

$$f_c = 1 - \frac{1}{\langle k \rangle_0}$$

$$f_c = 1 - \frac{1}{\langle k \rangle_0}$$



# Simpósio de Integração Acadêmica

## "Das Montanhas de Minas ao Oceano: Os Caminhos da Ciência para um Futuro Sustentável"

### SIA UFV 2025

**UFV**  
Universidade Federal  
de Viçosa

## Percolação e Criticalidade na Análise da Robustez e Fragilidade de Redes Complexas

Atílio F. Pedroni<sup>1\*</sup>, Wesley Cota<sup>1</sup>

atilio.pedroni@ufv.br

Departamento de Física, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal de Viçosa

ODS4

Categoria

### Introdução

- Investigação da **robustez** de redes complexas.
- Análise de como a **estrutura da rede** responde a **falhas e ataques**.
- Dilemas centrais:
  - Alta resistência** a falhas aleatórias.
  - Vulnerabilidade extrema** a ataques direcionados aos nós mais importantes (*hubs*).

### Objetivos

- Objetivo central:** investigar a robustez estrutural de redes complexas.
- Comparação do impacto de:
  - falhas aleatórias,
  - ataques direcionados aos hubs.
- Quantificação: medir a vulnerabilidade em diferentes topologias (reais e sintéticas).
- Confrontar resultados de simulação com previsões de modelos teóricos (**critério de Molloy-Reed**).
- Validar a análise de resiliência das redes.

### Métodos ou Metodologia

- Redes Analisadas: Foram utilizadas redes reais (Internet, PowerGrid) e sintéticas (Erdős-Rényi, Barabási-Albert).
- A resiliência das redes foi testada via teoria da percolação, simulando a remoção de vértices para encontrar o ponto de colapso da rede ( $f_c$ ).
- Limiar Crítico Teórico ( $f_c$ ):
  - Para Redes Aleatórias, como Erdős-Rényi, o limiar é:

$$f_c = 1 - \frac{1}{\langle k \rangle_0}$$

- Para Redes Heterogêneas, o limiar pode tender a zero:

$$f_c = 1 - \frac{\langle k \rangle_0}{\langle k^2 \rangle_0 - \langle k \rangle_0}$$

- Estratégias de Ataque Comparadas:
  - Remoção Uniforme: Simula falhas aleatórias.
  - Remoção Preferencial e Ordenada: Simulam ataques direcionados aos hubs.

