



# Simpósio de Integração Acadêmica

“Bicentenário da Independência: 200 anos de ciência, tecnologia e inovação no Brasil e 96 anos de contribuição da UFV”

SIA UFV 2022



## Anéis e módulos semissimples

Ciências Exatas e da Terra – Álgebra  
Pesquisa

Rodrigo da Cruz Nunes - Departamento de Matemática - Universidade Federal de Viçosa - rodrigo.c.nunes@ufv.br

Marinês Guerreiro - Departamento de Matemática - Universidade Federal de Viçosa - marines@ufv.br

Palavras-Chave: Álgebra. Semissimplicidade. Caracterização.

### Introdução

Dos estudos de Álgebra Linear, sabe-se que todo espaço vetorial é diretamente completado. Entretanto, isto não é verdade para casos gerais de módulos sobre um anel arbitrário. Nesta pesquisa, estudamos módulos que apresentam essa propriedade sem serem, necessariamente, espaços vetoriais, os módulos semissimples. Esta classe de módulos é importante para a classificação de módulos sobre um anel.

### Objetivos

Compreender as caracterizações de anéis e módulos semissimples, com destaque para a decomposição de Peirce. Esta decomposição utiliza elementos idempotentes primitivos para caracterizar os anéis semissimples como soma direta de ideais mínimos à esquerda.

### Material e Métodos

A metodologia principal foi o estudo e discussões dos tópicos abordados no livro “An Introduction to Group Rings”, de César Polcino Milies e Sudarshan K. Sehgal, e na dissertação de mestrado “Uma aplicação da Teoria de Galois sobre anéis comutativos e aplicações”, da Livia Cichito Esteves.

### Apoio Financeiro

Pró-Reitoria de Pesquisa da Universidade Federal de Viçosa, por meio do Conselho de Desenvolvimento Científico e Tecnológico PIBIC-CNPQ.

### Resultados e Discussão

**Teorema 1:** Seja  $M$  um  $R$ -módulo. Então as condições abaixo são equivalentes.

- $M$  é semissimples.
- $M$  é a soma, não necessariamente direta, de submódulos simples.

**Teorema 2:** Seja  $R$  um anel com unidade. Dizemos que  $R$  é semissimples se, e somente se, todo ideal à esquerda  $L$  de  $R$  é da forma  $L = Re$ , com  $e$  sendo um elemento idempotente de  $R$ .

### Conclusões

A pesquisa contribuiu para o conhecimento de tópicos mais avançados de Álgebra que não estão presentes na grade regular do curso de Matemática. Além disso, contribuiu para o conhecimento de resultados essenciais no estudo de Álgebra, como o Teorema de Wedderburn-Artin, e de base para o estudo da teoria de Galois sobre anéis comutativos.

### Bibliografia

Sehgal, S. K. and Milies, F.C Polcino, *An introduction to Group Rings*. Kluwer, Boston, 2002.

ESTEVES, L.C.; *Uma introdução a teoria de Galois sobre anéis comutativos e aplicações*. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2020.

### Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pelo apoio financeiro na pesquisa de Iniciação Científica; à organização do Simpósio de Integração Acadêmica – SIA.