

# Simpósio de Integração Acadêmica

## “Ciências Básicas para o Desenvolvimento Sustentável”

SIA UFV 2023



### Aplicação do estudo de Álgebra linear

Matheus Penariol Ponce – Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas UFV Campus Rio Paranaíba (IEP)  
matheus.ponce@ufv.br

Ciências Exatas e Tecnológicas – Álgebra Linear - Pesquisa  
Operador linear, produto interno, Espaços Vetoriais.

### Introdução

A álgebra linear é um ramo na matemática que trabalha com vetores, espaços vetoriais e transformações lineares. Através desses assuntos, consta nesse projeto, um estudo sobre os principais setores da álgebra linear. Estes setores estão divididos no estudo de teoremas e definições tanto sobre os tópicos já citados a cima, quanto tópicos como autovetores e autovalores, produto interno e adjuntos, operadores lineares formas cônicas e também quadraticas, determinantes e polinomios caracteriticos. Portanto, para introduzi-los a esse estudo, temos a definição de espaço vetorial.

Espaço vetorial é um conjunto  $V$  de elementos, chamados vetores, equipados com duas operações: a adição de vetores e a multiplicação de vetores por escalares.

Exemplo:  $V = \mathbb{R}^3$ , realizando as operações de adição e a multiplicação por escalares.

### Objetivos

O Projeto tem como objetivo realizar um estudo sobre curvas cônicas, fazer um estudo geral de álgebra linear e seus tópicos como espaço vetorial, subespaço, bases, transformações lineares, estudo sobre produto inteiro e adjunta e operadores lineares, ademais, temos o estudo de formas quadráticas, determinantes e polinômio característico.

### Material e Método

Particularizando o conteúdo do projeto, temos aqui as transformações lineares que, por definição, são tipos particulares de funções entre espaços vetoriais preservando as operações de adição e multiplicação escalar.

Dentre as transformações lineares, temos a transformações no plano. Vamos ilustrar, dentro das transformações, a rotação e a expansão (ou contração).

Primeiramente, definimos a rotação como  $\text{Rot}\theta: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\text{Rot}\theta(x_1, x_2) = (x_1 \cos \theta - x_2 \sin \theta, x_1 \sin \theta + x_2 \cos \theta)$ . Na base canônica de  $\mathbb{R}^2$ , isto é,  $\{(1,0), (0,1)\}$ , temos o que é a matriz dessa transformação é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix},$$

$$\text{e } \text{Rot}\theta(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

Já a expansão (ou contração) é definida em  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $v \rightarrow T(v) = \alpha v$ . A expansão ou contração depende do valor de  $\alpha$ . É uma transformação que leva um vetor  $v$  em um vetor de mesma direção, porém, com sentido igual a  $v$  ( $\alpha > 0$ ) ou sentido oposto ( $\alpha < 0$ ) e em módulo maior ( $|\alpha| > 1$ ) ou menor ( $|\alpha| < 1$ ).

### Resultados e Discussão

#### Exemplo de Rotação.

Utilizando o  $\theta = 45^\circ$ , obtemos

$$\text{Rot}45^\circ(x_1, x_2) = \left[ \frac{\sqrt{2}}{2}(x_1 - x_2), \frac{\sqrt{2}}{2}(x_1 + x_2) \right].$$

Por exemplo,  $\text{Rot}45^\circ(2,1) = \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2} \right)$

Gráfico de Rotação

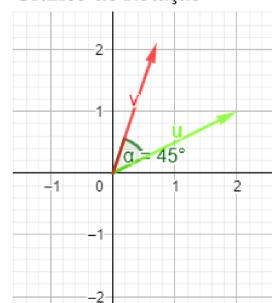


figura 1: Autor: Matheus Penariol Ponce

Como podemos ver no gráfico, temos uma rotação de  $45^\circ$  de um vetor  $u$  para o vetor  $v$ .

#### Exemplo de expansão

Utilizando  $\alpha = 3$ , obtemos

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, v \rightarrow T(v) = \alpha v.$$

Por exemplo,  $v = (3,2)$

$$(3,2) \rightarrow T(3,2) = 3(3,2).$$

Gráfico de expansão

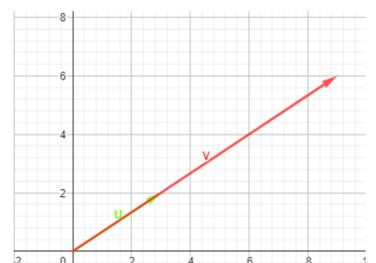


figura 2: Autor: Matheus Penariol Ponce

Como podemos ver no gráfico, temos uma expansão de  $\alpha = 3$ .

### Conclusões

Por fim, o estudo sobre a álgebra linear permitiu obter o conhecimento da área tanto na questão teórica apresentada pelos referenciais teóricos, quanto na questão de aplicar o estudo. Nesse projeto, obtivemos sucesso na conclusão do nosso objetivo inicial que era estudar os subtemas dentro de álgebra linear, suas definições e teoremas.

### Bibliografia

Boldrini, J. L. (1980). Álgebra Linear. 3ª edição. São Paulo. Editora HARBRA Ltda.  
Coelho, F. U. (2020). Um Curso de Álgebra Linear. 2ª edição. São Paulo. Editora USP.

### Agradecimentos

Por meio desse espaço reservado para agradecimentos, venho agradecer meu orientador Miguel Junior Cezana por conseguir me dar o suporte necessário para a realização desse projeto.

### Apoio financeiro

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG