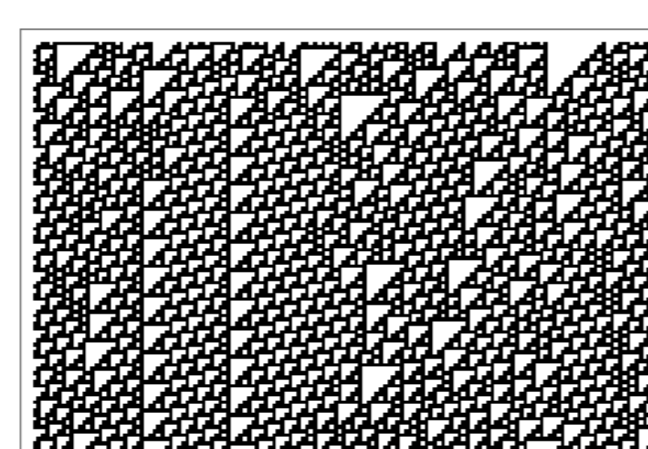


Figura 4: Classe IV
- complexa

Material e Métodos

Definição 1: Seja F um conjunto de blocos em S^M com $M \in \mathbb{N}$. O espaço $X_F \subset \Sigma$, é definido como: $X_F = \{x \in \Sigma \mid x \text{ não contém nenhum bloco de } F\}$. Os blocos $C \in F$ são chamados de blocos proibidos.

Definição 2: Um exemplo clássico de espaço de shift é definido da seguinte maneira: seja $F = \{11\}$ o conjunto de blocos proibidos. O X_F associado é um espaço shift chamado de **Golden Shift**.

• Foram geradas **15.126 configurações iniciais** pertencentes ao Golden Shift.

- Consideraram-se blocos de tamanho 3 para garantir que não ocorresse o bloco proibido 11.
- Foram aplicadas 7 regras distintas derivadas do grafo associado ao Golden Shift.

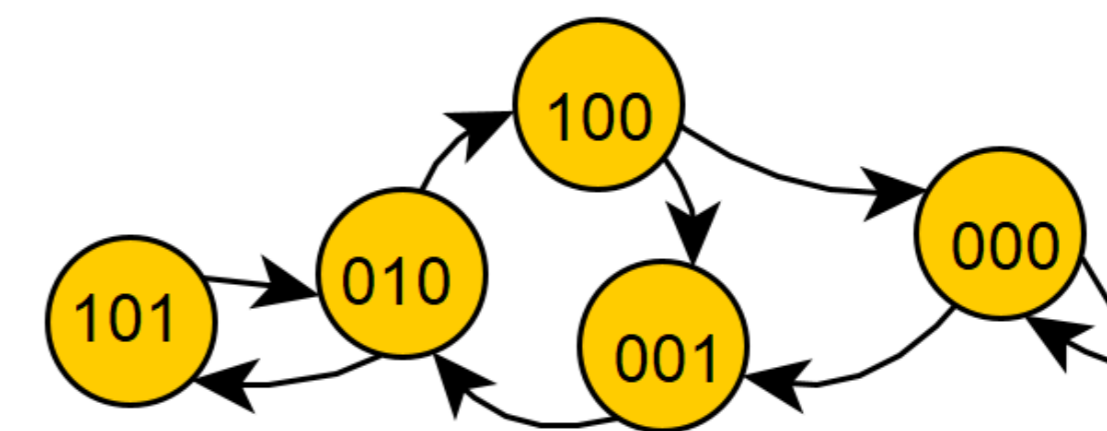


Figura 5: Grafo de transições utilizado para definição das regras Golden AC.

Resultados

As simulações mostraram que os autômatos celulares áureos não apresentam comportamento caótico ou complexo.

- Regras R'_1 e R'_5 : Classe I (homogênea).
- Regras R'_2, R'_3, R'_4, R'_6 e R'_7 : Classe II (periódica).

Padrão	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
000	0	0	0	0	0	0	0
010	0	1	0	0	0	0	0
001	0	0	1	0	0	0	1
100	0	0	0	1	0	1	0
101	0	0	0	0	1	1	1

Tabela 1: Transições das regras R'_1 a R'_7 para blocos de 3 células.

Conclusões

Concluimos que os Golden AC apresentam apenas dinâmicas homogêneas (Classe I) ou periódicas (Classe II). A ausência dos blocos proibidos restringe o espaço de estados, limitando a complexidade da dinâmica. Esse resultado reforça a importância da estrutura simbólica na determinação do comportamento global de autômatos celulares.

Apoio Financeiro



Bibliografia

Referências

- [1] Lind, D.; Marcus, B. *An introduction to symbolic dynamics and coding*. Cambridge Univ. Press, 1995.
- [2] Wolfram, S. *A New Kind of Science*. Wolfram Media, 2002.
- [3] Von Neumann, J.; Burks, A. W. *Theory of Self-Reproducing Automata*. Univ. of Illinois Press, 1996.
- [4] Gibrim, P. T. M.; Mehdipour, P.; Albuquerque, L. C. A. *Modelagem computacional e análise de configurações periódicas de autômatos celulares na classe I de Wolfram*. SBMAC, 2024.