### Apoio Financeiro



### Resultados

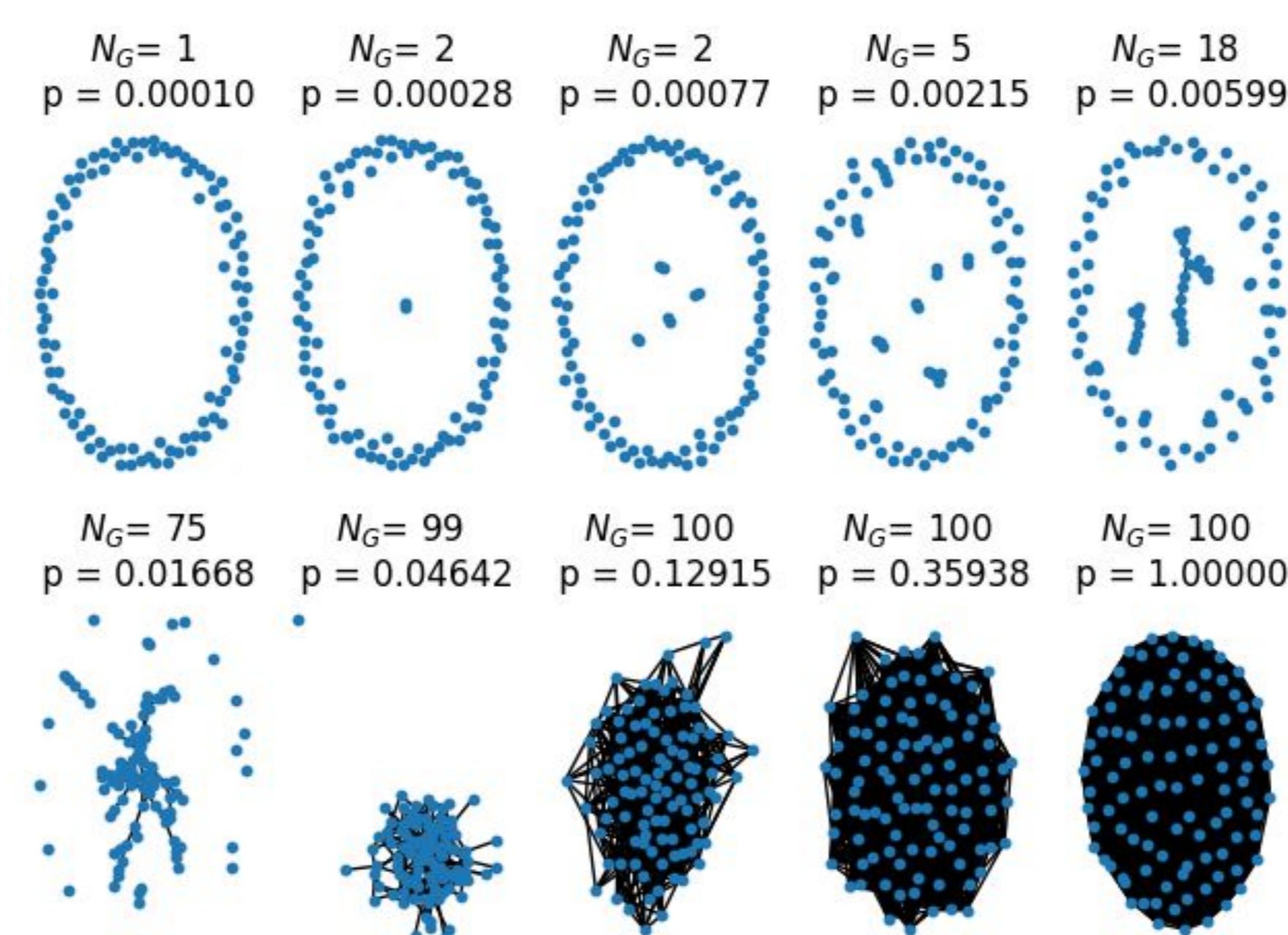


Figura 1 - Rede de Erdos-Rényi com 100 vértices, onde NG é o tamanho da maior componente para determinado valor de probabilidade, com  $p_c = 0.01483$ .

