Simpósio de Integração Acadêmica
"A Transversalidade da Ciência, Tecnologia e Inovações para o Planeta"
SIA UFV Virtual 2021
UFV Universidade Federal de Viçosa

Módulos, álgebras e o teorema de Wedderburn-Artin

Letícia Freitas Lopes – UFV – leticia.f.freitas@ufv.br

Marinês Guerreiro – UFV – marines@ufv.br

Álgebra, anéis, teorema de Wedderburn-Artin

Trabalho de Pesquisa em álgebra – Matemática

Introdução

O estudo de estruturas algébricas é crucial para a formação de um matemático. A Teoria de Anéis, Módulos e Álgebras é um tema interessante por ser a base de conhecimento para diversas ramificações de pesquisa em Álgebra nos tempos atuais. Foi realizado um estudo introdutório desta teoria, com o objetivo de compreender o Teorema de Wedderburn-Artin e alguns resultados relacionados como o Teorema da Densidade de Jacobson e o Lema de Schur.

Objetivos

O projeto tem por objetivo o estudo da Teoria de Anéis, Módulos e Álgebras. Foram abordados os conceitos principais dessas estruturas algébricas além de somandos diretos, condições de finitude e semissimplicidade. Tal estudo serviu como base para o entendimento do Teorema de Wedderburn-Artin.

Material e Métodos

A metodologia consiste de um estudo prévio do conteúdo, utilizando como base livros e artigos relacionados aos temas estabelecidos no projeto, atrelado à resolução de exercícios para fixação das matérias. Posteriormente, foram realizadas reuniões semanais com a orientadora para esclarecimento de dúvidas e discussões sobre os temas mais complexos. Foram dedicadas 20 horas semanais para o estudo do conteúdo proposto.

Resultados e Discussão

Teorema (Densidade de Jacobson): Sejam M um R-módulo semissimples, $B = Hom_R(M,M)$ e $f \in Hom_B(M,M)$. Se $\{m_1, \cdots, m_n\}$ é um conjunto arbitrário de elementos de M, então existe $a \in R$ tal que $f(m_i) = am_i$, para todo $1 \leq i \leq n$.

Lema (Schur): Seja R um anel e sejam M e N R-módulos simples. Seja $f: M \longrightarrow N$ um homomorfismo não-nulo. Então, f é um isomorfismo.

Teorema (Wedderburn-Artin): Um anel R é semissimples se, e somente se, ele é uma soma direta de álgebras de matrizes sobre anéis de divisão, isto é:

$$R \simeq M_{n_1}(D_1) \oplus \cdots \oplus M_{n_s}(D_s).$$

Conclusões

O objetivo dos estudos foi cumprido, considerando que o conhecimento das estruturas algébricas (anéis, módulos e álgebras) proporcionaram boa fundamentação teórica para o entendimento do Teorema de Wedderburn-Artin.

Bibliografia

[1] B. Hartley, T.O. Hawkes, *Rings, Modules and Linear Algebra*, Chapman & Hall Mathematics Series, Londres, 1994.
[2] F.C.P. Milies, *Anéis e Módulos*. Publicações do IME-USP, São Paulo, 1972.
[3] F.C.P. Milies, S. K. Sehgal, *An Introduction to Group Rings, Algebras and Applications*, Kluwer Academic Publishers, London, 2002.

CNPq- Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

Agradeço a minha orientadora por ter sido paciente ao longo de toda a minha trajetória na iniciação científica e ter me ensinado, com qualidade, um pouco mais sobre Matemática.