

Grande Área: Ciências Exatas e da Terra
Área Temática: Sistemas Quânticos Abertos
Categoria do Trabalho: Pesquisa

Introdução

Este trabalho é parte do cumprimento das condições estabelecidas no edital de iniciação científica PIBIC CNPq 2018, o projeto de iniciação científica é voltada ao estudo de sistemas quânticos abertos e teve início em agosto de 2018.

Objetivo (Em andamento)

Obter a equação mestre para o oscilador harmônico amortecido e encontrar soluções para alguns estados iniciais.

Metodologia

A metodologia do nosso trabalho consistiu na revisão de textos e artigos das áreas de fundamentos de mecânica quântica e sistemas quânticos abertos.

Operador Densidade

É possível descrever um sistema quântico através de seu operador densidade definido como:

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$$

o valor esperado de um observável \hat{A} é dado por:

$$\langle \hat{A} \rangle (t) = Tr[\rho\hat{A}]$$

e a evolução temporal do sistema é dada pela equação de Liouville-Von Neumann:

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\hat{H}, \rho]$$

O Quadro de Interação

No chamado quadro de Schroedinger os operadores \hat{A}_s são constantes no tempo e quem evolui é a função de onda $|\psi_s\rangle$, já no quadro de Heisenberg temos a situação contrária, os operadores evoluem no tempo e a função de onda permanece em seu estado inicial $|\psi_H\rangle = |\psi_s(0)\rangle$. A transformação entre os dois quadros é dada através de um operador de evolução unitária $\hat{U}(t, t_0) = e^{-i\frac{\hat{H}(t-t_0)}{\hbar}}$, um dado operador no quadro de Heisenberg e os valores esperados são dados

$$\hat{A}_H(t) = \hat{U}^\dagger \hat{A}_s \hat{U}$$

$$\langle \hat{A}_H \rangle (t) = \langle \psi_H | \hat{A}_s | \psi_H \rangle$$

No quadro de interação ou quadro de Dirac a função de onda e os operadores evoluem no tempo. Essa abordagem é

especialmente útil quando tratamos com Hamiltonianos de interação que tem a forma $\hat{H}(t) = \hat{H}_s + \hat{H}_r + \hat{H}_{sr}$. Onde os dois primeiros termos são a parte livre do Hamiltoniano e o último é um termo de perturbação.

A equação de Schroedinger na forma integro diferencial

Definimos o operador densidade $\chi(t)$ do sistema composto por (S) e (R), no quadro de interação temos

$$\tilde{\chi}(t) = e^{i\frac{(\hat{H}_s + \hat{H}_r)t}{\hbar}} \chi(t) e^{-i\frac{(\hat{H}_s + \hat{H}_r)t}{\hbar}}$$

A evolução temporal desse operador densidade do sistema composto no quadro de interação é obtida através da equação de Liouville-Von Neumann

$$\frac{d\tilde{\chi}(t)}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\tilde{H}_{sr}(t), \tilde{\chi}(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt' Tr \left\{ [\tilde{H}_{sr}(t), [\tilde{H}_{sr}(t'), \tilde{\chi}(t')]] \right\}$$

assumindo que não haviam correlações entre as partes (S) e (R) antes de $t=0$, temos o estado inicial é dado por

$$\tilde{\chi}(0) = \chi(0) = \rho(0)R_0$$

Tomando o traço sobre o reservatório é possível obter uma expressão para o operador densidade reduzido no quadro de interação

$$\frac{d\tilde{\rho}(t)}{dt} = -\frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt' Tr_r \left\{ [\tilde{H}_{sr}(t), [\tilde{H}_{sr}(t'), \tilde{\chi}(t')]] \right\}$$

A aproximação de Born propõe que o estado térmico do reservatório (R) não é afetado pela presença do sistema (S), assim $\tilde{\chi}(t') = \tilde{\rho}(t')R_0$. A aproximação de Markov nos permite fazer $\tilde{\rho}(t') = \tilde{\rho}(t)$. Obtemos então a equação de Schroedinger na forma integro diferencial com a aproximação de Born-Markov

$$\frac{d\tilde{\rho}(t)}{dt} = -\frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt' Tr_r \left\{ [\tilde{H}_{sr}(t), [\tilde{H}_{sr}(t'), \tilde{\rho}(t)R_0]] \right\}$$

Oscilador Harmônico Amortecido

Consideramos um sistema (S) composto por um oscilador harmônico

$$\hat{H}_s = \hbar\omega_0 a^\dagger a$$

acoplado a um reservatório térmico (R) de osciladores harmônicos

$$\hat{H}_r = \hbar\omega_j r_j^\dagger r_j$$

onde a interação entre as partes (S) e (R) é dada por

$$\hat{H}_{sr} = \hbar \sum (\kappa_j^* a r_j^\dagger + \kappa_j a^\dagger r_j) = \hbar(aI^\dagger + a^\dagger I)$$

Estes operadores devem ser passados para o quadro de interação e substituídos na equação de Schroedinger integro diferencial. Agora estamos tentando

justificar aproximação de Markov matematicamente e através da análise de alguns dados experimentais afim de verificar que

$$Tr_r [R_0 \tilde{\Gamma}_i(t) \tilde{\Gamma}_j^\dagger(t')] = \delta(t - t')$$

Essa aproximação nos diz que podemos desconsiderar efeitos de memória do sistema.

Equação Mestre

Para um oscilador acoplado a um reservatório térmico temos a seguinte equação mestre no quadro de Schroedinger

$$\dot{\rho} = -i\omega_0 [a^\dagger a, \rho] + \frac{\gamma}{2} (\bar{n} + 1) (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) + \frac{\gamma}{2} \bar{n} (2a^\dagger \rho a - a a^\dagger \rho - \rho a a^\dagger)$$

onde $\gamma \equiv 2\pi g(\omega_0) |\kappa(\omega_0)|^2$ é um termo associado à densidade espectral que mede a quantidade de estados num dado intervalo de frequência e foi assumida como uma função linear da frequência. O termo

$$\bar{n}(\omega, T) = \frac{e^{-\hbar\omega/k_B T}}{1 - e^{-\hbar\omega/k_B T}}$$

está associado a temperatura do reservatório térmico. Fisicamente $p_n \equiv \langle n | \rho | n \rangle$ é a probabilidade do oscilador principal ser encontrado do n -ésimo estado de energia, e sendo assim, a equação mestre pode ser interpretada como uma equação que descreve a taxa de transições entre os níveis de energia possíveis para o oscilador.

$$\dot{p}_n = \gamma(\bar{n} + 1)(n + 1)p_{n+1} - \gamma\bar{n}np_n + \gamma\bar{n}np_{n-1} - \gamma\bar{n}(n + 1)p_n$$

Considerações Finais

No presente momento estamos interessados em simular a equação mestre para alguns estados iniciais como por exemplo um estado de superposição (estado de gato), com o objetivo de verificar o processo de termalização do estado quântico em questão.

REFERÊNCIAS

- H.J Charmichael*, Statistical Methods in Quantum Optics 1: Master Equations and Fokker-Planck Equations
Cohen-Tannoudji, Quantum Mechanics Vol1
Griffiths, Introduction to Quantum Mechanics