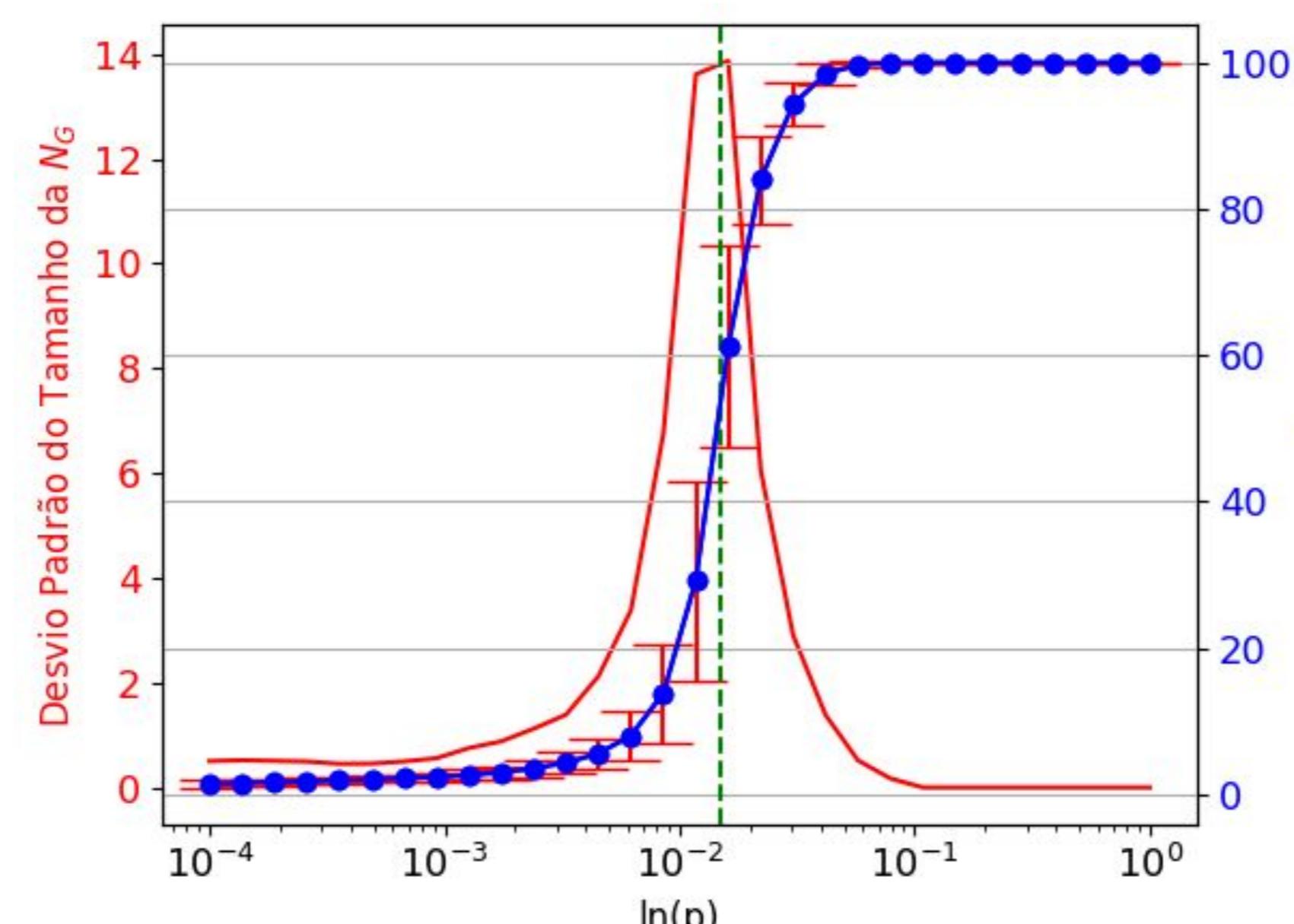


Figura 2 - Visualização da transição de fase na proximidade do ponto crítico (linha tracejada em verde situada em  $p_c = 0.01483$ ).

### Ataque em redes reais

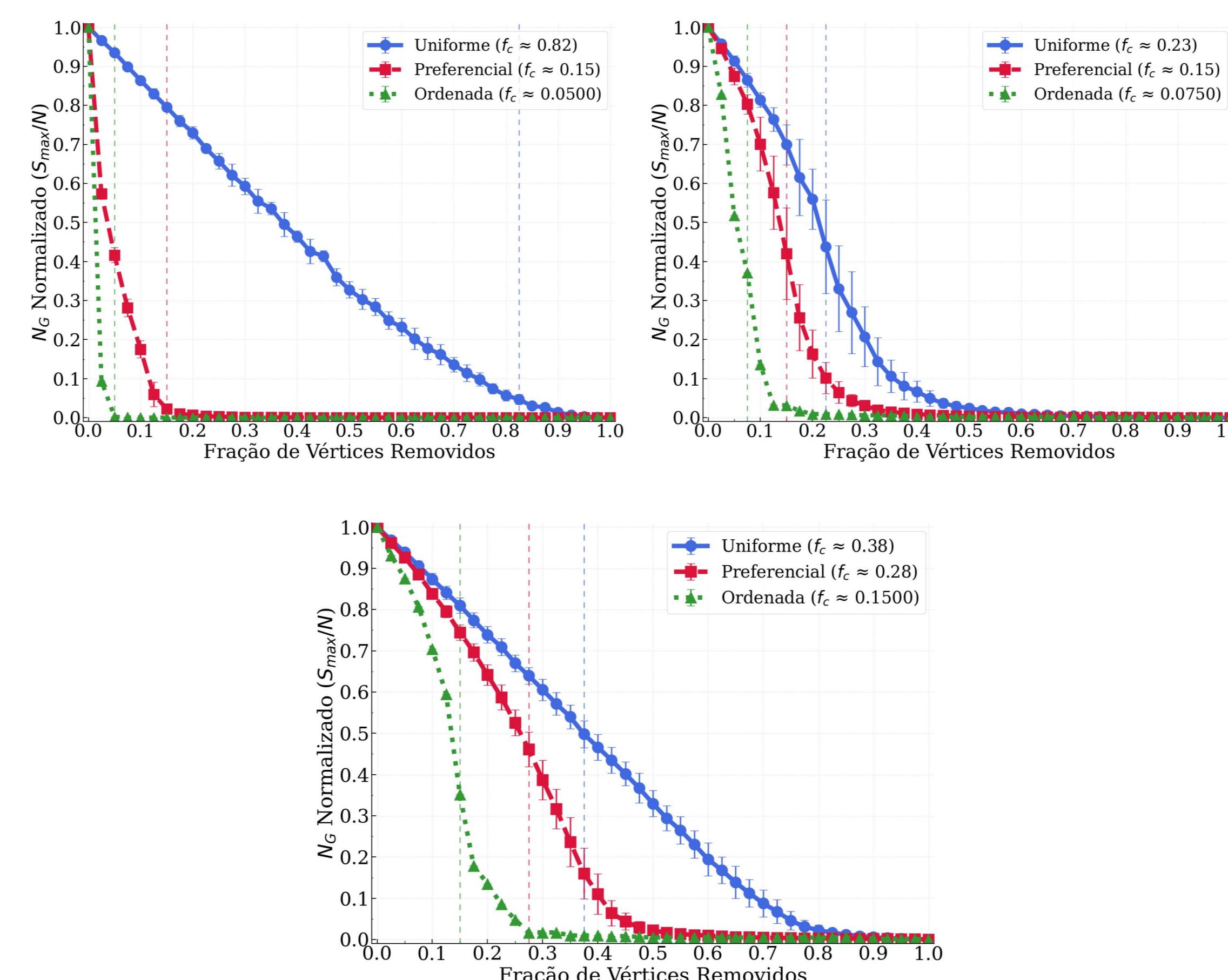


Figura 3 - Robustez de redes reais sob diferentes estratégias de remoção de vértices.

### Ataque em redes Sintéticas

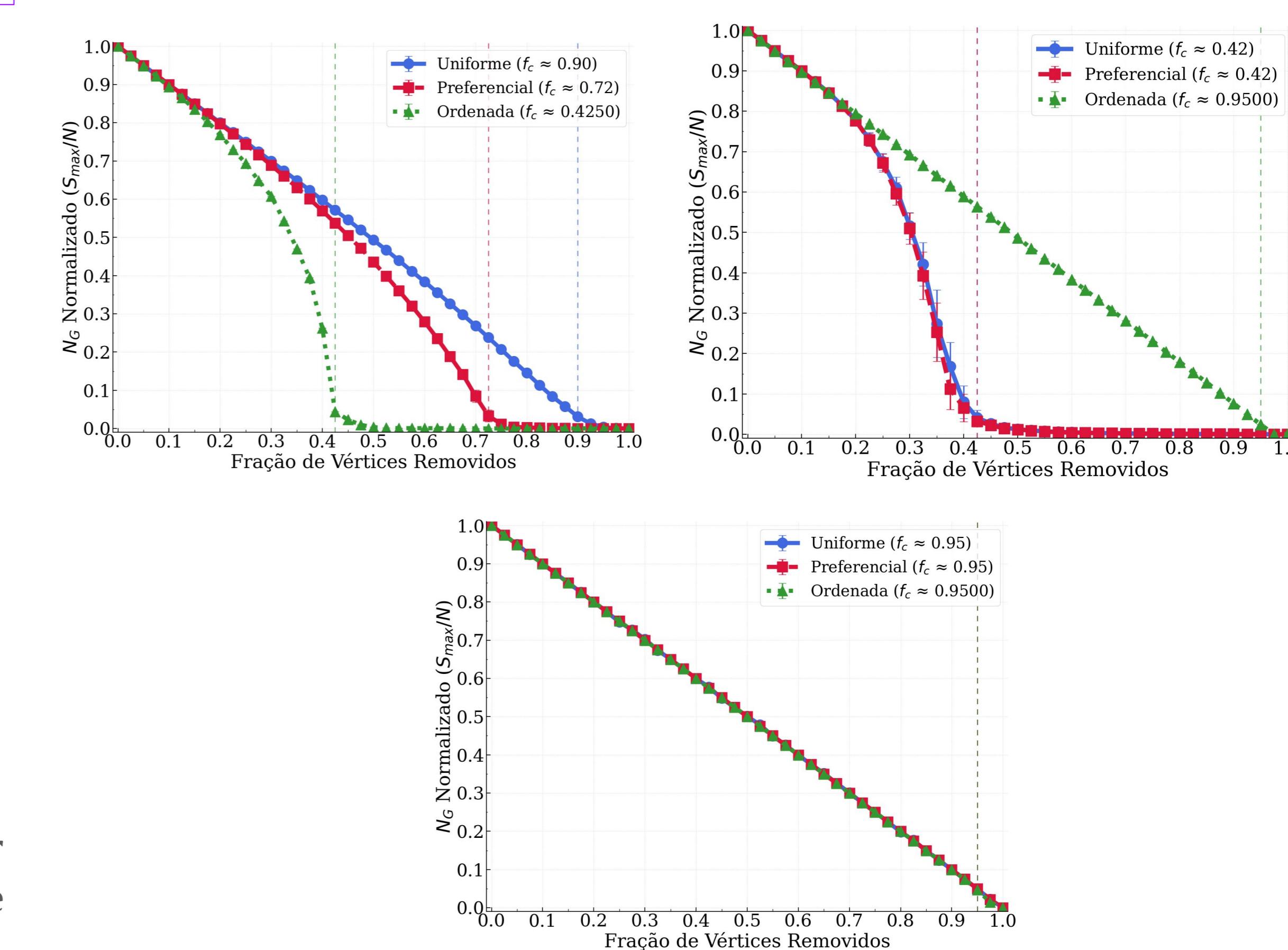


Figura 4 - Robustez de sintéticas reais sob diferentes estratégias de remoção de vértices.

### Conclusões

- Dilema da Heterogeneidade:** A análise revelou um dilema central: redes com hubs, como a da Internet, são notavelmente resistentes a falhas aleatórias, mas extremamente frágeis a ataques direcionados aos seus nós mais importantes.
- Vulnerabilidade Crítica:** A remoção de uma pequena fração de hubs é suficiente para colapsar a conectividade global da rede. Em contraste, redes homogêneas não apresentam essa vulnerabilidade específica, pois a importância para a conectividade é mais bem distribuída entre seus nós.
- Fator Determinante:** Conclui-se que a topologia da rede, especialmente a presença de hubs, é o fator crucial que determina sua resiliência a diferentes tipos de perturbações, expondo uma forte dependência de poucos elementos para manter a integridade do sistema.

### Bibliografia

- W. Cota, Spreading phenomena on complex networks and social systems, Tese de Doutorado, UFV, 2020.
- Mark E. J. Newman. Networks. Oxford University Press, Oxford, second edition, 2018. ISBN 9780192527493.
- Albert-László Barabási. Network science. Cambridge University Press, Cambridge, 2016. ISBN 9781107076266.
- Alain Barrat. Dynamical processes on complex networks. Cambridge University Press, Cambridge, 2013. ISBN 9780511791383.