Simpósio de Integração Acadêmica
"Bicentenário da Independência: 200 anos de ciência, tecnologia e inovação no Brasil e 96 anos de contribuição da UFV"
SIA UFV 2022

UFV Universidade Federal de Viçosa

Difeomorfismos de Morse Smale no intervalo

Geceária Rita Ramos Faria, Gecea1ria.faria@ufv.br
Enoch Humberto Apaza Calla , Enoch@ufv.br
Projeto de Iniciação Científica/ Departamento de Matemática
Universidade Federal de Viçosa

Difeomorfismo, pesquisa, sistemas dinâmicos

Introdução

A teoria dos sistemas dinâmicos, uma área da matemática pura, um difeomorfismo Morse-Smale é um difeomorfismo cujo conjunto não errante consiste em número finito de pontos fixos satisfazendo uma condição de transversalidade nas variedades estáveis e instáveis. Os sistemas Morse-Smale são estruturalmente estáveis e formam uma das classes mais simples e mais bem estudadas de sistemas dinâmicos. Eles foram nomeados em homenagem a Marston Morse, o criador da teoria de Morse, e Stephen Smale, que enfatizou sua importância para a dinâmica diferencial e topologia algébrica.

Objetivos

Nesse trabalho, será provada a versão do trabalho de Peixoto para difeomorfismo unidimensionais. Posteriormente será visto o caso bidimensional. Nessa 1° fase, estudamos as propriedades dos pontos fixos hiperbólicos. Para tal, definimos ponto fixo, ponto hiperbólico e provamos a proposição 4.4 do livro Chaotic Dynamical Systems – Robert. L. Devaney.

Material e Métodos

Os materiais usados durante a pesquisa foram papel, quadro, giz e o computador. O método de desenvolvimento de pesquisa foi feito com o uso de livros sobre o conteúdo e discussões com o professor orientador a cerca do que estava sendo desenvolvido .

Resultados e Discussão

Definição: O ponto x é um ponto fixo para f se f (x) = x. O ponto x é uma ponto periódico de período n se $f^n(x) = x$

Definição: O ponto p é hiperbólico se $|(f^n)'p|$ diferente 1. O número $(f^n)'(p)$ é chamado de multiplicador do ponto periódico.

Proposição 4.4: Seja p um ponto fixo hiperbólico com $|f'(p)| < 1$. Então existe um intervalo U em torno de p tal que se x ∈ U, tal que:

$$\lim_{n\to\infty} f^n(x) = p$$

A prova da proposição foi feita em 5 etapas.

1° etapa:

Demonstramos um caso geral em que quando f é contínua em a e f(a) < k, f(x) < K para x ϵ (a – δ, a + δ), fazendo uso do Teorema do Valor Médio .

2° etapa:

Novamente, fazendo Com o uso do Teorema do Valor Médio, demonstramos a existência de um intervalo U, onde se x ϵ (p - δ,p + δ), então $|(f'(x)| < 1$.

3° etapa:

Sabendo que $|(f'(x)| < 1$, para x ϵ (p - δ, p + δ), usamos o Teorema do Valor Extremo para demonstrar que $|(f'(x)| < A < 1$, para x ϵ [p - ε, p + ε]

4° etapa: Sabendo que $|(f'(x)| < A < 1$, para x ϵ [p - ε ,p + ε], demonstramos usando novamente o Teorema do Valor Médio que |(f (x) - p| ≤ ε e portanto f(x) ϵ [p - ε, p + ε].

5° passo: A partir do que foi feito na quarta etapa, observamos que o que foi provado também se aplica para $f^2(x)$, $f^3(x)$ e assim consecutivamente. Portanto, generalizamos para $f^n(x)$. Dessa forma, mostramos que $|(f^n(x) - p| \leq A^n \leq |x- p|$. Logo, usando o Teorema do Confronto , chegamos que :

$$\lim_{n\to\infty} f^n(x) = p$$

Conclusões

Concluímos com a pesquisa até o atual momento, que em um intervalo no qual x ϵ [p - ε ,p + ε], -> f(x) ϵ [p - ε ,p + ε] e assim consecutivamente, a função via cada vez mais se aproximando de p na mesma reta, portanto :

$$\lim_{n\to\infty} f^n(x) = p$$

Bibliografia

L.DEVANEY, Robert. **An introduction to Chaotic Dynamical System**. 2. ed. The United States of America: [*s. n.*], 2003. 331 p. v. Unico.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com Geometria Analítica**. 3. ed. Rua Joaquim Távora, 629 - Vila Mariana, São Paulo: Harbra, 1994. 770 p. v. 1.