

Simpósio de Integração Acadêmica

“Ciências Básicas para o Desenvolvimento Sustentável”

SIA UFV 2023



Aplicação do estudo de Álgebra linear

Matheus Penariol Ponce – Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas UFV Campus Rio Paranaíba (IEP)
matheus.ponce@ufv.br

Ciências Exatas e Tecnológicas – Álgebra Linear - Pesquisa
Operador linear, produto interno, Espaços Vetoriais.

Introdução

A álgebra linear é um ramo na matemática que trabalha com vetores, espaços vetoriais e transformações lineares. Através desses assuntos, consta nesse projeto, um estudo sobre os principais setores da álgebra linear. Estes setores estão divididos no estudo de teoremas e definições tanto sobre os tópicos já citados a cima, quanto tópicos como autovetores e autovalores, produto interno e adjuntos, operadores lineares formas cônicas e também quadraticas, determinantes e polinomios caracteriticos. Portanto, para introduzi-los a esse estudo, temos a definição de espaço vetorial.

Espaço vetorial é um conjunto V de elementos, chamados vetores, equipados com duas operações: a adição de vetores e a multiplicação de vetores por escalares.

Exemplo: $V = \mathbb{R}^3$, realizando as operações de adição e a multiplicação por escalares.

Objetivos

O Projeto tem como objetivo realizar um estudo sobre curvas cônicas, fazer um estudo geral de álgebra linear e seus tópicos como espaço vetorial, subespaço, bases, transformações lineares, estudo sobre produto inteiro e adjunta e operadores lineares, ademais, temos o estudo de formas quadráticas, determinantes e polinômio característico.

Material e Método

Particularizando o conteúdo do projeto, temos aqui as transformações lineares que, por definição, são tipos particulares de funções entre espaços vetoriais preservando as operações de adição e multiplicação escalar.

Dentre as transformações lineares, temos a transformações no plano. Vamos ilustrar, dentro das transformações, a rotação e a expansão (ou contração).

Primeiramente, definimos a rotação como $\text{Rot}\theta: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\text{Rot}\theta(x_1, x_2) = (x_1 \cos \theta - x_2 \sin \theta, x_1 \sin \theta + x_2 \cos \theta)$. Na base canônica de \mathbb{R}^2 , isto é, $\{(1,0), (0,1)\}$, temos o que é a matriz dessa transformação é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix},$$

$$\text{e } \text{Rot}\theta(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

Já a expansão (ou contração) é definida em $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $v \rightarrow T(v) = \alpha v$. A expansão ou contração depende do valor de α . É uma transformação que leva um vetor v em um vetor de mesma direção, porém, com sentido igual a v ($\alpha > 0$) ou sentido oposto ($\alpha < 0$) e em módulo maior ($|\alpha| > 1$) ou menor ($|\alpha| < 1$).

Resultados e Discussão

Exemplo de Rotação.

Utilizando o $\theta = 45^\circ$, obtemos

$$\text{Rot}45^\circ(x_1, x_2) = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(x_1 - x_2), \frac{\sqrt{2}}{2}(x_1 + x_2) \right].$$

Por exemplo, $\text{Rot}45^\circ(2,1) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2} \right)$

