



Simpósio de Integração Acadêmica

“Ciências Básicas para o Desenvolvimento Sustentável”

SIA UFV 2023



Um estudo sobre códigos corretores de erros com aplicações

Patrícia Oliveira Hudson Silva

patricia.hudson@ufv.br

Introdução

O trabalho “A Mathematical Theory of Communication” foi realizado por C. E. Shannon em 1948 e deu início aos estudos sobre os Códigos Corretores. Desde então, o tema se tornou de interesse de matemáticos e engenheiros. A necessidade crescente de transmitir dados com confiabilidade alavanca a busca por códigos ótimos e capazes de detectar e corrigir erros durante a transmissão. Os códigos corretores são, por exemplo, aplicados na comunicação via satélite e armazenamento de dados, áreas de grande importância na atualidade.

Objetivos

O trabalho em questão trata do estudo dos códigos corretores de erros, abordando temas como Anéis e Corpos, tipos de métricas, Códigos Lineares, Cíclicos e BHC. Além disso, objetiva estudar a aplicação da teoria estudada.

Material e Método

Para a compreensão dos conceitos necessários, utiliza-se neste trabalho o estudo bibliográfico e de artigos sobre o tema. Além do estudo individual, são realizados encontros semanais com o professor orientador Anderson Tiago da Silva do Departamento de Matemática (DMA) – UFV para a melhor compreensão da teoria dos códigos corretores de erros.

Apoio financeiro

O presente trabalho possui apoio financeiro fornecido pelo CNPq.

Resultados e Discussão

Os códigos corretores de erros tem por função detectar e corrigir erros que podem ocorrer durante a transmissão de dados. Dado um código C sobre um alfabeto A , definem-se $[n, M, d]$ como os três parâmetros fundamentais de C , sendo n o seu comprimento, M o número de elementos e d sua distância mínima tal que $d = \min\{d(u, v); u, v \in C \text{ e } u \neq v\}$. Tais parâmetros são importantes na criação de um código, havendo interdependência entre eles. Sabe-se por exemplo, que para um código com distância mínima d a quantidade possível de erros a serem corrigidos é a parte inteira de $\frac{d-1}{2}$, enquanto $d - 1$ erros podem ser detectados.

Códigos Lineares são uma importante classe de códigos e muito implementado em problemas reais. Estes códigos serão o foco dos estudos do presente projeto de pesquisa. Podemos definir Códigos Lineares como segue.

Definição: Seja K um corpo finito com q elementos (que chamaremos de Alfabeto) e considere o K -espaço vetorial K^n . Dizemos que C é um Código Linear, se C é um subespaço vetorial próprio de K^n .

Considere $\beta = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$, uma base de C . A matriz G formada pelos elementos de β , a saber, v_1, v_2, \dots, v_k , dispostos como sendo as linhas é chamada de Matriz Geradora de C (neste caso, dizemos que C tem dimensão k). Toda matriz geradora pode ser escalonada como $G = (Id_k | A)$. Neste caso, dizemos que G está na forma padrão.

Definimos o Código Dual de C , denotado por C^\perp , como sendo:

$$C^\perp = \{v \in K^n; \langle v, u \rangle = 0, \forall u \in C\}.$$

A partir das definições de matriz geradora e código dual, obtém-se a matriz teste de paridade H de C , que é a matriz geradora de C^\perp . A matriz teste de paridade é bastante útil na obtenção de informações sobre o código, bem como o processo de decodificação do mesmo.

Uma subclasse dos Códigos Lineares são os Códigos Cíclicos que são importantes por terem simples e conhecidos processos de decodificação.

Definição: Dizemos que um código C é cíclico, se C for um Código Linear e além disso, se $c = (c_0, \dots, c_{n-1})$ pertencente a C , então $c' = (c_{n-1}, c_0, \dots, c_{n-2})$ também pertence a C .

Para a finalização deste projeto, serão estudados limitantes, como por exemplo, o limitante de Singleton, que ajuda a determinar a eficiência de códigos com respeito a detecção e correção de erros. Serão criados exemplos de códigos variados e comparados as cotas determinadas pelos principais limitantes, bem como a aplicação desta teoria em diversas áreas.

Conclusões

O estudo iniciado por Shannon segue moldando o cenário tecnológico e abrindo caminho para inovações. Ao compreender a complexidade desses códigos, é reforçado a importância dessa área de estudo e a necessidade de cada vez mais ir aprimorando-a. Espera-se que tais códigos continuem sendo essenciais nos sistemas de transferência e armazenamento de dados e em outras tecnológicas.

Bibliografia

HEFEZ, Abramo; VILLELA, Maria Lucia T. Códigos corretores de erros. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008. vii, 216 p.