Gráfico de Rotação

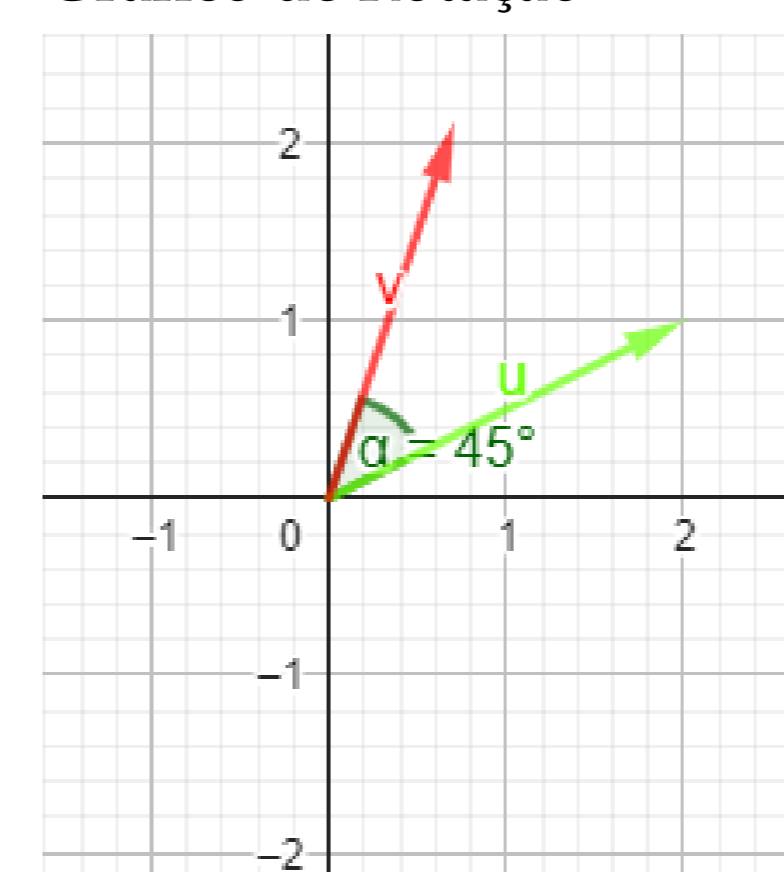


figura 1: Autor: Matheus Penariol Ponce

Como podemos ver no gráfico, temos uma rotação de 45° de um vetor u para o vetor v .

Exemplo de expansão

Utilizando $\alpha = 3$, obtemos

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, v \rightarrow T(v) = \alpha v.$$

Por exemplo, $v = (3,2)$

$$(3,2) \rightarrow T(3,2) = 3(3,2).$$

Gráfico de expansão

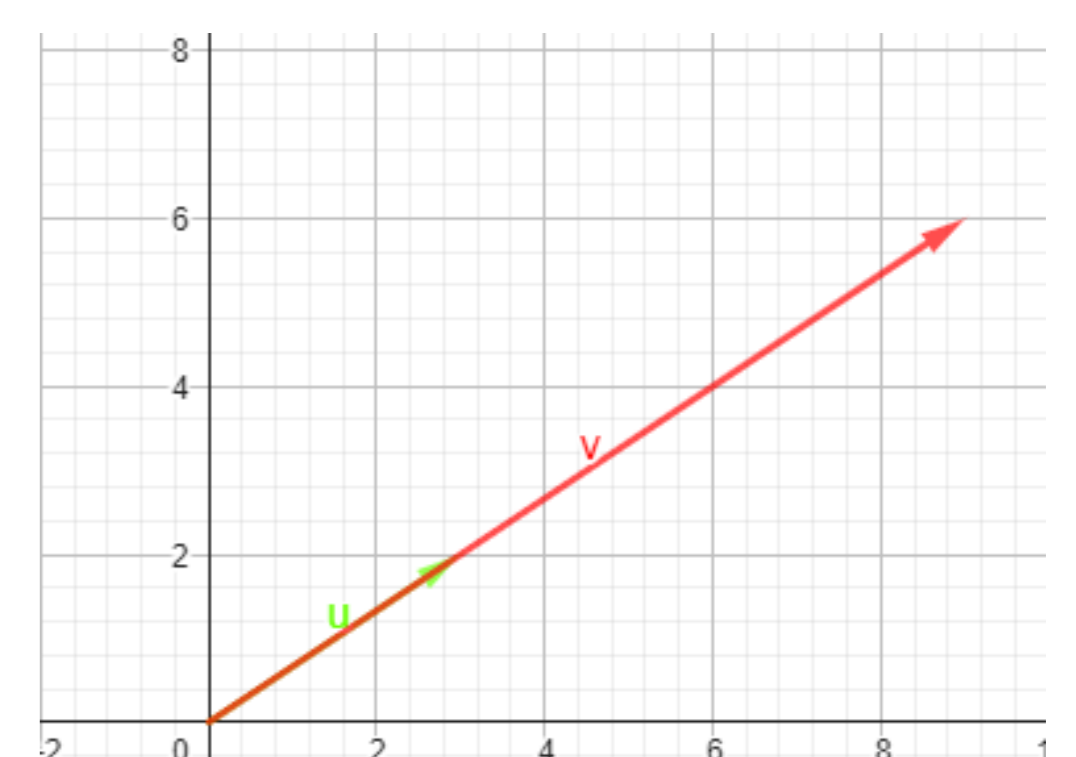


figura 2: Autor: Matheus Penariol Ponce

Como podemos ver no gráfico, temos uma expansão de $\alpha = 3$.

Conclusões

Por fim, o estudo sobre a álgebra linear permitiu obter o conhecimento da área tanto na questão teórica apresentada pelos referenciais teóricos, quanto na questão de aplicar o estudo. Nesse projeto, obtivemos sucesso na conclusão do nosso objetivo inicial que era estudar os subtemas dentro de álgebra linear, suas definições e teoremas.

Bibliografia

Boldrini, J. L. (1980). Álgebra Linear. 3ª edição. São Paulo. Editora HARBRA Ltda.
Coelho, F. U. (2020). Um Curso de Álgebra Linear. 2ª edição. São Paulo. Editora USP.

Agradecimentos

Por meio desse espaço reservado para agradecimentos, venho agradecer meu orientador Miguel Junior Cezana por conseguir me dar o suporte necessário para a realização desse projeto.

Apoio financeiro

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG